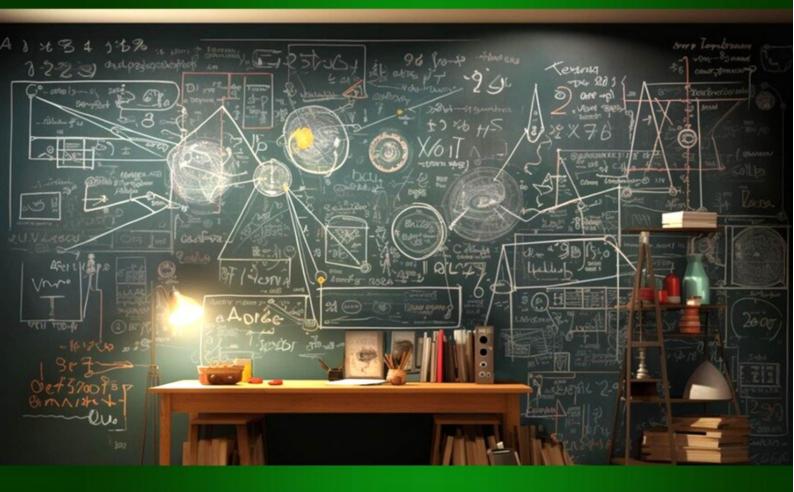
Colección DIDÁCTICA Y ENSEÑANZA

FÍSICAI



AUTORES

Freddi Roland Rodríguez Ordoñez Eduer Blandimiro Bernilla Rodríguez Danette Pintado García Marco Antonio Martínez Serrano







Física I

Dr. Freddi Roland Rodriguez Ordoñez Mg. Eduer Blandimiro Bernilla Rodriguez Lic. Irebrando Osterlin Bernilla Rodriguez Dr. Marco Antonio Martínez Serrano

Dr. Freddi Roland Rodriguez Ordoñez

Mg. Eduer Blandimiro Bernilla Rodriguez

Lic. Irebrando Osterlin Bernilla Rodriguez

Dr. Marco Antonio Martínez Serrano

Todos los derechos reservados.

ISBN: 978-980-7984-90-4

Física I

Freddi Roland Rodriguez Ordoñez, Eduer Blandimiro Bernilla Rodriguez, Irebrando Osterlin Bernilla Rodriguez, Marco Antonio Martínez Serrano (autores).

@Ediciones Clío

Septiembre de 2023

Maracaibo, Venezuela

1ra edición

ISBN: 978-980-7984-90-4

Depósito legal: ZU2023000260

Depósito legal (Perú): 2023-08458

Editor:

Freddi Roland Rodriguez Ordoñez

Calle. Marko Jara Scheone– Jaén - Cajamarca

Esta obra está bajo licencia: Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional

Las opiniones y criterios emitidos en el presente libro son exclusiva responsabilidad de los autores.



FUNDACIÓN EDICIONES CLÍO

La Fundación Ediciones Clío constituye una institución académica que procura la promoción de la ciencia, la cultura y la formación integral de las comunidades con la intención de difundir contenido científico, humanístico, pedagógico y cultural en aras de formar de manera individual y colectiva a personas e instituciones interesadas. Ayudar en la generación de capacidades científicas, tecnológicas y culturales como herramientas útiles en la resolución de los problemas de la sociedad es nuestra principal visión. Para el logro de tal fin; ofrecemos un repositorio bibliográfico con contenidos científicos, humanísticos, educativos y culturales que pueden ser descargados gratuitamente por los usuarios que tengan a bien consultar nuestra página web y redes sociales donde encontrarás libros, revistas científicas y otros contenidos de interés educativo para los usuarios.

Este libro es el producto de un proyecto de investigación destinado a mejorar la enseñanza de la física en la educación secundaria rural de Penachí, Perú. El proyecto, iniciado en mayo de 2023 con la Resolución de la Vicepresidencia de Investigación N° 038-2023-UNJ, se centró en abordar las necesidades educativas específicas de los estudiantes de quinto de secundaria en Penachí. Para ello, se desarrolló un libro de física con ejercicios prácticos y se crearon videos explicativos en colaboración con estudiantes de la Universidad Nacional de Jaén. Estos recursos fueron evaluados y demostraron ser efectivos para mejorar la comprensión de la física. Los pasos de los ejercicios desarrollados y propuestos están compartidos en el canal de YouTube del autor principal, Freddi Roland Rodríguez Ordóñez, y abarcan una amplia gama de ejercicios.

El objetivo principal es fortalecer la educación en ciencias físicas, proporcionando a los estudiantes que se encuentran en instituciones alejadas de las ciudades una herramienta accesible y valiosa para su aprendizaje y empoderamiento en esta disciplina.

Dr. Jorge F. Vidovic

Director Fundación Ediciones Clío

ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8148-4403

Nota: Para contactarnos puede dirigir su comunicación a: edicionesclio.es@gmail.com - jorgevidovicl@gmail.com Web: https://www.edicionesclio.com/

DEDICATORIA

Queremos dedicar este libro a los estudiantes del segundo ciclo de la Escuela Profesional de Ingenería Civil del semestre académico 2023-I de la Universidad Nacional de Jaén y a los estudiantes de quinto de secundaria del Centro Poblado de Penachí, así como a los directivos de ambas instituciones. Vuestra colaboración en la grabación de los videos y vuestro compromiso con la educación han sido fundamentales para el desarrollo de este material didáctico. Este libro es el resultado de vuestra participación activa y de vuestro deseo de fortalecer el aprendizaje de la física en el Perú, específicamente en Centro poblado de Penachí. Agradecemos su invaluable contribución y esperamos que este libro sea una herramienta valiosa en su camino hacia un mejor futuro educativo.

CONTENIDO

DEDICATORIA	viii
CONTENIDO	ix
AGRADECIMIENTO	x
RESUMEN	11
INTRODUCIÓN	13
1 MAGNITUDES FÍSICAS	15
2 ANÁLISIS VECTORIAL	45
3 MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (MRU)	81
4 MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO (MRUV)	103
5 MOVIMIENTO VERTICAL DE CAÍDA LIBRE (MVCL)	123
6 MOVIMIENTO PARABÓLICO DE CAÍDA LIBRE	145
7 MOVIMIENTO CIRCUNFERENCIAL	171
8 MOVIMIENTO RELATIVO	195
9 ESTÁTICA	217
10 DINÁMICA	245
11 DINÁMICA DE UN SISTEMA DE PARTÍCULAS	267
12 TRABAJO MECÁNICO	281
13 ENERGÍA	295
14 POTENCIA	311

AGRADECIMIENTO

Expresamos nuestro más sincero agradecimiento al Dr. Manuel Emilio Milla Pino, al Dr. Ricardo Angel Shimabuku Ysa, al Mg. Diomer Marino Jara Llanos, a la Ing. Maria Marleni Torres Cruz, al Dr. Zapatel Gordillo Segundo Carlos y al Ing. Tinoco Lozada Ronyl Jhondert por su destacada contribución a esta obra. Cada profesional ha enriquecido este proyecto con su profundo conocimiento y experiencia, brindando perspectivas únicas que han enriquecido enormemente el contenido. Estamos profundamente agradecidos por su compromiso y dedicación en hacer de este libro una valiosa fuente de conocimiento y aprendizaje.

RESUMEN

Este libro es el producto de un proyecto de investigación destinado a mejorar la enseñanza de la física en la educación secundaria rural de Penachí, Perú. El proyecto, iniciado en mayo de 2023 con la resolución de la vicepresidencia de investigación N° 038-2023-UNJ, se centró en abordar las necesidades educativas específicas de los estudiantes de quinto de secundaria en Penachí, para la cual se desarrolló un libro de física con ejercicios prácticos y se crearon videos explicativos en colaboración con estudiantes de la Universidad Nacional de Jaén. Estos recursos fueron evaluados y demostraron ser efectivos para mejorar la comprensión de la física y los pasos de los ejercicios desarrollados y propuestos está compartido en el canal de YouTube del autor principal, Freddi Roland Rodriguez Ordoñez, y abarca una amplia gama de ejercicios.

El objetivo principal es fortalecer la educación en ciencias física, proporcionando a los estudiantes que se encuentran en instituciones alejadas de las ciudades una herramienta accesible y valiosa para su aprendizaje y empoderamiento en esta disciplina.

INTRODUCIÓN

La física es una ciencia que ha proporcionado a la humanidad tecnologías como la computadora, el celular, el radar, las naves espaciales y equipos de demostración de calidad ambiental, entre otros, que han transformado la vida del ser humano de manera significativa. Además, la física ha servido como inspiración para discutir enfoques científicos en diversas disciplinas, especialmente en la sociología, llegando incluso a denominarla como "física social" con la mecánica y la dinámica social como ejes centrales. La física desempeña un papel destacado tanto en el ámbito científico como en el tecnológico.



En la actualidad, la física ha contribuido de manera significativa a los avances científicos y tecnológicos, desarrollados en diferentes áreas de la ingeniería. No se puede pasar por alto el papel de los armamentos modernos, que tiene seguridad a los países que los poseen, pero representa un peligro constante para los que no los tienen.

En este texto, abordaremos los conceptos básicos de la física I, presentando ejercicios resueltos y propuestos que permitirán al lector tener una mejor comprensión de la materia. La mayoría de los ejercicios provienen de los textos utilizados en las clases y forman parte de la experiencia laboral. Lo destacado y novedoso de este libro es que, gracias al avance de la informática, todos los ejercicios están desarrollados paso a paso, con el objetivo de hacerlos más accesibles para los lectores o estudiantes de ingeniería. Este libro ofrece una guía para aquellos que deseen iniciarse en el estudio de la física, ya que desempeña un papel fundamental en el tecnológico, social, cultural y científico.

1 MAGNITUDES FÍSICAS

Física

La física es una ciencia natural que se dedica al estudio teórico y experimental de las propiedades de la materia y las leyes que rigen su comportamiento sin alterar su natura-leza. Según Halliday, Resnick y Walker (2017), el término "física" deriva del griego "Physis", que significa "naturaleza". En la actualidad, este término vuelve a ser relevante, ya que los procesos de conservación, tratamiento y mejora del medio ambiente considerando los principios físicos como una base fundamental junto con los procesos biológicos y químicos.

Importancia de la física

La física radica en su capacidad para proporcionar una comprensión de cómo funciona la naturaleza. Según Halliday, Resnick y Walker (2017), esta disciplina científica nos permite encontrar hallazgos claros y útiles para los fenómenos que ocurren en nuestro entorno. La física no solo nos permite formular hipótesis, sino que también nos brinda la oportunidad de comprobarlas y aceptarlas como base de estudio, lo que a su vez impulsa investigaciones y descubrimientos adicionales.

Además, la física desempeña un papel fundamental en el desarrollo tecnológico de la sociedad. Sin ella, muchos avances que hoy en día damos por sentado no serían posibles. Como mencionan Halliday, Resnick y Walker (2017), gracias a la física, hemos logrado la creación de computadoras y el desarrollo de máquinas complejas controladas por ellas. La industria ha experimentado un crecimiento significativo gracias a los principios físicos. La física ha sido la base para la creación de aviones, satélites y otros avances tecnológicos que han revolucionado nuestras vidas.



Clasificación de la física

La física se divide en dos periodos:

Física clásica o macroscópica

Se refiere a un período de estudio que abarcó hasta finales del siglo XIX y fue encabezado por el físico Isaac Newton. Según Halliday, Resnick y Walker (2017), Newton dividió la física clásica en diversas ramas, entre las cuales se encuentran: la mecánica, la termodinámica, la óptica y el electromagnetismo. Estas ramas de la física clásica sentaron las bases para el estudio y la comprensión de los fenómenos físicos en ese momento.

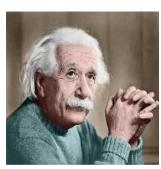
Aunque la física clásica ha sido ampliamente superada por las teorías de la física moderna, sigue siendo una parte fundamental de la educación en física y proporciona los fundamentos para comprender conceptos más avanzados.



Sir Isaac Newton (1643-1727)

Física moderna, microscópica o cuántica

Se centra en el estudio del comportamiento de las partículas que componen la materia a una escala microscópica. Albert Einstein fue uno de los principales exponentes de esta rama de la física. Según Feynman, Leighton y Sands (2013), la física moderna se divide en diferentes áreas, entre las cuales se encuentran: la mecánica cuántica, la teoría de la relatividad, la física de partículas, la física nuclear y la física de materia condensada. Estas áreas de la física moderna nos brindan una comprensión más profunda del mundo subatómico y nos permiten explicar fenómenos que no pueden ser explicados por las leyes de la física clásica.



Albert Einstein (1879-1955)

Métodos de la física

La física utiliza diferentes métodos para investigar y comprender los fenómenos de la naturaleza. Uno de los enfoques más comunes es el método científico, que proporciona un procedimiento general de investigación. Según Cutnell y Johnson (2016), el método científico consta de seis fases:



Contaminación de agua del mar por actividad del hombre.

- **Observación:** Consiste en observar cuidadosamente un fenómeno o una situación para identificar patrones o comportamientos relevantes.
- **Formulación de preguntas:** Se plantean preguntas sobre el fenómeno observado, con el objetivo de establecer qué se quiere investigar y qué se busca comprender.
- **Formulación de hipótesis:** Se proponen posibles explicaciones o suposiciones tentativas que pueden dar respuesta a las preguntas planteadas.
- **Experimentación**: Se diseñan y realizan experimentos para poner a prueba las hipótesis planteadas. Estos experimentos deben ser controlados y reproducibles.
- **Análisis de datos:** Los resultados experimentales se recopilan y analizan estadísticamente para obtener conclusiones significativas. Se comparan los datos con las predicciones de las hipótesis planteadas.
- Conclusiones y generalización: Se extraen conclusiones a partir de los resultados obtenidos en el experimento y se generalizan las observaciones realizadas para establecer principios o leyes que describen el fenómeno estudiado.

Magnitud física

Se refiere a un sistema físico o un objeto que puede ser expresado de manera cuantitativa, es decir, que puede ser medido y asignado diferentes valores. Según Giancoli (2014), existen numerosas magnitudes físicas, algunas de las cuales son: longitud, área, volumen, tiempo, masa, energía, temperatura, fuerza, potencia, velocidad, aceleración, etc.

Clasificación de las magnitudes físicas

Las magnitudes físicas se pueden clasificar en diferentes categorías según sus propiedades y características. Según Serway y Jewett (2016), las magnitudes físicas se dividen en dos categorías principales:

Por su origen:

Magnitudes fundamentales o independientes: Son aquellas magnitudes que no pueden ser expresadas en términos de otras magnitudes ni relacionarse directamente entre sí. También se les conoce como magnitudes básicas o primarias. En el Sistema Internacional de Unidades (SI), existen siete magnitudes fundamentales, que son la que se muestran en la tabla siguiente:

Tabla 1
Magnitudes fundamentales

Magnitudes fundamentales	Unidad de medida	Símbolo de unidad	Símbolo di- mensional	Clasificación de la magnitud
Longitud	Metro	m	L	V
Tiempo	Segundo	S	Τ	E
Masa	Kilogramo	kg	\mathbf{M}	E
Intensidad de Corriente eléctrica	Amperio	A	Ι	Е
Temperatura termod-				E
inámica	Kelvin	k	heta	
Intensidad luminosa	Candela	cd	J	E
Cantidad de sustancia	Mol	mol	N	E

Nota. Clasificación de la magnitud por su naturaleza: E = escalar y V = Vectorial

Magnitudes auxiliares, complementarias o suplementarias: Son magnitudes propias del Sistema Internacional de Unidades utilizadas en situaciones de medición angular, y son los que se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 2
Magnitudes auxiliares, complementarias

Magnitudes complementarias Unidad de metarias		Símbolo de unidad	Símbolo di- mensional	Clasificación de la magnitud	
Ángulo plano	Radian	Rad(m.m ⁻	1	E	
		1)			
Ángulo sólido	Estereorradián	$Sr(m^2.m^{-2})$	1	Е	

Nota. Clasificación de la magnitud por su naturaleza: E = escalar y V = Vectorial

Radián (rad): Es el ángulo plano entre dos radios de un círculo que corta en la circunferencia un arco igual en longitud a los radios.

Estereorradián (sr): Es el ángulo sólido que, teniendo su vértice en el centro de la esfera, corta un área de la superficie de la esfera igual a un cuadrado con lados de longitud igual a los radios de la esfera.

Magnitudes derivadas: Son magnitudes que se definen a partir de la combinación de las magnitudes fundamentales mediante ecuaciones. Estas magnitudes se obtienen al reemplazar las dimensiones de las magnitudes fundamentales en las ecuaciones correspondientes. Ejemplos de magnitudes derivadas son el área, el volumen, la velocidad, la aceleración, la fuerza, el trabajo, la potencia, entre otros. En la tabla 3, se muestran algunas magnitudes derivadas en el Sistema Internacional de Unidades.

Tabla 3
Magnitudes derivadas.

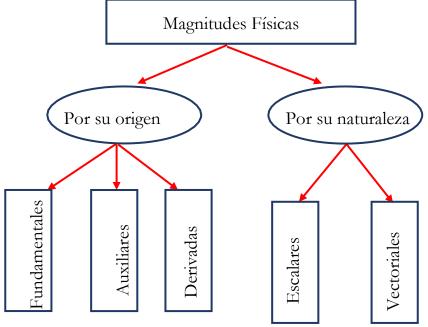
Magnitudes derivad									
Magnitudes	Unidad de medida	Símbolo de unidad	Símbolo di- mensional	Clasificación					
derivadas									
Area	Metro cuadrado	m_{2}^{2}	L_2^2	E					
Volumen	Metro cúbico	m_{i}^{3}	L^3	E					
Velocidad lineal	Metros/segundos	m/s	LT ⁻¹	V					
Aceleración lineal	Metros/segundos	m/s^2	LT^{-2}	V					
	al cuadrado	1 /	rr. 1						
Velocidad angular	Radianes/Segundo	rad/s	T^{-1}	V					
Aceleración an-	Radianes/segundo	rad/s^2	T^{-2}	V					
gular	al cuadrado	3 . T	3.5.7.77.2	T 7					
Fuerza	Newton	N	M LT ⁻²	V					
Torque	Newton por metro	N.m	$M L^2 T^{-2}$	V					
Trabajo o energía	Joule	J	$M L^2 T^{-2}$	E					
Potencia	Watt	W	$M L^{2}T^{-3}$	E					
Cantidad de mo-	Kilogramos por	kg.m/s	MLT^{-1}	V					
vimiento	metros/segundos	3 . T	3 FT 751-1	T 7					
Impulso	Newton por	N.s	$\mathrm{MLT}^{\text{-}1}$	V					
D 11.1 1	Segundo	1 / 3	N. CT3	г					
Densidad ab-	Kilogramo/metro	kg/m³	$ m ML^{-3}$	E					
soluta	Cúbico	N T / 3	3 C T -3/T1-2	г					
Peso específico	Newton/metro	N/m^3	${ m M~L^{-3}T^{-2}}$	Е					
D ''	Cúbico	D	3 C T -17T-2	г					
Presión	Pascal	Pa	${ m M~L^{-1}T^{-2}}$	E					
Periodo .	Segundo	S	${ m T} \ { m T}^{ ext{-}1}$	E					
Frecuencia	Hertz	Hz		E					
Coeficiente de di-	1/grado kelvin	K^{-1}	$oldsymbol{ heta}^{ ext{-}1}$	Е					
latación	т 1 /1 1 :	1/1/	3.5.T.2FT-2.0-1	E					
Capacidad calo-	Joule/kelvin	J/K	$\mathrm{M}\;\mathrm{L}^2\mathrm{T}^{\text{-2}}oldsymbol{ heta}^{\text{-1}}$	Е					
rífica	Loudo /bilo casas a mon	I/V~ V	T 2TT-2 O-1	Е					
Capacidad es-	Joule/kilogramo por kelvin	J/Kg. K	$\mathrm{L}^2\mathrm{T}^{2}\;oldsymbol{ heta}^{1}$	\mathbf{E}					
	Keiviii								
pecífica	Loule /kilo onemo	I/Va	L^2T^{-2}	E					
Calor latente es-	Joule/kilografilo	J/Kg.	L 1	\mathbf{E}					
pecífico Carga eléctrica	Coulomb	С	TI	E					
	Newton/coulomb	N/C	${ m M~LT^{-3}I^{-1}}$	V					
	Newton/Coulomb	IN/C	IVI I_I I	V					
campo eléctrico. Potencial eléc-	Voltios	V	$\mathrm{M}^{1} \mathrm{L}^2 \mathrm{TI}$	E					
trico	Voluos	V	101 12 11	L					
Capacidad eléc-	Faradios	F	$M^{-1} L^2 T^4 I^{-1}$	E					
trica	Taradios	1,	W1 L 1 1	L					
Resistencia eléc-	Ohmios	Ω	${ m M} \; { m L}^2 \; { m T}^{\text{-}3} { m I}^{\text{-}1}$	E					
trica	Ommos	22	1/1 12 1 1	12					
Carga magnética	Amperio por metro	A.m	LI	E					
Inducción mag-	Tesla	T	$MT^{-2}I^{-1}$	V					
nética	1 0014	1	141 1	v					
Flujo magnético	Weber	Wb	${ m M} \; { m L}^2 \; { m T}^{\text{-}2} { m I}^{\text{-}1}$	E					
Caudal o gasto	Metro cúbico/Se-	$\frac{WD}{m^3/s}$	L^3I^{-1}	E					
Caudai o gasto	gundo cubico/ sc-	111 / 5	т 1	12					
Nota. Clasificación de la magnitud por su naturaleza: E = escalar y V = Vectorial									

Nota. Clasificación de la magnitud por su naturaleza: E = escalar y V = Vectorial

Por su naturaleza:

Magnitudes escalares: Son aquellas que se describen completamente mediante un número y una unidad. Estas magnitudes no tienen dirección ni sentido. Ejemplos la masa, la temperatura, la energía, el tiempo, etc.

Magnitudes vectoriales: Son aquellas que requieren tanto una cantidad numérica como una dirección y un sentido para su descripción completa. Estas magnitudes se representan mediante vectores. Ejemplos posición, la velocidad, la aceleración, la fuerza, etc.



Medición

La medición es el proceso de comparar una cantidad con una unidad de medida de referencia para obtener un valor numérico, conocido como medida. Se asignan unidades de medida a diferentes magnitudes físicas, como longitud, tiempo, velocidad, entre otras.

Patrón de medición

Es una unidad de medida utilizada como referencia para expresar el valor de una magnitud física. Estos patrones proporcionan una base estándar para la medición y aseguran la consistencia y uniformidad en los resultados.

Precisión

Se refiere a cuán cerca están entre sí los valores medidos. Indica la repetibilidad de los datos o eventos y se expresa en términos de desviación entre las mediciones individuales y la media. Cuanto más cercanos estén los valores medidos entre sí, mayor será la precisión de la medición.

Exactitud

Se refiere a la capacidad de un instrumento de proporcionar valores cercanos al valor verdadero o aceptado de una magnitud. Se evalúa mediante la comparación de los resultados de las mediciones con un valor de referencia conocido. Una medida precisa y exacta se acerca al valor verdadero de la magnitud

Incertidumbre en la medición

Es la precisión del instrumento utilizado para realizar la medición. Se refiere a la menor división o incremento más pequeño en la escala del instrumento. Cuanto menor sea la incertidumbre, mayor será la precisión de la medición.

Cifras significativas

Son los dígitos conocidos con certeza en un número. En un número como 28,35 cm, hay cuatro cifras significativas, mientras que en 0,082 cm hay dos. La determinación del número de cifras significativas puede ser ambigua en algunos casos. Por ejemplo, en el número 60, ¿hay una o dos cifras significativas? Si se indica que la distancia entre dos ciudades es aproximadamente 60 km, solo hay una cifra significativa (el 6), ya que el cero solo ocupa un lugar de posición. Sin embargo, si la distancia es exactamente 60 km, con una incertidumbre de ±0,1 km, entonces el 60 tiene dos cifras significativas.

Es importante tener en cuenta que el número de cifras significativas en el resultado de una multiplicación o división no debe exceder el número de cifras significativas en ninguno de los factores utilizados en el cálculo.

Sistema internacional (SI)

La implementación del Sistema Internacional (SI) de unidades se estableció en la X Conferencia de Pesas y Medidas en 1954, y posteriormente se complementó en la XIV conferencia realizada en Francia en 1971. Este sistema también es conocido como sistema de "GIORGI".

Tabla 4 Equivalencia entre unidades

Longitud		Masa		Densidad		
1 cm	0,01 m			1 g/cm^3	1000kg/m^3	
1 m (SI)	1m	1 gramo	0,001 kg	1 g/l	1 kg/m^3	
1 km	1000 m	1 kilogramo	1kg	1 kg/m^3	1 kg/ m^3	
1 pulg.	0,0254 m	1 ton.	1000 kg	1 lb/pie ³	$160,185 \text{ kg/ m}^3$	
		Metro.				
1 pie	0,3048 m	1 onza	2,8349x10 ⁻² kg	1lb/galón	$119,826 \text{ kg/ m}^3$	
1 yarda	0,9144 m	1 libra	0,45359 kg			
1 milla	1609,34 m	1 ton corta	907 , 18 kg			

Nota. adaptado de "Física para ciencias e ingeniería" por Serway y Jewett

Método científico

Es una forma conveniente de representar números grandes y pequeños. Se basa en la expresión de un número entre uno y menor a diez multiplicado por una potencia de diez, lo que facilita la comparación de valores de magnitudes físicas, tal como se muestra en la tabla siguiente.

Tabla 5Prefijos aceptados por el sistema internacional

N°	Prefijo	Símbolo	Factorpor	el	que	se	Nombre	del	valor
			multiplica l	las unic	lades.		numérico		
	Yota	Y		1024				•	
	zeta	Z		10^{21}					
	Exa	E		10^{18}			Trillones		
C	Peta	P		10^{15}			Mil	billone	S
iple	Tera	Τ		10^{12}			В	Sillones	
Múltiplo	Giga	G		10^{9}			Mil	millone	es
~	mega	M	10^{6}		Millón				
	Kilo	k	10^{3}				Mil		
	hecto	h	10^{2}				Cien		
	Deca	da	10^{1}				Diez		
	deci.	d		10^{-1}			Décima		
	Centi	c		10^{-2}			Centésima		
	Mili	m		10^{-3}			Milésima		
olc	micro	μ	10^{-6}		Millonésima		a		
Submúltiplo	Nano	n	10^{-9}			Mil millonésimas		mas	
)III)	Pico	p	10^{-12}			Billonésima		a	
Suk	femto	f	10^{-15}		Mil billonésima		ma		
	Atto	a	10^{-18}		Trillonésima				
	zepto	\mathbf{z}	10^{-21}				•		
	Yocto	У		10^{-24}					

Nota. adaptado de "Física para ciencias e ingeniería" por Serway y Jewett

¿Cómo se usan los prefijos?

Indicando su símbolo y el factor por el cual se multiplican las unidades. Estos prefijos permiten expresar valores en múltiplos y submúltiplos de las unidades.

Ventajas de la notación científica

Tiene varias ventajas, como evitar operaciones engorrosas, disminuir la posibilidad de errores y proporcionar una indicación adecuada del grado de aproximación del número dado.

Análisis dimensional

Se basa en el principio fundamental de que cualquier ecuación o relación entre variables debe ser dimensionalmente consistente, lo que significa que cada término de la relación debe tener las mismas dimensiones o unidades.

Dimensiones de una magnitud

Cada magnitud posee una ecuación dimensional en el marco de un conjunto de sistemas de unidades construidos a partir de las mismas magnitudes fundamentales y dotadas de los mismos convenios de coherencia.

Notación [A]: Se lee "dimensión de A"

La dimensión de una magnitud A se puede expresar como [A] = L^a M^b T^c I^d O^e N^f J^g, donde a, b, c, d, e, f, g son números reales

Aplicaciones de las ecuaciones dimensionales

Las ecuaciones dimensionales tienen diversas aplicaciones, como comprobar la veracidad de las fórmulas físicas, proponer ecuaciones empíricas a partir de datos experimentales y encontrar las unidades de cualquier magnitud derivada en función de las magnitudes fundamentales.

Magnitudes adimensionales

Existen magnitudes adimensionales que no poseen dimensiones, como los ángulos planos y sólidos, las razones trigonométricas, la densidad relativa, el índice de Reynolds, el índice de refracción, la permisividad relativa y la susceptibilidad magnética. Sin embargo, cuando aparecen como exponentes, toman su verdadero valor.

Principio de homogeneidad (principio de Fourier)

El principio de homogeneidad, también conocido como principio de Fourier, establece que una ecuación física es dimensionalmente correcta si todos los términos de ambos lados de la igualdad tienen la misma dimensión. Esto implica que si [A] + [B] = [C] - [D] es una ecuación dimensionalmente correcta, entonces se verifica que [A] = [B] = [C] = [D].

Problemas resueltos

1. En un experimento se verifica que el periodo (P) de oscilación de un péndulo, depende de la longitud (l) de la cuerda y de la aceleración de la gravedad (g). Determinar la expresión final de la fórmula del periodo, si la constante de proporcionalidad es 2π.

https://youtu.be/9OMeamVi6R4

Solución

Identificación de las dimensiones físicas en el problema:

Periodo [P] = TLongitud de la cuerda [l] = LAceleración de la gravedad $[g] = LT^{-2}$

Identificación de la ecuación física:

Del enunciado se deduce que el periodo tiene la siguiente fórmula: $P = 2\pi l^x g^y$

Reemplazando las dimensiones en la ecuación:

$$[P] = [2\pi][l^x][g^y]$$

$$T = (1)(L)^x(LT^{-2})^y$$

$$L^0T = L^{x+y}T^{-2y}$$

Teniendo en cuenta la relación que establece que cuando las bases son iguales, los exponentes también son iguales, se tiene.

Para T:
$$1 = -2y$$

$$y = -\frac{1}{2}$$
Para L:
$$0 = x + y$$

$$0 = x + \left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$x = \frac{1}{2}$$

Reemplazando los valores de x e y en la fórmula de periodo se tiene: $P = 2\pi l^{\frac{1}{2}} g^{-\frac{1}{2}}$

$$P=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Análisis de los resultados obtenidos:

El resultado obtenido es coherente con el concepto de periodo de un péndulo, el cual establece que el periodo de oscilación de un péndulo depende de la longitud de la cuerda y de la aceleración de la gravedad.

2. Determinar las dimensiones de b y c en la siguiente fórmula, la cual es dimensionalmente correcta: $x = x_0 + bt + \frac{1}{2}ct^2$, donde x, x_0 : representan longitudes y t representa tiempo.

https://youtu.be/wJrxG34guT0

Solución

Identificación de las dimensiones físicas en el problema:

Longitud x: $[x] = [x_0] = L$ (metros) Tiempo t: [t] = T (segundos) Coeficientes b y c: [b] y [c] (Por determinar)

Identificación de la ecuación física:

Se utilizarán conceptos de análisis dimensional para determinar [b] y [c]

Aplicando los operadores dimensionales a la ecuación:

$$x = x_0 + bt + \frac{1}{2}ct^2$$

 $[x] = [x_0] + [b][t] + \left[\frac{1}{2}\right][c][t^2]$

Reemplazando las dimensiones en la fórmula:

Por el principio de homogeneidad.

$$[x] = [x_0] = [b][T] = [c][T^2]$$

Operando la igualdad 1 y 3
 $[x] = [b][T]$
Reemplazando las dimensiones en
la igualdad
 $L = [b][T]$

[b] = LT⁻¹
Operando la igualdad 2 y 4
[x₀] =
$$\begin{bmatrix} 1\\2 \end{bmatrix}$$
 [c][T²]

Reemplazando las dimensiones en la igualdad $(L) = (1)[c](T)^2$ $[c] = LT^{-2}$

Análisis de los resultados obtenidos:

Las dimensiones de los coeficientes b y c en la ecuación son coherentes con la ecuación original.

3. Obtener la ecuación dimensional de P en una expresión homogénea dada por W = ma/tp. En esta expresión, m representa la masa, t representa el tiempo, a representa la aceleración y W representa el trabajo.

https://youtu.be/AIKyGJAal4A

Identificación de las dimensiones físicas en el problema:

Trabajo W: [W] = ML²T⁻² (joule) Masa m: [m] = M (kilogramo) Tiempo t: [t] = T (segundo) Aceleración a: [a] = LT⁻² (metros por segundo al cuadrado) Periodo P: [P] (Por determinar)

Identificación de la ecuación física:

Se utilizarán conceptos de análisis dimensional para determinar [P]

Reemplazando las dimensiones en la expresión:

Solución

$$[W] = \frac{[m][a]}{[t][P]}$$
$$L^{2}MT^{-2} = \frac{MLT^{-2}}{T[P]}$$

$$[P] = \frac{1}{LT}$$
$$[P] = L^{-1}T^{-1}$$

Análisis de los resultados obtenidos:

El resultado obtenido indica que la ecuación dimensional es $[P] = L^{-1}T^{-1}$, lo cual significa que tiene dimensiones inversas de longitud y tiempo.

4. Calcular las dimensiones de las variables x e y en una ecuación que describe un fenómeno físico, donde se tiene la expresión: ρ = Fx + Wy. En esta ecuación, F representa la fuerza, W representa el trabajo y ρ representa la densidad. https://youtu.be/8 f02uGn-2A

Solución

Identificación de las dimensiones físicas en el problema: [F] = MLT⁻²

$$[W] = ML^2T^{-2}$$

$$[\rho] = ML^{-3}$$

Identificación de la ecuación física:

Se utilizarán conceptos de análisis dimensional para determinar [x]e [y]

Reemplazando las dimensiones en la ecuación:

$$[F][x] + [W][y] = [\rho]$$

Por el principio de homogeneidad

$$\underbrace{[F][x]}_{I} = \underbrace{[W][y]}_{II} = \underbrace{[\rho]}_{III}$$

Reemplazando las dimensiones en I y

$$[F][x] = [\rho]$$

$$MLT^{-2}[x] = MLT^{-3}$$

$$[x] = \frac{ML^{-3}}{MLT^{-2}}$$

$$[x] = L^{-4}T^2$$

Reemplazando las dimensiones en II y III

$$[W][y] = [\rho]$$

$$ML^2T^{-2}[y] = ML^{-3}$$

$$[y] = \frac{ML^{-3}}{ML^2T^{-2}}$$

$$[y] = L^{-5}T^2$$

Análisis de los resultados obtenidos:

El resultado obtenido indica que la ecuación dimensional de:

$$[x] = L^{-4}T^2$$
; $[y] = L^{-5}T^2$

5. Calcular las dimensiones de la variable Q en una ecuación que describe un fenómeno físico, donde se tiene la expresión: $Q = \frac{m.v^2}{F}$. En esta ecuación, m representa la masa, F representa la fuerza y v representa la velocidad. https://youtu.be/7aR0nZDxPJ4

Solución

Identificación de las dimensiones físicas en el problema:

$$[m] = \mathrm{M} \; ; \; [F] = \; MLT^{-2} ; \; [v] = \; LT^{-1}$$

Finalidad y representación gráfica:

En este tema no es necesario realizar gráfica.

Identificación de la ecuación física:

Se utilizarán conceptos de análisis dimensional para determinar [Q]

Reemplazando las dimensiones físicas en la ecuación:

$$[Q] = \frac{[m][v^2]}{[F]}$$

$$[Q] = \frac{(M)(LT^{-1})^2}{MLT^{-2}}$$

$$[Q] = \frac{ML^2T^{-2}}{MLT^{-2}}$$

$$[Q] = L$$

Análisis de los resultados obtenidos:

El resultado obtenido indica que la ecuación dimensional de [Q] = L

6. Encontrar la dimensión y unidad en el sistema internacional de la variable E, si se tiene la expresión dimensionalmente correcta de un fenómeno físico dada por: $E = \frac{1}{2}$ (m. v^2), donde m representa la masa y v la velocidad.

https://youtu.be/fxSKEdv93x8

Solución

Identificación de las dimensiones físicas en el problema:

$$[m] = M$$
$$[v] = LT^{-1}$$

Se utilizarán conceptos de análisis dimensional para determinar dimensión y unidad E

Reemplazando las dimensiones físicas en la ecuación:

$$[E] = [m][v^2]$$

$$[E] = M(LT^{-1})^2$$

$$[E] = ML^2T^{-2}$$

Las unidades en el Sistema Internacional

$$E = kg.\frac{m^2}{s^2}$$

$$E = Joule$$

Análisis de los resultados obtenidos:

El resultado obtenido indica que la ecuación dimensional $[E] = ML^2T^{-2}$ y su unidad es Joule.

7. Encontrar las dimensiones necesarias para que la variable E sea homogénea en la siguiente expresión: $E=\frac{mv^3}{4\pi ra}$, donde m representa la masa, v la velocidad, r el radio y a el área.

https://voutu.be/tNlMLOwDQc4

Solución

Identificación de las dimensiones físicas en el problema:

$$[m] = M; [v] = LT^{-1}$$

 $[r] = L$
 $[a] = L^2$

Identificación de la ecuación física:

Se utilizarán conceptos de análisis dimensional para determinar [E]

Reemplazando las dimensiones físicas en la ecuación:

$$[E] = \frac{[m][v^2]}{[4][\pi][r][a]}$$

[E] =
$$\frac{M(LT^{-1})^3}{1(L)(L^2)}$$

$$E = \frac{ML^3T^{-3}}{L^3}$$

$$[E] = MT^{-3}$$

Análisis de los resultados obtenidos: El resultado obtenido indica que la ecuación dimensional de $[E] = MT^{-3}$

8. El estudiante de ingeniería afirma que la potencia (P) de la hélice de un helicóptero está relacionada con la velocidad angular (w), el radio (r) de la hélice y la densidad (ρ) del aire. Encontrar la fórmula de la potencia de la hélice del helicóptero, considerando que existe una constante adimensional de proporcionalidad llamada K. https://youtu.be/0F16jb02a00

Solución

Identificación de las dimensiones físicas en el problema:

$$[P] = L^{2}MT^{-3}$$

$$[w] = T^{-1}$$

$$[r] = L$$

$$[\rho] = L^{-3}M$$

Identificación de la ecuación física:

Del enunciado se deduce que la potencia de la hélice de un helicóptero viene dado por: $P = Kw^x r^y \rho^z$

Reemplazando las dimensiones físicas en la ecuación:

$$[L^2MT^{-3}] = [T^{-1}]^x [L]^y [L^{-3}M]^z$$

$$L^{2}MT^{-3} = T^{-x}L^{y}L^{-3z}M^{z}$$

$$L^{2}MT^{-3} = T^{-x}L^{y-3z}M^{z}$$

Aplicando la propiedad, a bases iguales les corresponden exponentes iguales se tiene:

Para T
$$-x = -3 \qquad x = 3$$
Para M

$$z = 1$$
Para L
 $y - 3z = 2$ $y - 3(1) = 2$
 $y = 5$
Reemplazando los valores de x, y, z en la ecuación del periodo : $P = kw^3 r^5 \rho$

Análisis de los resultados obtenidos:

El resultado obtenido se tiene que la potencia de la hélice del helicóptero está dado por: $P = kw^3r^5\rho$

9. Si la ecuación dada es dimensionalmente correcta $F = \frac{UN+J}{C}$, determinar las dimensiones de "N" y "C", donde "F" representa la fuerza, "U" denota la energía y "J" representa el área.

https://voutu.be/1T5u1zt4nPw

Solución

Identificación de las dimensiones físicas en el problema:

$$[F] = MLT^{-2}; [U] = ML^2T^{-2}; [J] = L^2$$

ecuación Identificación de la física:

Se utilizarán conceptos de análisis dimensional para determinar [N] y [C]

Reemplazando las dimensiones físicas en la ecuación:

$$[F] = \frac{[U][N] + [J]}{[C]}$$

Por el principio de homogeneidad

$$[F] = \frac{[U][N] = [J]}{[C]}$$

Reemplazando las dimensiones en la expresión dada:

$$ML^2T^{-2}[N] = L^2$$

 $[N] = \frac{L^2}{MT^{-2}L^2}$

$$[N] = \frac{L^2}{MT^{-2}L^2}$$

$$[N] = M^{-1}T^2$$

Para [C]
$$[F] = \frac{[U][N] = [J]}{[C]}$$

$$MLT^{-2}[C] = L^{2}$$
 $[C] = \frac{L^{2}}{MLT^{-2}}$

$$[C] = M^{-1}LT^2$$

Análisis de los resultados obtenidos:

El resultado obtenido indica que la ecuación dimensional de [N] =

$$M^{-1}T^2$$
; $[C] = M^{-1}LT^2$

10. Para que la fórmula $P = \frac{F}{A} + R^{-y}Q^xA$ sea dimensionalmente correcta, calcular la expresión "x+3y", donde "P" representa la presión, "F" denota la fuerza, "R" representa el volumen, "Q" representa el trabajo.

https://youtu.be/Z9UkOTY1ft0

Identificación de las dimensiones físicas en el problema:

$$[P] = ML^{-1}T^{-2}$$

$$[F] = MLT^{-2}$$

$$[R] = L^3$$

 $[Q] = ML^2T^{-2}$

Identificación ecuación de la física:

Se utilizarán conceptos de análisis dimensional para calcular la expresión "x+3y".

Reemplazando las dimensiones físicas en la ecuación:

Por el principio de homogeneidad

$$[P] = \frac{[F]}{[A]} = [R]^{-y}[Q]^{x}[A]$$

De la primera y segunda igualdad para

$$ML^{-1}T^{-2} = \frac{MLT^{-2}}{[A]}$$

$$[A] = L^2$$

De la primera y tercera igualdad, para

hallar x, y
$$[P] = [R]^{-y}[Q]^{x}[A]$$

$$ML^{-1}T^{-2} = (L^3)^{-y}(ML^2T^{-2})^xL^2$$

$$ML^{-3}T^{-2} = L^{-3y} M^x L^{2x} T^{-2x}$$

$$ML^{-3}T^{-2} = M^{x}L^{2x-3y}T^{-2x}$$

Aplicando la propiedad, a bases iguales les corresponden exponentes iguales

Para x: x = 1

Para y: 2x - 3y = -3

$$y = 5/3$$

Análisis de los resultados obtenidos:

Con el resultado obtenido de x, y se obtiene la expresión:

$$x + 3y = 6$$

11. Para que la ecuación $E = \frac{mR^2}{2} + mgh$ sea dimensionalmente correcta, determinar las dimensiones de "E" y "R", donde "m" representa la masa, "h" denota la altura y "g" representa la aceleración de la gravedad.

https://youtu.be/2Z wdOsxFn4

Solución

Identificación de las dimensiones físicas en el problema:

$$[m] = M$$

$$[h] = L$$

$$[g] = LT^{-2}$$

Identificación de la ecuación física:

Se utilizarán conceptos de análisis dimensional para determinar [E] y [R]

Por el principio de homogeneidad y reemplazando las dimensiones $\underbrace{[E]}_{I} = \underbrace{[m][R]^{2}}_{II} = \underbrace{[m][g][h]}_{III}$

Operando en I y III para hallar las dimensiones de E.

$$[E] = [m][g][h]$$

 $[E] = MLLT^{-2}$

$$[E] = L^2 M T^{-2}$$

Operando en II y III para hallar las dimensiones de R. $[m][R]^2 = [m][g][h]$

$$[R]^2 = [g][h]$$

$$[R]^2 = LT^{-2}L$$

$$[R] = \sqrt{L^2 T^{-2}}$$

$$[R] = LT^{-1}$$

Análisis de los resultados obtenidos:

El resultado obtenido indica que la ecuación dimensional de $[E] = L^2MT^{-2}$; $[R] = LT^{-1}$

12. Si se asume que la ecuación
$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$
 es dimensionalmente correcta, determinar la dimensión de " μ ", donde " v " representa la velocidad lineal y "T" denota la tensión.
https://youtu.be/-_ljkrsRkgQ

Solución

Identificación de las dimensiones físicas en el problema:

$$[v] = LT^{-1}$$
$$[T] = MLT^{-2}$$

Identificación de la ecuación física:

Se utilizarán conceptos de análisis dimensional para determinar $[\mu]$

Reemplazando las dimensiones físicas en la ecuación:

$$[v] = \sqrt{\frac{[T]}{[\mu]}}$$

$$L^{2}T^{-2} = \frac{MLT^{-2}}{[\mu]}$$
$$[\mu]L^{2}T^{-2} = MLT^{-2}$$
$$[\mu] = ML^{-1}$$

Análisis de los resultados obtenidos:

El resultado obtenido indica que la ecuación dimensional de $[\mu]=ML^{-1}$

13. En la ecuación dimensionalmente correcta $\frac{4\pi mP10^{RFcos\theta}}{ARsen(\phi + \frac{\pi}{2})} = \sqrt[5]{E^{5}\sqrt{E^{5}/E \infty}}$, se solicita hallar la dimensión de "E", donde m representa la masa, F la fuerza, P la presión, y A el área. https://youtu.be/kbTNuyvtipo

Solución

Identificación de las dimensiones físicas en el problema:

$$[m] = M$$

$$[F] = MLT^{-2}$$

$$[P] = ML^{-1}T^{-2}$$

$$[A] = L^2$$

Identificación de la ecuación física:

Se utilizarán conceptos de análisis dimensional para determinar [E]

Reemplazando las dimensiones físicas en la ecuación:

Separando la fórmula en dos partes:

$$\underbrace{\frac{4\pi mP10^{RF\cos\theta}}{ARsen\left(\varphi + \frac{\pi}{2}\right)}}_{I} = \underbrace{\sqrt{E\sqrt[5]{E\sqrt[5]{E} \cdot \underbrace{E\sqrt[5]{E} \cdot \dots \dots \infty}}}_{II}}$$

Operando en II para hallar el valor dimensional de E

$$Q = \sqrt[5]{E \underbrace{\sqrt[5]{E \sqrt[5]{E \dots \dots \infty}}}_{Q}}$$

$$Q = \sqrt[5]{EQ}$$

$$[E] = [Q]^4 \dots (1)$$

Operando en I para hallar el valor dimensional de Q

$$Q = \frac{4\pi m P 10^{RF\cos\theta}}{ARsen(\phi + \frac{\pi}{2})}$$

$Q = \frac{[4][\pi][m][P][10]^{RF\cos\theta}}{[A][R]\left[sen\left(\varphi + \frac{\pi}{2}\right)\right]}$

Reemplazando las dimensiones en la expresión

[Q] =
$$\frac{M(ML^{-1}T^{-2})}{L^2[R]}$$
....(2)

En el exponente de RF $\cos\theta$ por ser un número se tiene

$$[R][F][\cos\theta] = 1$$

$$[R]MLT^{-2} = 1$$

$$[R] = M^{-1}L^{-1}T^2$$

Reemplazando | R | en (2)

$$[Q] = \frac{M(ML^{-1}T^{-2})}{L^2M^{-1}L^{-1}T^2}$$

$$[Q] = M^3 L^{-2} T^{-4}$$

Reemplazando |Q| en (1)

$$[E] = (M^3L^{-2}T^{-4})^4$$

 $[E] = M^{12}L^{-8}T^{-16}$

$$[E] = M^{12}L^{-8}T^{-16}$$

Análisis de los resultados obtenidos:

El resultado obtenido indica que la ecuación dimensional de [E] =

$$M^{12}L^{-8}T^{-16}$$

14. Calcular las dimensiones de "F" en una ecuación dimensionalmente correcta dada por $F=\frac{x^2}{(y-h)(y^2+3x)}, \text{ donde h representa el radio.}$

Solución

Identificación de las dimensiones físicas en el problema:

https://voutu.be/GdOk9ytCfyA

$$[h] = L$$

Identificación de la ecuación física:

Se utilizarán conceptos de análisis dimensional para determinar [F]

Reemplazando las dimensiones físicas en la ecuación:

$$[F] = \frac{[x]^2}{([y] - [h])([y]^2 + [3][x])} \dots (1)$$

Por el principio de homogeneidad se tiene Para determinar la [y]

$$[y] = [h] = L$$

15. Si la siguiente ecuación física es dimensionalmente correcta:

$$\left(\frac{4\delta+5a}{F\delta+\pi z}\right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt{F - \sqrt{F - \sqrt{F} \dots \infty}},$$

donde "a" es área, determinar las dimensiones de z, δ y F en esta ecuación.

https://youtu.be/WxAPSh4YCbA

Solución

Identificación de las dimensiones físicas en el problema:

Para determinar la [x]

$$[y]^2 = [3][x]$$

$$[x] = L^2$$

Para determinar la [F] en la ecuación (1)

$$[F] = \frac{[x]^2}{[y]([y]^2)}$$

$$[F] = \frac{[x]^2}{[y]^3} = \frac{L^4}{L^3}$$

$$[F] = L$$

Análisis de los resultados obtenidos:

El resultado obtenido indica que la ecuación dimensional de [F] = L

$$[4\delta] = [5a]$$

$$[\delta] = [a]$$

$$[\delta] = L^2$$

Identificación de la ecuación física:

Se utilizarán conceptos de análisis dimensional para determinar [**z**]; [δ] y [F]

Reemplazando las dimensiones físicas en la ecuación:

Separando la fórmula en dos partes:

$$\left(\frac{4\delta + 5a}{F\delta + \pi z}\right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt{F - \sqrt{F - \sqrt{F \dots \infty}}}$$

$$\underbrace{\left(\frac{4\delta + 5a}{F\delta + \pi z}\right)^{\frac{1}{n}}}_{I} = \underbrace{\sqrt{F - \sqrt{F - \sqrt{F ... \infty}}}}_{II}$$

Operando en II para hallar el valor dimen-

sional de F
$$R = \sqrt{F - \sqrt{F - \sqrt{F \dots \infty}}}$$

$$R = \sqrt{F - R}$$

$$F - R = R^2$$

Por el principio de homogeneidad

$$[F] = [R] = [R]^2$$

Considerando el segundo y tercer miembro: $[R] = [R]^2 = 1$

$$\therefore [F] = 1$$

Operando en I para hallar la dimensiones de

$$z y \delta \left(\frac{4\delta + 5a}{F\delta + \pi z}\right)^{\frac{1}{n}} = 1$$

De la ecuación observamos:

$$[4\delta] = [5a]$$

$$[\delta] = L^2$$

$$[F\delta] = [\pi z]$$

$$[F][\delta] = [\pi][z]$$

$$1.L^2 = 1.[z]$$

$$[z] = L^2$$

Análisis de los resultados obtenidos:

El resultado obtenido indica que la ecuación dimensional de

$$[z] = L^2$$
; $[\delta] = L^2$ y $[F] = 1$

Problemas propuestos

- Determinar la dimensión de F en la siguiente ecuación $\sqrt{F} = \frac{\sqrt{7}\pi . Q^2 . \sqrt{P}}{\left(\operatorname{Sen}_{-}^{\overline{n}}\right).m}$, donde Q es cantidad de calor, p potencia y m es masa.

- $\begin{array}{ll} \text{A) } M^3 L^{10} T^{11} & \text{B) } M^3 L^{10} T^{-11} \\ \text{C) } M^3 L^{-10} T^{-11} & \text{D) } M^{-3} L^{10} T^{-11} \end{array}$
- E) $M^3L^{11}T^{-10}$

https://youtu.be/2376gl7JZGo

Encontrar el valor de β en la siguiente ecuación, $J^{\cos^2\beta-\sin^2\beta} =$

$$\sqrt{A^2 + \sqrt{Esen\theta}. w + J + N^{sen\beta}}$$
, en donde J es masa.

- A) $\frac{\pi}{3}$ rad B) $\frac{\pi}{4}$ rad C) $\frac{\pi}{5}$ rad
- D) $\frac{\pi}{6}$ rad E) π rad

https://youtu.be/Zpi2XL8ATPg

- 3. El tiempo de Planck (t_p) , que es el tiempo más pequeño considerado en las leyes de la naturaleza y la evolución del universo, depende de la constante de gravitación universal (G), la constante de Planck (h), la velocidad de la luz (c) y una constante k. Encontrar una expresión para el tiempo de Planck.
 - A) $k\sqrt{\frac{GC}{h^5}}$
- B) $k\sqrt{\frac{Gh}{C^3}}$
- C) $k\sqrt{\frac{Gh}{C^5}}$
- D) $k\sqrt{\frac{Gh}{C^2}}$

E)
$$k\sqrt{\frac{Gh}{c^8}}$$

https://youtu.be/gagyH8d fO4

- En una fórmula física dada, hallar la dimensión de J. La fórmula es $J = \frac{(W^2 - 4K)}{(m - 2v)(v^2 + 3w)}, \text{ donde m es la}$ masa.
 - A) M^2 B) ML²
 - C) MT^{-2}
 - D) MT^2 E) M

https://youtu.be/p95J80rFHx4

5. En una relación que calcula el caudal (Q) de agua potabilizada en tuberías, determinar la multiplicación [BCR]. La fórmula es $\frac{CA}{\sqrt{1-(\frac{A}{R})^2}}\sqrt{\frac{2g(P-R)}{\gamma}}$, donde A es el área

> transversal de la tubería, g es la aceleración de la gravedad, P es la presión generada en la tubería y γ es el peso específico.

- A) $L^{-1}T^{-2}$
- B) ML^1T^{-2}
- C) $ML^{-1}T^2$
- D) $ML^{-1}T^{-2}$
- $E) MLT^{-2}$

https://youtu.be/o-wb9omfYsc

6. La fuerza magnética de un imán en movimiento en una región con cuerpos cargados se expresa como F = $qv\beta sen\theta$, donde q es la carga eléctrica, v es la velocidad de la carga, β es la inducción magnética y θ es el

ángulo entre los vectores v y β . Determinar la dimensión de β .

- A) $MT^{-2}I^{-1}$
- B) MT^2I^1
- C) MT^2I^{-1}
- D) $MT^{-2}I^{1}$
- E) $M^2T^{-2}I^{-1}$

https://youtu.be/6hk0-0770ql

- 7. En una fórmula física dada, hallar la dimensión de A·B. La fórmula es X=Asen (2πfB), donde x es la distancia y f es la frecuencia.
 - A) LT
- $B) MT^2$
- C) L^2T
- D) ML²
- E) M^2L^2

https://youtu.be/ZCWADN01LQQ

- 8. En una fórmula física dada, se busca hallar la dimensión de W. La fórmula es W= (x- h) (x² + a)(a² + y), donde h es la temperatura.
 - A) θ^1
- B) θ^3
- C) θ_3
- D) θ^7
- E) θ^9

https://youtu.be/sgInpsL-ZNo

- 9. En una ecuación dimensionalmente correcta, $P = \frac{R}{A}V^{-y}W^{x}A$, hallar E = x 3y, donde P es la presión, R es la fuerza, V es el volumen y W es el trabajo.
 - A) 0
- B) 2
- C) -2

- D) 4
- E) -4

https://youtu.be/FbajHiitao4

- **10.** Determinar la dimensión de E en la ecuación homogénea:
 - $P. Q = \frac{\{Wv-AE\}\log 8}{E(F+Q)}$, donde se encuentran las variables como peso

- (P), trabajo (W), velocidad (v), caudal (Q) y aceleración (A).
- A) $ML^{3}T^{-1}$
- B) ML^2T^1
- C) ML^2T^{-1}
- D) $ML^{-2}T^{-1}$
- E) $ML^{-2}T^1$

https://youtu.be/kYIYlcdMBsA

- 11. Si la siguiente ecuación es dimensionalmente correcta: $F = kvA_0 + \frac{m^{\frac{1}{2}}v_oB}{x+c}$, donde F: fuerza, v_o y v : velocidad, A_o : área, m: masa y x: distancia, determinar las dimensiones de k y B
 - A) $ML^{-1}T^{-1}$; $M^{-\frac{1}{2}}LT^{-1}$
 - B) $ML^{-2}T^{-1}$; $M^{\frac{1}{2}}LT^{-1}$
 - C) $ML^{-3}T^{-1}$; $M^{\frac{1}{2}}LT^{-2}$
 - D) $ML^{-2}T^1$; $M^{\frac{1}{2}}LT^1$
 - E) ML^2T^1 ; $M^{\frac{1}{2}}LT^1$

https://youtu.be/EqhAePZP8NA

- 12. El momento de inercia de un sistema se expresa $I = \sqrt{12} m \left\{ \frac{(R_n Sen\theta_n)^x (R_{n-1} Sen\theta_{n-1})^w}{(R_n Cos\theta_n)^z + (R_{n-1} cos\theta_{n-1})^y} \right\}$, donde m: masa, $R_n \ y \ R_{n-1}$: radio, $\theta_n \ y \ \theta_{n-1}$: y la unidad de medida del momento de inercia está dado en kg. m^2 , determinar el valor de la expresión $F = (x y)^{(w-z)}$.
 - A) -4
- B) -2
- C) 0

- D) 2
- E) 4

https://youtu.be/LnDHCJP52LA

- 13. Determinar el valor de x + y.en la expresión de energía cinética de translación $E = \frac{m^x v^y}{2}$, donde se encuentran inmersos las variables como masa (m) y rapidez lineal (v).
 - A) 0
 - B) 1 C) 2
 - D) 3
- E) 4

https://youtu.be/eeGakd-fLPw

- 14. Obtener la expresión para la potencia (P) requerida por la hélice mayor de un helicóptero en función de variables como radio (R), velocidad angular (w), densidad del aire (p) y una constante numérica (2π) .
 - A) $2\pi\rho w^{-3}R^{-5}$ B) $2\pi\rho w^{3}R^{5}$
 - C) $2\pi\rho w^{-3}R^5$ D) $2\pi\rho w^3R^{-5}$
 - E) $2\pi\rho w^5R^3$

https://youtu.be/kQ7LOJnARRs

- **15.** Determinar la dimensión de la permeabilidad magnética del vacío (μ_0) en la ecuación de velocidad de propagación de ondas electromagnéticas $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$, donde ϵ_0 es permitividad eléctrica del vacío.
 - A) $MLT^{-2}I^{-2}$
- B) MLT^2I^{-2}
- C) $MLT^{-2}I^2$
- D) MLT^2I^2
- E) $LMT^{-3}I^{-2}$

https://youtu.be/b0B95MH2HCQ

16. Determinar la dimensión de E en la ecuación de energía para medir un líquido $E = \left(h + \frac{P}{v} + \frac{v^2}{2\sigma}\right)W$, donde

- se encuentran las variables como altura (h), presión (P), peso específico (γ), velocidad (v), gravedad (g) y peso (W).
- A) ML^2T^2
- B) ML^2T^{-2}
- C) $ML^{-2}T^{-2}$
- D) $ML^{-2}T^2$
- E) ML^2T^{-1}

https://youtu.be/AoWyLDQfngl

- 17. Hallar la dimensión de K en la ecuación dimensionalmente correcta $gP = \frac{4\pi sen53^{\circ}F}{KV}$, donde se encuentran inmersos las variables como potencia (P), fuerza (F), volumen (V) y gravedad (g).
- A) $L^{-5}T^3$ B) L^5T^3 C) $L^{-5}T^{-3}$ D) L^5T^{-3}
- E) $L^{-3}T^{5}$

https://youtu.be/6WUcxHmlSm4

18. La ecuación:

 $P = \sqrt{z(h-z)} \left(\frac{y}{z} + \log(x)\right) (y + A)$ es dimensionalmente correcta, determinar la ecuación dimensional de P, donde h es altura.

- A) L^{-1}
- B) L⁻³
- $C) L_3$

- D) L^{-2}
- E) L²

https://youtu.be/cXfMfFBcpGA

19. Se establece que la ecuación:

 $PE = (ERU)^{UNJ} es$ dimensionalmente homogénea; determinar la dimensión de J, donde se encuentran las variables como presión (P), peso (E), área (U), energía (N) y volumen (R).

- A) $M^{-1}L^4T^2$ B) $M^1L^{-4}T^2$
- C) $M^{-1}L^{-4}T^{-2}$ D) $M^{-1}L^{-4}T^{2}$
- E) $M^{-1}L^4T^{-2}$

https://youtu.be/mq5SIOZUyCc

- 20. Hallar la ecuación dimensional de la potencia en el sistema internacional de unidades.
 - A) MLT^{-2}
- B) ML^2T^{-3}
- C) ML^2T^{-2}
- D) M^2LT^{-3}
- E) L^2T^{-3}

https://youtu.be/2TNskavCg3w

21. Siendo la siguiente expresión dimensionalmente correcta:

 $A = \frac{W^2 sen}{m(B^2 + S^2)}$; donde W= trabajo, m = masa, y S = área. ¿Cuáles son las dimensiones de A y B?

- A) MT^{-4} ; L^2
- B) L; M^3T^{-4}
- C) L^2 ; T^{-2}
- D) L; MT⁻²
- E) $L^2: L^{-2}T^{-2}$

https://youtu.be/Scxb4qKfAxY

- 22. Identificar cuál de las magnitudes mencionadas es fundamental en el sistema internacional de unidades.
- B) Temperatura
- C) Aceleración
- D) Densidad
- E) Volumen

https://youtu.be/9Ap4JB1cSgo

23. Determinar a qué magnitud física representa "P" en la fórmula $P = \frac{m.v^{sec60^{\circ}}}{3\pi R}$, donde se encuentran las variables como masa (m), velocidad (v) y radio (R).

- A) Presión
- B) Potencia
- C) Velocidad
- D) Fuerza
- E) Densidad

https://youtu.be/7TiPDpsEdtA

24. Encontrar el valor de α en la ecuación:

> $(D^2 - E^3)^{\frac{1}{3}} = Sec60^{\circ}. DE^{\cos \alpha}$, si es dimensionalmente correcta.

- A) 60° B) 90° C) 120°
- D) 150° E) 180°

https://youtu.be/9-InQK-u9ww

25. Encontrar las dimensiones de "R" en dimensionalmente expresión homogénea:

R. sen30° = $\frac{(5A\cos 30^\circ)^{\sin 30^\circ}}{H}$, donde están inmersos las variables como área (A) y altura (H).

- A) L^2
- B) L
- C) L⁻¹

- C) 1
- C) $L^{1/2}$

https://youtu.be/LnanRyRmLd4

26. En la ecuación:

 $ABx = 5C. \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi A}{Bv}\right)$, donde encuentran inmersos las variables como potencia (A), velocidad (B) y trabajo (C), determinar la dimensión de [xy].

- A) **M**
- B) ML
- C) MLT
- D) $ML^{-1}T$
- $E) MLT^{-2}$

https://youtu.be/IKwwS-jU8iM

- 27. En la fórmula $A = BC + DE^{Bt}$, donde se encuentran las variables como velocidad (C) y tiempo (t), calcular las dimensiones de "A".
 - A) L
- $B) LT^{-2}$
- C) LT

- D) L^2T
- E) L^2T^{-1}

https://youtu.be/j5czUNSNrEE

- 28. Determinar las unidades de "A" en la expresión : $A = \frac{4\pi^2 L^2 (L-b) \cos \cos \theta}{t^2 a}$, donde se encuentran inmersos las variables como longitud (L), tiempo (t) y área (a).
 - A) m/s^2
- B) m^2/s C) m^2/s^2
- \dot{D}) m⁴/s³
- E) m⁻¹

https://youtu.be/0g5eMXV0MRc

- 29. Se solicita determinar la expresión dimensional de "y" en la ecuación: $y. \log 2 = \frac{(h-3w)^2(P+5k)}{\alpha-c}, \text{ donde se encuentran variables como altura (h), presión (P) y aceleración angular (<math>\alpha$).
 - A) M^2L
- B) ML³
- $C) M^3L$

- $\stackrel{'}{D}$) M^2L^2
- E) ML

https://youtu.be/m8qB1U3KghE

- 30. Encontrar la fórmula física para la aceleración de un movimiento armónico simple, considerando que experimentalmente depende de una constante "4π²", la frecuencia (f) y la longitud (x).
 - A) $4\pi^2$ fx
- B) $4\pi^2 fx^2$
- C) $4\pi^{2}f^{2}x$
- D) $4\pi^2 f^{-2}x$
- E) $4\pi^2 f x^{-2}$

https://youtu.be/kyn47VF5yC8

- 31. Se muestra una ecuación homogénea en donde B y C son magnitudes desconocidas, D es densidad. Hállese la ecuación dimensional de "S" en:
 A^{tgθ} = B^{cosθ} + C^{SDSenθ}
 - A) $M^{-1}L^{3}$
- B) M^3L
- C) M^3L^3

- D) ML
- E) M^3L^{-1}

https://youtu.be/4rMhfJR0j-U

- 32. Se menciona una expresión física dimensionalmente homogénea Z = A sen(ax²+bx+c), donde "x" se mide en metros y "A" en m/s. Hallar las dimensiones de Za/bc.
 - A) L^{-1} B) T^{-1}
 - C) LT^{-1} D) $L^{-1}T$
 - E) $L^{-1}T^2$

https://youtu.be/Rfvd6DBhq7M

33. En la expression:

 $\frac{P(m^2-n^2)^{1/2}}{b_1^3-b_2^3} = \frac{E(t+\frac{f}{Q})^2}{(d_1-d_2)^2K} + \frac{hf}{(m+d_1)^2},$ donde se muestran las variables como masa (m), tiempo (t), altura (h), frecuencia (f), energía (E), aceleración (b₁), etc., determinar las ecuaciones dimensionales de "P" y "Q".

- A) $M^{-3}L^4T^{-7}$; T^{-2}
- B) $M^{-3}L^4T^{-5}$; T^{-2}
- C) $M^{-3}LT^{-3}$; L^2
- D) $M^{-3}L^4T^{-6}$; T^2
- E) $M^{-3}L^4T^{-6}$; T^{-1}

https://youtu.be/wReCZlpGjsw

34. En la expresión:
$$P = \sqrt{\frac{c^2}{\sqrt{\frac{c^2}{\sqrt{c^2 ...\infty}}}}} + \frac{F}{A}$$
,

donde se mencionan la presión (P), superficie (A), fuerza (F), encontrar la dimensión de "c".

A)
$$ML^{-3}T^{-3/2}$$
 B) $M^{3/2}L^{-1}T^{-1/2}$

$$C)M^{-1}L^{-3}T^{-1}$$
 D) $M^{3/2}L^{-3/2}T^{-3}$

E)
$$M^3L^{-3}T^{-2}$$

https://youtu.be/TaP6fW5UW1E

35. En la expression:

$$\frac{V^2}{f^2} = \frac{BR^3}{2F} \left(\sqrt[3]{m_1^3 + m_2^3} + m_3 \right)^3, \text{ determinar la dimensión de "B" si se conocen las variables V (volumen), f (frecuencia), F (fuerza), R (radio), m_1 , m_2 , y m_3 (masas).$$

A)
$$M^2L^3$$

B)
$$M^{-3}L^{2}$$

C)
$$M^{-2}L^4$$

D)
$$M^2L^{-3}$$

$$E) M^{-2}L$$

https://youtu.be/j0zJRjG_CP0

36. Para la expresión es dimensionalmente homogénea:

 $K = GM^{(x+y)}L^{(z+x)}T^{(y+z)} +$ $\ln \ln 3 M^{(6-2x)} L^{(6-2y)} T^{(6-2z)}$, determinar la ecuación dimensional de "K".

- $\begin{array}{ll} {\rm A)} \ M^2L^{-6}T^{-3} & {\rm B)} \ M^3L^3T^3 \\ {\rm C)} \ M^{-2}L^{-6}T^{-2} & {\rm D)} \ M^2L^{-2}T^{-4} \end{array}$
- E) $M^6L^{-6}T^{-4}$

https://youtu.be/6Jn8tVk7NAs

37. Se presenta la ecuación:

 $4x^{4sen30^{\circ}} = \frac{3m^2 Pe^{PQSen\theta}}{AQsen(\theta+36^{\circ})}$, donde se mencionan variables como masa (m), presión (P), área (A) y base de logaritmos neperianos (e). Encontrar la ecuación dimensional de "X".

- B) $M^{-2}LT^2$ A) M^2LT^2
- C) $M^2L^{-1}T^{-2}$ D) $M^{-2}L^{-1}T^2$
- E) $M^2L^{-2}T^{-2}$

https://youtu.be/3uWfuH4fJsk

38. La presión hidrostática en un punto dentro de un líquido depende de la densidad del líquido, la aceleración gravitacional y la profundidad a la que se encuentra el punto. Además, está influenciada por una constante adimensional λ. Encuentre la expresión que describe la presión hidrostática en función de estos factores.

- A) $\lambda \rho g h^2$
- B) λρgh
- C) $\lambda \rho^2 gh^2$
- D) $\lambda \rho g^{-1} h^2$
- E) $\lambda \rho g^2 h^{-2}$

https://youtu.be/xAOHu6OCfRY

39. Se plantea la ecuación de energía de un fluido circulante en una tubería: $E = V^{\alpha}(P^{\beta} + \frac{1}{2}\rho^{\gamma}v^{\delta})$, donde V representa el volumen, P es la presión, p es la densidad y v es la rapidez. Determinar el valor de $\alpha+\beta+\gamma+\delta$

- A) 5
- B) 4
- C) 3

- D) 2
- E) 0

https://youtu.be/3f2XESGlz4g

- **40.** Si la presión ejercida por un fluido se expresa mediante la fórmula P = $\lambda Q^{x} \rho^{y} a^{z}$, donde λ es una constante adimensional, o es la densidad, a es el área y Q es el caudal, determinar la expresión correcta de la presión.
 - A) $\lambda \frac{Q^2 \rho^2}{a^2}$ B) $\lambda \frac{Q^2 \rho}{a}$ C) $\lambda \frac{Q \rho}{a}$
- D) $\lambda \frac{Q\rho^2}{a}$ E) $\lambda \frac{Q^2\rho}{a^2}$

https://youtu.be/BMeR0R2Hp0o

41. Si la siguiente expresión,

 $\pi t^2 a = \frac{a}{v^2} \left(k \log \left(n + \frac{vt}{a} \right) + \frac{nyR}{P} \right)$, es dimensionalmente homogénea, requiere determinar la ecuación dimensional de "y". Donde: t es el tiempo, R es el radio, a es la aceleración, P es la potencia y v es la velocidad.

- A) ML^3T^{-5}
- B) ML^2T^{-5}
- C) $ML^{-3}T^5$
- D) $ML^{-2}T^{5}$
- E) ML^5T^{-5}

https://youtu.be/O3Ei1kSM5bA

- **42.** Se plantea la fórmula $f = \frac{1}{1} \sqrt{\frac{P}{50}}$ donde se muestran las variables como frecuencia (f), peso (P), densidad (ρ) y longitud (1). Verificar si esta fórmula es dimensionalmente correcta.
 - A) Correcto
 - B) Incorrecto
 - C) Falta de datos
 - D) Falta el tiempo
 - E) N.A

https://youtu.be/jZ6qm6Azofw

43. La ecuación que define la aceleración de una partícula es:

> $a = w^{\alpha}A^{\beta}\cos(\omega t + \phi)$, donde representa el tiempo, y A es la amplitud. Determinar la diferencia entre α y β en esta ecuación.

- A) -1
- B) 1
- C) 2

- D) -2
- E) 3

https://youtu.be/Jn4WyZ8HqwY

44. Determinar la dimensión de "U" para que la siguiente expresión física sea dimensionalmente correcta.

 $B^2=3U.N.J.cos(\alpha+45^\circ)$, donde: B=fuerza, N= trabajo, J= potencia.

- A) L^2T^{-1}
- B) M L³ T⁻¹
- C) L⁻² T
- D) MLT⁻¹
- E) L-2T3

https://youtu.be/zZYc8eYFj9I

- **45.** En la siguiente ecuación dimensionalmente correcta $R = \frac{P^3 Q^2}{A}$, calcular el valor de la dimensión de "R", donde: P=potencia, Q= diámetro y A= área.
 - A) $M^3L^6 T^{-9}$
- B) $M^4 L^3 T^{-9}$
- C) $M^4L^6T^6$
- D) MLT⁻¹
- E) $M^3L^6T^9$

https://youtu.be/AdNObWI2rzU

46. En la ecuación:

 $E = \sqrt{mvx + \sqrt{mvx + \sqrt{mvx + \dots \infty}}},$

donde se mencionan la masa (m) y velocidad (v), se busca determinar la ecuación dimensional de "x".

- A) $M^2L^{-6}T^{-3}$ B) $M^3L^{-2}T^{-1}$

- C) $M^{-1}L^{-1}T$ D) $M^2L^{-2}T^{-2}$
- E) $M^6L^{-6}T^{-4}$

https://youtu.be/At2PSHilA2w

47. Encontrar la dimensión de "b" en la expresión dimensionalmente cor-

 $\text{recta:} \qquad \frac{Pv^2}{\rho g} = \sqrt[3]{b^2\sqrt[3]{b^2\sqrt[3]{b^2.\dots\infty}}},$

donde P representa la presión, v es la velocidad, ϱ es la densidad y g es la gravedad.

- A) $L^{-2}T^2$
- B) $L^{3}T^{-2}$
- C) ML^3T^2
- D) LT^{-2}
- $E) ML^{-3}T^2$

https://youtu.be/WGz3-81QZSw

- 48. En la expresión homogénea F = λA^xB^yC^z, donde F representa la fuerza, λ es un número adimensional, C es la velocidad, [A] tiene dimensiones de L⁻¹MT⁻¹ y B representa la longitud, encontrar el valor de la suma x + y + z en esta ecuación.
 - A)1
- B) 2
- C) 3

- D) 4
- E) 5

https://youtu.be/-y4rAv2lYQ4

49. Dada la expresión dimensionalmente correcta: $C = \frac{\sqrt[3]{V + k\sqrt{A + Bht}}}{B^2 A}$, donde V representa el volumen, A el área, h la

longitud y t el tiempo. Determinar la ecuación dimensional de B.C.

- A) $L^{3}T^{-2}$
- B) MT⁻¹
- C) L^2T^{-2}
- D) $L^{-2}T$
- $\stackrel{\cdot}{E}$) $L^{-2}T$

https://youtu.be/NWcAv8tqnVI

50. La siguiente ecuación es dimensionalmente correcta y homogénea: $RF = \left[\frac{PA^2}{COS37^{\circ}M}\right]^{\pi sen45^{\circ}}$, donde F: frecuen-

cia, P: potencia, A: área Y M: masa, ¿Qué magnitud representa R?

- A) $L^6 T^{-3}$
- B) $L^{3}T^{-2}$
- C) L^6T^{-2}
- $D)L^{4}T^{-3}$
- E) M^6T^{-2}

https://youtu.be/cHeONekDcvY

Alternativas

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
В	D	В	Е	Е	Α	Α	В	C	С
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
С	Е	D	В	Α	В	Α	Е	D	В
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Α	В	D	С	С	Α	В	Α	Е	С
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Α	В	Α	D	С	В	Е	В	Α	Е
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Α	В	В	С	Α	С	В	С	D	С

2 ANÁLISIS VECTORIAL

Vector

Es un segmento de recta orientado, que sirve para representar las magnitudes vectoriales.

Elementos de un vector

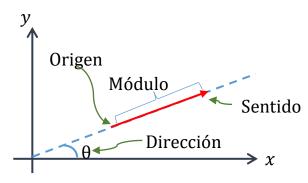
Son las características que lo definen y permiten su representación y manipulación, los cuales se detallan a continuación:

- ➤ Magnitud, módulo o intensidad: Es la medida o valor numérico del vector, gráficamente está representado por la longitud, tomado o medida del vector a cierta escala.
- ➤ Dirección: Está representado gráficamente por la recta que contiene al vector. Para identificarlo es necesario indicar el ángulo que forma con una o más rectas de referencia, según sea el caso en el plano o en el espacio.
- ➤ Sentido: Es la orientación específica del vector dentro de su dirección y gráficamente está dado por la cabeza o punta flecha del vector.
- ➤ Punto de aplicación u origen: Es cualquier punto en el espacio desde el cual se mide o se toma como referencia el vector.

Símbolo de un vector

El símbolo utilizado para representar un vector generalmente es una letra con una flecha encima, como " \vec{A} " o " \vec{B} ", para indicar que se trata de un vector, además, pueden tener subíndices o superíndices para distinguir diferentes componentes o características del vector, quiere decir que puede variar dependiendo del contexto y la convención utilizada en un campo específico de estudio.

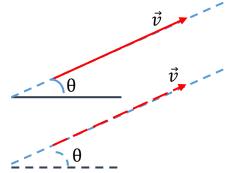
Presentación gráfica de un vector



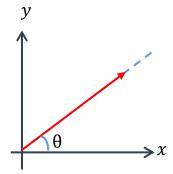
Tipos de vectores

Existen diferentes tipos que se clasifican según sus características y propiedades, a continuación, se presentan algunos de los tipos más comunes:

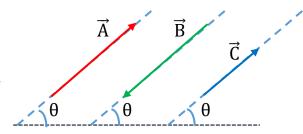
➤ Vectores libres o deslizantes: Son aquellos vectores que se pueden desplazar libremente a lo largo de su línea de acción o hacia rectas paralelas sin estar sujetos a ningún punto de aplicación específico, siempre que su magnitud, dirección y sentido se mantengan intacta. Ejemplo: velocidad, aceleración, velocidad angular, etc.



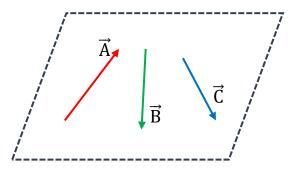
➤ **Vectores fijos:** Son aquellos vectores que tienen un punto de aplicación fijo y no se le puede mover sin modificar las condiciones del problema. Ejemplo: fuerza, desplazamiento, etc.



➤ Vectores paralelos: Dos o más vectores son paralelos si se encuentran sobre líneas de acción paralela y tienen la misma dirección, pero no siempre el mismo módulo y sentido.



➤ Vectores Coplanares: Dos o más vectores son coplanares, cuando las líneas de acción que los contienen están en un mismo plano.



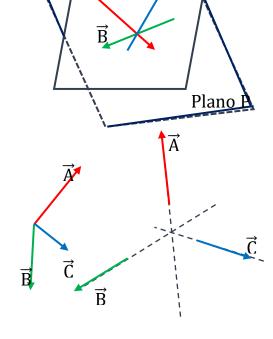
➤ Vectores no Coplanares: Cuando los vectores se encuentran en planos diferentes.

 $\vec{A} \in Plano P$

 $\vec{B} \in Plano P$

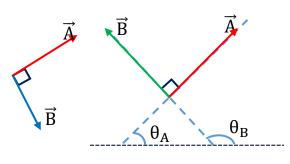
 $\vec{C} \in \text{Plano } Q$

➤ Vectores Concurrentes: Son aquellos vectores que tienen un origen en común o al extrapolar sus líneas de acción o directrices se cortan en el mismo punto.

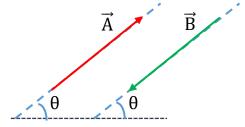


Plano (

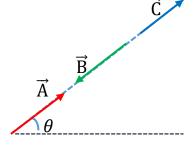
Vectores ortogonales: Los vectores se consideran ortogonales cuando las líneas de acción de los vectores forman un ángulo recto entre sí o cuando su producto escalar es igual a cero. Además, una propiedad importante de los vectores ortogonales es que el producto de las tangentes de los ángulos formados por cada vector con una tercera referencia es igual a -1, es decir, $tg\theta_A$. $tg\theta_B$ =-1



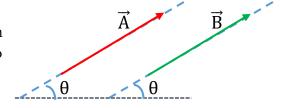
Vectores opuestos: Son vectores que tienen la misma magnitud y dirección, pero sentidos opuestos. Además, la suma de dos vectores puestos resulta en un vector nulo.



➤ Vectores Colineales: Son vectores que se encuentran sobre una misma línea de acción; por lo tanto, tienen la misma dirección, pero no siempre el mismo sentido ni módulo.

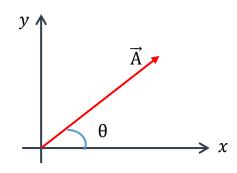


➤ Vectores iguales o equivalentes: Son aquellos vectores que tienen el mismo módulo, dirección y sentido.



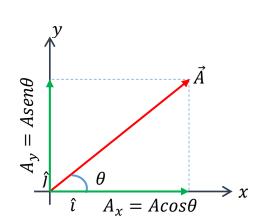
Vector en el plano cartesiano

Es aquel vector que se encuentra en un sistema de coordenadas bidimensional compuesto por los ejes "x" e "y" u otros ejes, para el primer caso a la coordenada "x" se le denomina abscisa, y a la coordenada "y" se le denomina ordenada. Estas coordenadas definen la posición y dirección del vector en el plano cartesiano, permitiendo representar magnitudes con componentes tanto en el eje "x" como en el eje "y", tal como se muestra.



Descomposición rectangular de un vector

La descomposición rectangular de un vector es el proceso de expresar un vector en términos de sus componentes en los ejes coordenados x e y, quiere decir que un vector puede ser descompuesto como la suma de dos vectores, uno en la dirección del eje x (componente x) y otro en la dirección del eje y (componente y), por ejemplo, si definimos al vector A:



$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j}$$
 o se puede usar como par ordenado $\vec{A} = (A_x, A_y)$.

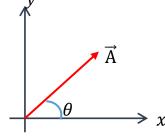
Módulo de
$$|\vec{A}| = \sqrt{{A_x}^2 + {A_y}^2}$$
.

La dirección se define teniendo en cuenta el ángulo que forma el vector con el eje "x" tg $\theta=\frac{A_y}{A_v}$

Vector unitario

Un vector unitario es aquel que tiene una magnitud de 1 y son útiles para describir la dirección de otros vectores, así como para descomponer un vector en sus componentes direccionales y de esta manera simplificar cálculos vectoriales. En un sistema de coordenadas tridimensional, existen tres vectores unitarios principales denotados como \hat{i} , \hat{j} , \hat{k} , que representan las direcciones positivas de los ejes x, y y z, respectivamente.

Un vector unitario se obtiene dividiendo un vector dado por su magnitud para obtener una dirección específica. Por ejemplo en gráfica tenemos un vector \vec{A} , su vector unitario correspondiente, denotado como $\hat{\mu}_A$, se calcula como:



$$\hat{\mu}_{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

Operaciones vectoriales

Por ser elementos matemáticos, se pueden sumar, restar y multiplicar, pero no se pueden dividir. Las operaciones vectoriales más comunes son:

Adición de Vectores

La suma vectorial, también conocida como resultante, es la operación que se realiza con un conjunto de vectores que representan una única magnitud física y que tienen las mismas unidades de medida. Esta operación permite obtener un vector resultante que representa la combinación de todos los vectores involucrados. Ejemplo:

Determinar la resultante de los vectores: $\vec{A} = (A_x \hat{\imath} + A_y \hat{\jmath} + A_z \hat{k})$ y $\vec{B} = (B_x \hat{\imath} + B_y \hat{\jmath} + B_z \hat{k})$, teniendo la certeza que ambos representan a una misma magnitud.

$$\vec{A} + \vec{B} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) + (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k})$$

$$\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x)\hat{i} + (A_Y + B_Y)\hat{j} + (A_Z + B_Z)\hat{k}$$

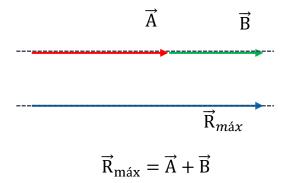
Propiedades de la suma de vectores

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$
 (Ley conmutativa)
 $n(\vec{A} + \vec{B}) = n\vec{A} + n\vec{B}$. Si $n \in R$ (Ley distributiva)

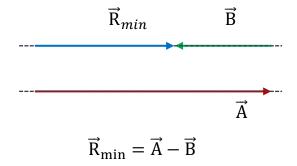
Resultante de vectores paralelos

La resultante de vectores paralelos se refiere a la suma o resta de vectores que tienen la misma dirección de igual o sentidos opuestos.

➤ Resultante máxima: Es una operación vectorial en la que se suman dos o más vectores que tienen la misma dirección y sentido, o cuando forman un ángulo de 0 grados entre sí. En este caso, la magnitud del vector es la suma de las magnitudes de los vectores individuales, y su dirección y sentido son los mismos que los de los vectores sumados.



➤ Resultante mínimo: Se da cuando dos o más vectores tienen la misma dirección, pero en sentidos opuestos, o cuando forman un ángulo de 180 grados entre sí. En este caso, la magnitud de la resultante será igual a la diferencia de las magnitudes de los vectores individuales y su sentido está determinado por el vector de mayor magnitud.



Resultante de vectores no paralelos

La adición y sustracción de vectores no paralelos requiere considerar tanto la magnitud como la dirección de los vectores, y se puede utilizar el método gráfico o analítico para realizar estas operaciones.

Método gráfico

La adición y sustracción de vectores no paralelos utilizando el método gráfico permite visualizar de manera geométrica la adición y sustracción de vectores, proporcionando una representación clara de la resultante, y son los siguientes:

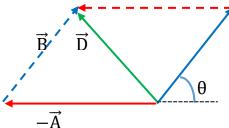
➤ Método del paralelogramo: Se utiliza para sumar vectores de dos en dos, para ello se coloca el origen de uno de los vectores en el extremo del otro vector y se traza un nuevo vector desde el origen del primer vector hasta el extremo del segundo vector. Este nuevo vector es la suma de los dos vectores originales y se conoce como la resultante.

ta el origen otro vector del primer ector. Este tores origi-
$$\theta$$

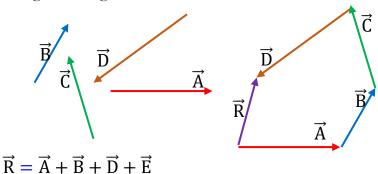
$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

Para el caso de la diferencia de vectores, se cambia el sentido de uno de los vectores, como se indica en la figura. Luego, se sigue el mismo procedimiento que para la suma.

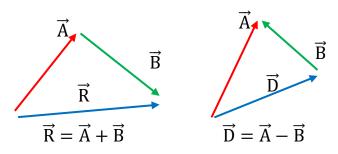
$$\vec{D} = \vec{B} - \vec{A}$$



Método del polígono: Se utiliza para encontrar la resultante de tres o más vectores sin necesidad de agruparlos de dos en dos. Para aplicar este método, los vectores se ordenan uno después del otro y la resultante se obtiene trazando una línea desde el origen del primer vector hasta el extremo final del último vector, tal como se muestra en la siguiente figura.



Método del triángulo: Este método es una simplificación del método del paralelogramo y consiste en formar un triángulo con los vectores dados, al colocarlos uno a continuación del otro, en el caso de existir solo dos vectores la resultante se obtiene uniendo el origen del primer, con el extremo final del Segundo vector, tal como se muestra a continuación.



Método analítico

Este método se basa en las propiedades de la suma y la resta de números reales y se aplica de manera directa a las componentes vectoriales, y son:

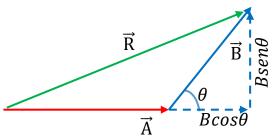
Ley de los cosenos: También conocida como el teorema del coseno o teorema de Al-Kashi, la ley de los cosenos es una generalización del teorema de Pitágoras y se utiliza para determinar la parte faltante de un triángulo oblicuo cuando se conocen los otros dos lados y el ángulo entre ellos.

Para la suma de vectores:

Para la suma de vectores:

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

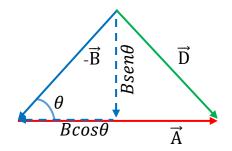
 $\vec{R} = A_x \hat{i} + (B_x \hat{i} + B_y \hat{i})$
 $R = \sqrt{(A + B\cos\theta)^2 + (B\sin\theta)^2}$
 $R = \sqrt{A^2 + 2AB\cos\theta + B^2\cos^2\theta + B^2\sin^2\theta}$
 $R = \sqrt{A^2 + 2AB\cos\theta + B^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta)}$
 $R = \sqrt{A^2 + 2AB\cos\theta + B^2}$



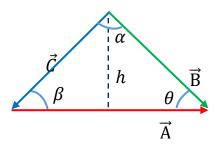
Para la diferencia de vectores:

$$\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$$

$$\begin{split} \overrightarrow{D} &= A_x \hat{\imath} - \left(B_x \hat{\imath} + B_y \hat{\jmath} \right) \\ \overrightarrow{D} &= (A_x - B_x) \hat{\imath} - B_y \hat{\jmath} \\ R &= \sqrt{(A - B \cos \theta)^2 + (B \sin \theta)^2} \\ R &= \sqrt{A^2 - 2AB \cos \theta + B^2 \cos^2 \theta + B^2 \sin^2 \theta} \\ R &= \sqrt{A^2 - 2AB \cos \theta + B^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)} \\ R &= \sqrt{A^2 - 2AB \cos \theta + B^2} \end{split}$$



Ley de los senos: Establece que, en un triángulo, la longitud de cada lado está directamente relacionada con el seno del ángulo opuesto a ese lado. Esta relación se puede expresar de la siguiente manera:



$$|\vec{B}|$$
sen $\theta = |\vec{c}|$ sen β

Igualando la ecuación 1 y 2 se tiene

∴ se cumple que:

$$\frac{|\vec{A}|}{\text{sen}\alpha} = \frac{|\vec{B}|}{\text{sen}\beta} = \frac{|\vec{C}|}{\text{sen}\theta}$$

Multiplicación de un vector por un escalar

Cuando se multiplica un vector \overrightarrow{A} por un escalar k, se obtiene un nuevo vector cuya dirección es la misma que la de \overrightarrow{A} y el sentido depende del signo de k., tal como se muestra.

$$\overrightarrow{B} = 2\overrightarrow{A}$$

$$\overrightarrow{C} = -2\overrightarrow{A}$$

En algunos casos, el escalar puede ser una magnitud física con unidades de medida.

Propiedades:

No se cumple la ley conmutativa:
$$\vec{A} - \vec{B} = -(\vec{B} - \vec{A})$$

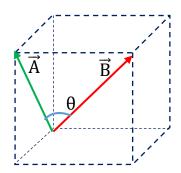
No se cumple la ley asociativa: $\vec{A} - (\vec{B} - \vec{C}) = (\vec{A} - \vec{B}) + \vec{C}$
 $n(\vec{A} - \vec{B}) = n\vec{B} - n\vec{A}$; Si $n \in R$
Si $\vec{A} \perp \vec{B} \Rightarrow |\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A} - \vec{B}|$

Producto escalar o producto punto

El producto escalar, también conocido como producto interno, es la multiplicación de dos vectores que resulta en un escalar, así mismo se aplican las siguientes propiedades a la multiplicación de los vectores unitarios de las coordenadas x, y, z: \hat{i} . \hat{i} = 1, \hat{j} . \hat{j} = 1, \hat{k} . \hat{k} = 1, y el producto de dos vectores unitarios diferentes es igual a cero. Además se define como \vec{A} . \vec{B} = ABcos θ , donde θ el ángulo entre el origen de los dos vectores.

Ejemplo: hallar \vec{A} . \vec{B}

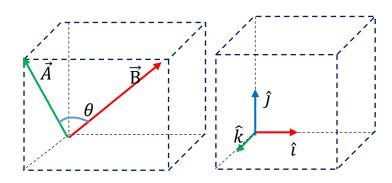
$$\begin{split} \vec{A} &= A_x \hat{\mathbf{i}} + A_y \hat{\mathbf{j}} + A_z \hat{\mathbf{k}} \\ \vec{B} &= B_x \hat{\mathbf{i}} + B_y \hat{\mathbf{j}} + B_z \hat{\mathbf{k}} \\ \vec{A} \cdot \vec{B} &= \left(A_x \hat{\mathbf{i}} + A_y \hat{\mathbf{j}} + A_z \hat{\mathbf{k}} \right) \cdot \left(B_x \hat{\mathbf{i}} + B_y \hat{\mathbf{j}} + B_z \hat{\mathbf{k}} \right) \\ \vec{A} \cdot \vec{B} &= \left(A_x B_x \right) + \left(A_y B_y \right) + \left(A_z B_z \right) \end{split}$$



Nota: Dos vectores son perpendiculares u ortogonales si su producto escalar es igual a cero.

Producto vectorial de Gibbs

El producto vectorial de Gibbs, también conocido como producto cruz, es una operación binaria entre dos vectores en un espacio tridimensional, cuyo resultado de esta operación es un vector que es perpendicular a los vectores que se multiplican y; por lo tanto, es normal al plano que los contiene y su magnitud está dada por la fórmula $\vec{A} \cdot \vec{B} = A.Bsen\theta$, donde θ es el ángulo entre los dos vectores.



$$\vec{A} = A_x \hat{\imath} + A_y \hat{\jmath} + A_z \hat{k}$$

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

Para realizar el producto $\vec{A} \times \vec{B}$, se deben tener en cuenta las siguientes propiedades: $\hat{i} \times \hat{i} = 0$, $\hat{j} \times \hat{j} = 0$, $\hat{k} \times \hat{k} = 0$, y la combinación del producto de dos vectores unitarios diferentes cumple: $\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$, $\hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}$, $\hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$, $\hat{j} \times \hat{i} = -\hat{k}$, $\hat{k} \times \hat{j} = -\hat{i}$, $\hat{i} \times \hat{k} = -\hat{j}$

Ejemplo:

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \times (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k})$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y)\hat{i} + (A_z B_x - A_x B_z)\hat{j} + (A_x B_y - A_y B_x)\hat{k}$$

Esta expresión vectorial se puede también expresar mediante el siguiente determinante:

$$|\hat{i} \quad \hat{k} A_x A_y A_z B_x B_y B_z| = (A_y B_z - A_z B_y)\hat{i} + (A_z B_x - A_x B_z)\hat{j} + (A_x B_y - A_y B_x)\hat{k}$$

También se puedes expresar el producto vectorial como:

$$\vec{A} \times \vec{B} = AB\cos\theta \hat{\mu}$$
; donde $0 \le \theta \le \pi y |\vec{A} \times \vec{B}| = AB\sin\theta$

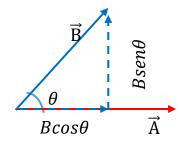
Nota: Dos vectores son paralelos si su producto vectorial es igual a cero.

Propiedades:

$$\overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B} = -(\overrightarrow{B} \times \overrightarrow{A})$$
 (No cumple la ley conmutativa)
 $\overrightarrow{A} \times (\overrightarrow{B} \pm \overrightarrow{C}) = \overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B} \pm \overrightarrow{A} \times \overrightarrow{C}$ (Ley asociativa)
 $n(\overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B}) = n\overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B} = \overrightarrow{A} \times n\overrightarrow{B}$, si $n \in$

Proyección escalar de un vector sobre otro

Cuando se tienen dos vectores, la proyección escalar se refiere a la longitud de la proyección de un vector sobre otro vector, lo cual permite determinar diferentes magnitudes. Para un análisis más detallado, observemos los siguientes vectores.



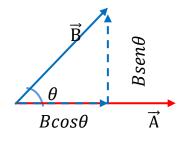
Para determinar la proyección del vector \vec{B} sobre el vector \vec{A} , trazamos una perpendicular desde el extremo del vector \vec{B} sobre el vector \vec{A} , como se muestra en la gráfica adjunta.

Proy.
$$\operatorname{esc}_{\overrightarrow{B}-\overrightarrow{A}} = \operatorname{Bcos}\theta = \frac{\overrightarrow{B}\,\overrightarrow{A}}{|\overrightarrow{A}|} = \overrightarrow{B}.\,\hat{\mu}_A$$

Proyección vectorial de un vector sobre otro

La proyección vectorial de un vector sobre otro es un vector que tiene una magnitud igual a la proyección escalar. Es decir, es el vector que representa la proyección ortogonal del vector \vec{B} sobre el eje que atraviesa el vector \vec{A} .

Proy.
$$\text{vect}_{\overrightarrow{B}-\overrightarrow{A}} = \text{Bcos}\theta \hat{\mu}_A = \left(\frac{\overrightarrow{B} \overrightarrow{A}}{|\overrightarrow{A}|}\right) \frac{\overrightarrow{A}}{|\overrightarrow{A}|} = \frac{(\overrightarrow{B} \overrightarrow{A})\overrightarrow{A}}{|\overrightarrow{A}|^2}$$



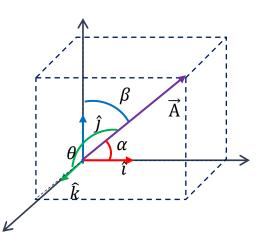
Vector en el espacio

Se define por tres componentes numéricas que representan las magnitudes de sus proyecciones en cada uno de los ejes coordenados (x, y, z), tal como se muestra a continuación:

En vector \overrightarrow{A} en el espacio puede expresarse de la siguiente forma:

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$
, siendo $A_x = A\cos\alpha$, $A_y = A\cos\beta$ y $A_z = A\cos\theta$

Módulo del vector:
$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$



Dirección: Para definir se necesita conocer por lo menos dos ángulos que hace el vector con los ejes, para ello se usan los cosenos directores.

$$\cos \alpha = \frac{A_x}{|\vec{A}|}, \cos \beta = \frac{A_y}{|\vec{A}|} y \cos \theta = \frac{A_z}{|\vec{A}|}$$

Para los ángulos directores se cumple que:

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\theta = 1$$

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

$$\vec{A} = A\cos\alpha\hat{i} + A\cos\beta\hat{j} + A\cos\theta\hat{k}$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{A^2 \cos^2 \alpha + A^2 \cos^2 \beta + A^2 \cos^2 \theta}$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{A^2(\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\theta)}$$

Producto triple

El producto triple, también conocido como producto mixto o producto escalar triple, es una operación matemática aplicada a tres vectores en el espacio tridimensional.

Dado tres vectores $\vec{A} = A_x \hat{\imath} + A_y \hat{\jmath} + A_z \hat{k}$, $\vec{B} = B_x \hat{\imath} + B_y \hat{\jmath} + B_z \hat{k}$ y $\vec{C} = c_x \hat{\imath} + c_y \hat{\jmath} + c_z \hat{k}$, el producto triple se representa como \vec{A} . $(\vec{B} \vec{x} \vec{C})$, donde \times denota el producto vectorial y denota el producto escalar.

El producto triple se calcula de la siguiente manera:

$$\vec{A}. (\vec{B} \times \vec{C}) = \begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix}$$

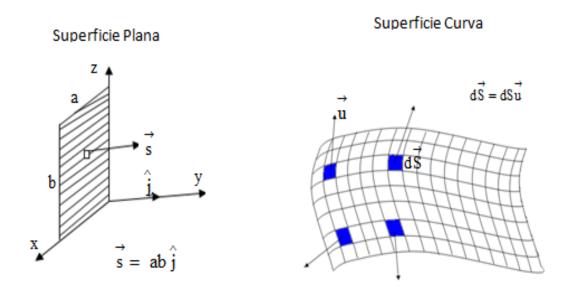
$$\overrightarrow{A}.\left(\overrightarrow{B}x\overrightarrow{C}\right) == A_x \left(B_y C_z - B_z C_y\right) - A_y \left(B_x C_z - B_z C_x\right) + A_z \left(B_x C_y - B_y C_x\right)$$

El resultado es un número real que representa el volumen del paralelepípedo formado por los tres vectores y el signo depende del orden en el que se toman los vectores, y su valor puede ser positivo, negativo o cero.

Vector superficie

El vector normal a una superficie puede ser representado de diferentes maneras, dependiendo del enfoque y la notación utilizada, en general, se denota como \vec{S} o \vec{s} y se describe mediante sus componentes en un sistema de coordenadas. La dirección del vector normal a la superficie puede determinarse utilizando métodos analíticos o geométricos, dependiendo de la información disponible sobre la superficie o utilizando la derivada parcial de una función que describe la superficie.

Es importante tener en cuenta que el vector normal a una superficie puede variar de punto a punto, ya que la superficie puede ser curva o tener cambios en su orientación, es decir, es un concepto local que se aplica en cada punto de la superficie.



Problemas resueltos

1. Calcule la suma de los siguientes vectores: $\vec{A}=3\hat{\imath}-13\hat{\jmath}-25\hat{k}, \vec{B}=5\hat{\imath}-7\hat{\jmath}$ y \vec{C} es un vector en el plano xy que forma un ángulo de 45° con el eje positivo de x, apunta hacia el origen y tiene una magnitud de 50 unidades. https://youtu.be/rfBCggTgoZg

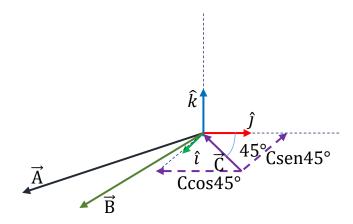
Solución

Identificación de datos y sus unidades de medida:

$$\vec{A} = 3\hat{i} - 13\hat{j} - 25\hat{k}; \ \vec{B} = 5\hat{i} - 7\hat{j} \ y \ \vec{C} = C_x \ \hat{i} + C_y \hat{j}$$

Ángulo que forma el vector \vec{C} con el eje positivo de x: 45° Módulo del vector \vec{C} : $|\vec{C}| = 50$

Representación gráfica del problema:



Identificación de la ecuación física adecuada:

Se utilizarán conceptos de vectores para calcular la resultante de los vectores.

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$$

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:
$$R = (3\hat{\imath} - 13\hat{\jmath} - 25\hat{k}) + (5\hat{\imath} - 7\hat{\jmath}) + (-50\cos45^{\circ}\,\hat{\imath} - 50\cos45^{\circ}\hat{\jmath})$$

$$\vec{R} = (3 + 5 - 50\cos 45^{\circ})\hat{i} + (-13-7-50\sin 45^{\circ})\hat{j}-25\hat{k}$$

$$\vec{R} = (8 - 50(0.7071))\hat{i} + (-20-7-50(0.7071))\hat{j}-25\hat{k}$$

$$\vec{R} = (8 - 35.355)\hat{i} + (-20-35.355)\hat{j}-25\hat{k}$$

$$\vec{R} = (8 - 35.355)\hat{i} + (-20-35.355)\hat{j} - 25\hat{k}$$

$$\mathbf{R} = -27.35\hat{\mathbf{i}}-55.35\hat{\mathbf{j}}-25.00\hat{\mathbf{k}}$$

Análisis de los resultados obtenidos:

El resultado obtenido tiene tres componentes, lo cual es coherente, ya que el vector \vec{A} se encuentra en el espacio.

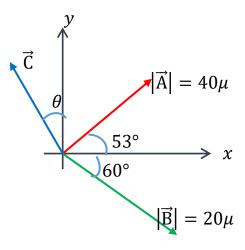
2. Si la suma de los vectores que se muestran en la figura es igual a cero, calcule el ángulo θ que el vector \vec{C} forma con el eje y. https://youtu.be/bigP5VxUJpM

Solución

Identificación de datos y sus unidades de medida:

Magnitud del vector A:
$$|\vec{A}| = 40\mu$$

Magnitud del vector B: $|\vec{B}| = 20\mu$



Identificación de la ecuación física adecuada:

Dado que la suma de los vectores A, B y C es igual a cero, podemos escribir la siguiente ecuación vectorial: $\overrightarrow{A} + \overrightarrow{B} + \overrightarrow{C} = 0$

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:
$$40(\cos 53^{\circ}\hat{1} + \sin 53^{\circ}\hat{j}) + 20(\cos 60^{\circ}\hat{1} - \sin 60^{\circ}\hat{j}) + C(-\cos \theta\hat{1} + \sin \theta\hat{j}) = 0$$
 $(40\cos 53^{\circ} + 20\cos 60^{\circ} - C\cos \theta)\hat{1} + (40\sin 53^{\circ} - 20\sin 60^{\circ} + +C\sin \theta)\hat{j} = 0$

Si la suma de los vectores es cero, se cumple que las componentes también deben ser cero.

Para x:
$$(40\cos 53^{\circ} + 20\cos 60^{\circ} - C\cos \theta) = 0$$

 $(40\frac{3}{5} + 20\frac{1}{2} - C\cos \theta) = 0$
 $C\cos \theta = 34.....(1)$
Para y: $(40\sin 53^{\circ} - 20\sin 60^{\circ} + +C\sin \theta) = 0$
 $(40\frac{4}{5} - 20\frac{\sqrt{3}}{2} + +C\sin \theta) = 0$

$$Csen\theta = -14.68...$$
 (2)

Dividiendo la ecuación 2 entre la ecuación 1 se tiene

$$\frac{\text{Csen}\theta}{\Theta \stackrel{\text{cos}\theta}{=}} = \frac{14.68}{34} \quad \text{tag}\theta = \frac{14.68}{34}$$

 $\theta = 23.35^{\circ}$

Análisis de los resultados obtenidos:

El ángulo θ que el vector \vec{C} forma con el eje y es aproximadamente 23.35°. Esto significa que el vector \vec{C} está inclinado en relación con el eje y en ese ángulo para que la suma de los vectores \vec{A} , \vec{B} y \vec{C} sea igual a cero.

3. Si se tiene los vectores $\vec{A} = 6\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + 2\hat{k}$, $\vec{B} = 3\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + \hat{k}$ y $\vec{C} = 5\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + 2\hat{k}$, calcule el producto triple siguiente: \vec{A} . $(\vec{B} \times \vec{C})$ https://voutu.be/HXrxdL0ULn8

Solución.

Identificación de datos y sus unidades de medida:

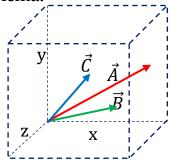
Vector:
$$\vec{A} = 6\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + 2\hat{k}$$

Vector:
$$\vec{B} = 3\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + \hat{k}$$

$$\underline{\underline{\text{Vector}}}: \underline{\underline{\vec{C}}} = 5\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + 2\hat{k}$$

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = ?$$

Representación gráfica del problema:



Identificación de la ecuación física adecuada:

El producto triple entre tres vectores A, B y C se define como el producto escalar entre uno de los vectores (en este caso A) y el producto vectorial

entre los otros dos vectores ($\vec{B} \times \vec{C}$). Matemáticamente:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{D}$$

$$\vec{D} = \vec{B} \times \vec{C}$$

Sustituyendo los datos y realizando

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \begin{vmatrix} 6 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

los cálculos en la ecuación:

$$\overrightarrow{A} \cdot (\overrightarrow{B} \times \overrightarrow{C}) = \begin{vmatrix} 6 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{A} \cdot (\overrightarrow{B} \times \overrightarrow{C}) = 6(4-3) - 3(6-5)$$

$$+ 2(9-10)$$

$$\overrightarrow{A} \cdot (\overrightarrow{B} \times \overrightarrow{C}) = 6 - 3 - 2$$

$$\overrightarrow{A} \cdot (\overrightarrow{B} \times \overrightarrow{C}) = 6 - 3 - 2$$

$$\overrightarrow{A}.(\overrightarrow{B}\times\overrightarrow{C})=1$$

Análisis de los resultados obtenidos:

El resultado obtenido es un número real que representa el volumen del paralelepípedo formado por los tres vectores y es 1u

4. Encontrar un vector de magnitud 15 que sea paralelo al plano descrito por la ecuación 3x + 4y + 5z = 10 y perpendicular al vector $\vec{B} = \hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$.

Solución.

Identificación de datos y sus unidades de medida:

$$3x + 4y + 5z = 10$$

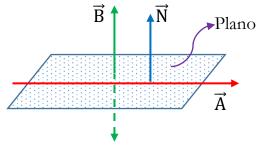
$$\vec{B} = \hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}.$$

Vector de magnitud 15=?

Representación gráfica del problema:

Suponiendo el vector de magnitud 15 paralelo al plano 3x + 4y + 5z = 10 y perpendicular al vector $\vec{B} = \hat{i} + 3\hat{j} +$

 $2\hat{k}$ sea de la forma $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$,



Identificación de la ecuación física adecuada:

De la gráfica se observa que se debe satisfacer lo siguiente:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$$

 $\vec{A} \cdot \vec{N} = 0$

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

Teniendo en cuenta que $\vec{N} = 3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$ es un vector normal al plano, se halla los productos escalares

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$$

$$(A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k})(\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + 2\hat{k}) = 0$$

$$(A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k})(\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}) = 0$$

$$A_x + 3A_v + 2A_z = 0 \dots (1)$$

$$\overrightarrow{A}. \overrightarrow{N} = 0$$

$$(A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}). (3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}) = 0$$

$$3A_x + 4A_v + 5A_z = 0 \dots (2)$$

Resolviendo la ecuación 1 y la ecuación 2

$$-3(A_x + 3A_v + 2A_z) = 0$$

$$3A_x + 4A_v + 5A_z = 0$$

$$-3A_x - 9A_y - 6A_z = 0$$

$$3A_{x} + 4A_{y} + 5A_{z} = 0$$

$$-5A_{y} - 1A_{z} = 0$$

$$A_{z} = -5A_{y}$$

$$-5(A_{x} + 3A_{y} + 2A_{z}) = 0$$

$$2(3A_{x} + 4A_{y} + 5A_{z}) = 0$$

$$-5A_{x} - 15A_{y} - 10A_{z} = 0$$

$$6A_{x} + 8A_{y} + 10A_{z} = 0$$

Por lo tanto, el vector
$$\vec{A}$$
 es:
 $\vec{A} = 7A_v\hat{i} + A_v\hat{j} - 5A_v\hat{k}$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(7A_y)^2 + (A_y)^2 + (-5A_y)^2}$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{49A_y^2 + A_y^2 + 25A_y^2}$$

$$15 = \sqrt{75A_y^2}$$

 $A_{\rm x} = 7A_{\rm y}$

$$A_y^2 = \pm \frac{225}{75}$$

$$A_y = \pm \sqrt{3}$$

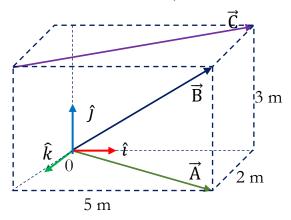
$$A_z = \mp 5\sqrt{3}$$

$$A_{x} = \pm 7\sqrt{3}$$

$$\vec{A} = \sqrt{3}(7\hat{\imath} + \hat{\jmath} - 5\hat{k}) \ \forall \ \vec{A} = \sqrt{3}(-7\hat{\imath} - \hat{\jmath} + 5\hat{k})$$

Análisis de los resultados obtenidos:

Del resultado se observa que existen dos vectores con el mismo módulo y de sentidos opuestos que cumplen con la condición. 5. Encontrar el módulo de la resultante del conjunto de vectores que se muestra.



https://youtu.be/QETDwJUWkHQ

Identificación de datos y sus unidades de medida:

Los vectores dados son:

Vector
$$\vec{A} = 5\hat{i} + 0\hat{j} + 2\hat{k}$$

Vector
$$\vec{B} = 5\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$Vector \vec{C} = 5\hat{i} + 0\hat{j} - 2\hat{k}$$

Identificación de la ecuación física adecuada:

Para encontrar el módulo de la resultante del conjunto de vectores, se debe sumar algebraicamente todos los vectores y luego calcular la magnitud de esa suma resultante.

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

Reemplazando los vectores en la ecuación (1)

$$\vec{R} = (5\hat{i} + 0\hat{j} + 2\hat{k}) + (5\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}) + (5\hat{i} + 0\hat{j} - 2\hat{k})$$

Solución.

$$\hat{R} = 15\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$$

El módulo de la resultante es

$$|\vec{R}| = \sqrt{15^2 + 3^2 + 2^2}$$

$$|\vec{R}| = 15.427 \text{ m}$$

Análisis de los resultados obtenidos:

El módulo de la resultante de los vectores es aproximadamente 15.427 unidades de medida (m).

6. Tenemos los vectores $\vec{A} = 10\hat{i} + 8\hat{j} + 5\hat{k}$ y $\vec{B} = 6\hat{i} + 3\hat{j} + 0\hat{k}$. Encontrar las componentes vectoriales de \vec{A} que son paralelas y perpendiculares al vector \vec{B} . https://youtu.be/WYP-ufzssxM

Solución.

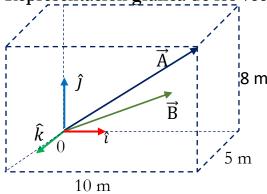
Identificación de datos y sus unidades de medida:

$$\vec{A} = 10\hat{i} + 8\hat{j} + 5\hat{k}; \vec{B} = 6\hat{i} + 3\hat{j} + 0\hat{k}.$$

$$\vec{A}$$
 paralelas \vec{B} =?

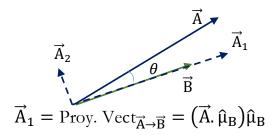
$$\vec{A}$$
 perpendicular \vec{B} =?

Representación gráfica de los vectores:



Identificación de la ecuación física adecuada:

Suponiendo que \vec{A}_1 es la componente de \vec{A} paralela a \vec{B} y \vec{A}_2 la componente de \vec{A} perpendicular a \vec{B} , tal como se muestra a continuación:



Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

$$\vec{A}_1 = \left((10\hat{i} + 8\hat{j} + 5\hat{k}) \cdot \frac{(6\hat{i} + 3\hat{j} + 0\hat{k})}{\sqrt{6^2 + 3^2}} \right) \frac{(6\hat{i} + 3\hat{j} + 0\hat{k})}{\sqrt{6^2 + 3^2}}$$

$$\vec{A}_1 = \left(\frac{(60 + 24)}{\sqrt{45}}\right) \frac{(6\hat{i} + 3\hat{j} + 0\hat{k})}{\sqrt{45}}$$

$$\vec{A}_1 = \left(\frac{84}{45}\right) (6\hat{i} + 3\hat{j} + 0\hat{k})$$

$$\vec{A}_1 = 11.2\hat{i} + 5.6\hat{j}$$

Para hallar la componente perpendicular.

$$\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$$

$$\vec{A}_2 = \vec{A} - \vec{A}_1$$

$$\vec{A}_2 = (10\hat{i} + 8\hat{j} + 5\hat{k}) - (11.2\hat{i} + 5.6\hat{j})$$

$$\vec{A}_2 = -1.2\hat{i} + 2.4\hat{j} + 5\hat{k}$$

Análisis de los resultados obtenidos:

Los vectores $\vec{A}_1 = 11.2\hat{\imath} + 5.6\hat{\jmath}$ y $\vec{A}_2 = -1.2\hat{\imath} + 2.4\hat{\jmath} + 5\hat{k}$ representan las componentes paralelo y perpendicular al vector \vec{B}

7. Una excursionista comienza su viaje caminando los primeros $7\sqrt{2}$ km al sureste de su campamento base, y el segundo día camina 50 km en dirección 53° al norte del este antes de toparse con una torre de guardabosques. Determine la magnitud y la dirección del desplazamiento.

https://youtu.be/1dbSi7j7_IQ

Solución

Identificación de datos y sus unidades de medida:

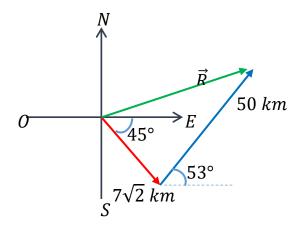
Primer recorrido $7\sqrt{2}$ km al sureste de su campamento base

Segundo recorrido 50 km en dirección 53° al norte del este

Magnitud y la dirección del desplazamiento = ?

Representación gráfica de los desplazamientos:

Tomando el origen de coordenadas el campamento base, según como se muestra en la siguiente gráfica.



Identificación de la ecuación física adecuada:

De la figura se tiene

$$\vec{R} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2$$

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

$$\vec{R} = (r_1 \cos 45^\circ \hat{i} - r_1 \cos 45^\circ \hat{j}) + (r_2 \cos 53^\circ \hat{i} + r_2 \sin 53^\circ \hat{j})$$

$$\vec{R} = \left(7\sqrt{2}\frac{1}{\sqrt{2}}\hat{i} - 7\sqrt{2}\frac{1}{\sqrt{2}}\hat{j}\right) + \left(50\frac{3}{5}\hat{i} + 50\frac{4}{5}\hat{j}\right)$$

$$\vec{R} = (7\hat{i} - 7\hat{j}) + (30\hat{i} + 40\hat{j})$$

$$\vec{R} = 37\hat{\imath} + 33\hat{\jmath}$$

El módulo de la resultante es

$$\left| \overrightarrow{R} \right| = \sqrt{37^2 + 33^2}$$

$$|\vec{R}| = 49.578 \text{ km}$$

Determinemos la dirección del vector resultante.

$$tg\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{33}{37}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{33}{37}\right)$$

$$\theta = 41.73^{\circ}$$

Análisis de los resultados obtenidos:

La magnitud y la dirección del desplazamiento es: $|\vec{R}| = 49,578 \text{ km}$ y $\theta = 41,73^{\circ}$ respectivamente.

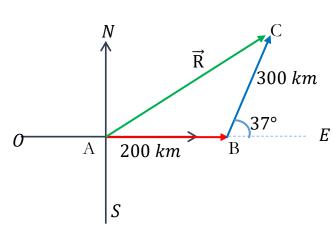
8. Un avión se desplaza 300 km en dirección 37° al noreste desde la ciudad B hacia la ciudad C, después de haber recorrido 200 km hacia el este desde la ciudad A hasta la ciudad B. Determinar: a) La distancia en línea recta entre la ciudad C y la ciudad A. b) La dirección en la que se encuentra la ciudad C con respecto a la ciudad A. https://youtu.be/MLyAu2TANAo

Solución

Identificación de datos y sus unidades de medida:

Distancia recorrida desde la ciudad A hasta la ciudad B: 200 km Distancia recorrida desde la ciudad B hasta la ciudad C: 300 km Dirección del avión desde la ciudad B hacia la ciudad C: 37° al noreste

Representación gráfica de los desplazamientos:



Identificación de la ecuación física adecuada:

Se utilizarán conceptos de vectores para calcular la distancia y la dirección.

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

Si denotamos por \vec{r}_1 y \vec{r}_2 , los vectores de desplazamiento, y usamos a la ciudad A como origen de coordenadas.

$$\vec{R} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2$$

$$\vec{R} = 200\hat{i} + (300\cos 37^{\circ}\hat{i} + 300\sin 37^{\circ}\hat{j})$$

$$\vec{R} = 200\hat{i} + \left(300\frac{4}{5}\hat{i} + 300\frac{3}{5}\hat{j}\right)$$

$$\vec{R} = 200\hat{i} + \left(300\frac{4}{5}\hat{i} + 300\frac{3}{5}\hat{j}\right)$$

$$\vec{R} = 440\hat{\imath} + 180\hat{\jmath}$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{440^2 + 180^2}$$

$$|\vec{R}| = 475.395 \text{ km}$$

La dirección de la ciudad C con respeto a la ciudad A

a la ciudad A.

$$tg\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{180}{440}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{180}{440}\right)$$

$$\theta = 22.25^{\circ}$$

Análisis de los resultados obtenidos:

- a) La distancia en línea recta entre la ciudad A y la ciudad C es de 475.395 km.
- b) La ciudad C apunta hacia una dirección de 22.25° al noreste con respecto a la ciudad A.
- **9.** Encontrar la distancia más corta entre el punto P, ubicado en las coordenadas (3, 2, 2), y la recta que conecta el origen de coordenadas con el punto A, situado en las coordenadas (6, 3, 4).

https://youtu.be/c0dWCPWTgNw

Solución.

Identificación de datos y sus unidades de medida:

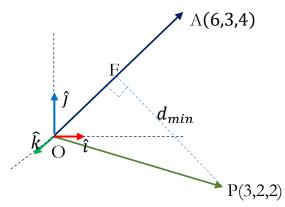
Coordenadas de P (3, 2, 2)

Coordenadas de A (6, 3, 4).

Distancia más corta entre el punto P y la recta que conecta el origen de coordenadas con el punto A

Representación gráfica del fenómeno:

La distancia más corta se halla trazando una perpendicular desde P hasta la recta <u>OA</u>, tal como se muestra a continuación.



Identificación de la ecuación

$$\overrightarrow{OF} + \overrightarrow{d}_{min} = \overrightarrow{OP}$$

$$\vec{d}_{\min} = \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OF}.....(1)$$

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

Para determinar \overrightarrow{OP} se tiene.

$$\overrightarrow{OP} = (3,2,2) - (0,0,0) = (3,2,2)....(2)$$

$$\overrightarrow{OF} = Proy. Vect_{\overrightarrow{OP} \to \overrightarrow{OF}}$$

$$\overrightarrow{OF} = \left(\frac{18+6+8}{\sqrt{61}}\right) \frac{(6,3,4)}{\sqrt{61}}$$

$$\overrightarrow{OF} = \frac{(192,96,128)}{61}$$

OF

$$= (3.148, 1.574, 2.098) \dots (3)$$

Reemplazando la ecuación (2) y (3)

$$\frac{\text{en }(1)}{d_{\min}} = (3,2,2) - (3.15,1.57,2.09)$$

$$\vec{\mathbf{d}}_{\min} = (-0.148, 0.426, -0.098)$$

$$|\vec{d}_{min}|$$

$$= \sqrt{(-0.148)^2 + (0.426)^2 + (-0.098)^2}$$

$$|\vec{d}_{min}| = 0.462 \,\mu$$

Análisis de los resultados obtenidos:

La distancia más corta entre el punto P y la recta que conecta el origen de coordenadas con el punto A es $\left| \overrightarrow{d}_{\min} \right| = 0.462 \,\mu$

10. Dado el vector $\vec{A} = 3\hat{\imath} - 4\hat{\jmath} + 2\hat{k}$ y el vector $\vec{B} = 3\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + 0\hat{k}$, encuentra las componentes de un vector unitario que se encuentre en el plano definido por \overrightarrow{A} y \overrightarrow{B} y sea perpendicular al vector $\vec{C} = \vec{A} - 3\vec{B}$. https://youtu.be/11UeIKFKLug

Solución.

Identificación de datos y sus unidades de medida:

$$\vec{A} = 3\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$$

 $\vec{B} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 0\hat{k}$

Identificación de la ecuación física adecuada:

Para hallar las componentes de un vector unitario, es necesario determinar un vector \overrightarrow{V} que <u>sale</u> de <u>la</u> combinación lineal de \overrightarrow{A} y \overrightarrow{B} $\overrightarrow{V} = m\overrightarrow{A} + n\overrightarrow{B}$

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

$$\vec{V} = m(3\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}) + n(3\hat{i} - 2\hat{j} + 0\hat{k})$$

$$\vec{V} = (3m + 3n)\hat{i} - (4m + 2n)\hat{j} + 2m\hat{k}$$

vector
$$\vec{C} = \vec{A} - 3\vec{B}$$

$$\vec{C} = (3\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}) - 3(3\hat{i} - 2\hat{j} + 0\hat{k})$$

$$\vec{C} = (-6\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$$

Como el vector \vec{V} es perpendicular al vector \vec{C} , se cumple que:

$$\vec{V} \cdot \vec{C} = 0$$

$${(3m+3n)\hat{i} - (4m+2n)\hat{j} + 2m\hat{k}}(-6\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}) = 0$$

$$-6(3m + 3n) - 2(4m + 2n) + 4m = 0$$

$$-18m - 18n - 8m - 4n + 4m = 0$$

$$-22m - 22n = 0$$

$$n = -m$$

Reemplazando n en el vector \overrightarrow{V}

$$\vec{V} = (3m - 3m)\hat{i} - (4m - 2m)\hat{j} + 2m\hat{k}$$

$$\vec{V} = 0\hat{i} - 2m\hat{j} + 2m\hat{k}$$

$$\vec{V} = -2m\hat{i} + 2m\hat{k}$$

El módulo del vector \overrightarrow{V}

$$|\vec{V}| = 2m\sqrt{2}$$

 \therefore el vector unitario de \vec{V}

$$\widehat{\mu}_{\overrightarrow{V}} = \frac{\overrightarrow{V}}{|\overrightarrow{V}|} = \frac{-2m\widehat{\jmath} + 2m\widehat{k}}{2m\sqrt{2}}$$

$$\widehat{\mu}_{\vec{V}} = \frac{-\hat{\jmath} + \hat{k}}{\sqrt{2}}$$

$$\hat{\mu}_{\vec{V}} = 0\hat{\imath} - 0.7\hat{\jmath} + 0.7\hat{k}$$

Análisis de los resultados obtenidos:

Las componentes de un vector unitario que se encuentre en el plano definido por \vec{A} y \vec{B} y sea perpendicular al vector $\vec{C} = \vec{A}$ -3 \vec{B} es $\hat{\mu}_{\vec{V}} = \hat{\mu}_{\vec{V}} = 0\hat{\imath} - 0.7\hat{\jmath} + 0.7\hat{k}$

11. Dos vectores \vec{a} y \vec{b} forman un ángulo de θ , y además se sabe que $|\vec{a} - \vec{b}| = 4$ cm y $|\vec{a} + \vec{b}| = 8$ cm. Si $a = \frac{15}{b}$, determinar el módulo del vector \vec{b} . https://youtu.be/as8f0Ewj620

Solución

Identificación de datos con sus respectivas unidades de medida

Ángulo que forman los vectores \vec{a} y \vec{b} : θ

$$|\vec{a} - \vec{b}| = 4cm$$

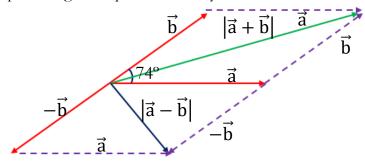
$$|\vec{a} + \vec{b}| = 8cm$$

Módulo del vector \vec{b} :?

$$a = \frac{15}{b}$$

Finalidad y representación gráfica

Para visualizar la información según las condiciones del ejercicio y por el método del paralelogramo para la suma y la diferencia se tiene



Ecuación física a utilizar determinar lo solicitado en el problema

Para la suma

$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\theta}$$

$$8 = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\theta}$$

$$8^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cos\theta$$

$$a^2 + b^2 = 8^2 - 2abcos\theta ... (1)$$

Para la diferencia

$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{a^2 + b^2 - 2abcos\theta}$$

$$4 = \sqrt{a^2 + b^2 - 2abcos\theta}$$

$$4^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta$$

$$a^2 + b^2 = 4^2 + 2abcos\theta \dots (2)$$

Reemplazado los datos en la ecuación precedente

Igualando la ecuación (1) y la ecuación (2) se obtiene

$$8^2 - 2ab\cos\theta = 4^2 + 2ab\cos\theta$$

$$8^2 - 4^2 = 2ab\cos\theta + 2ab\cos\theta$$

$$8^2 - 4^2 = 4abcos\theta$$

Reemplazando los valores

$$48 = 4(\frac{15}{b})b\cos\theta$$

$$\frac{12}{15} = \cos\theta$$

$$\theta = 37^{\circ}$$

Reemplazando θ y a en la ecuación (1)

$$\left(\frac{15}{b}\right)^2 + b^2 = 8^2 - 2\left(\frac{15}{b}\right)b\cos 37^\circ \dots (1)$$

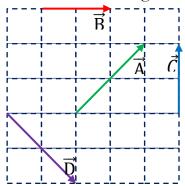
$$b = \pm \sqrt{20 \pm 5\sqrt{5}} \text{ cm}$$

Análisis de los resultados obtenidos:

El análisis del desarrollo muestra cómo se obtienen las ecuaciones y se resuelven para encontrar el valor de θ y, finalmente, el valor de b

Problemas propuestos

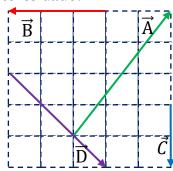
1. Dado un conjunto de vectores, ¿cuál es el módulo de la resultante si el vector A tiene una magnitud de $10\sqrt{2}$ N?



- A) $2\sqrt{10}$ N
- B) $10\sqrt{2}$ N
- C) $3\sqrt{10}$ N
- D) $10\sqrt{5}$ N
- E) $10\sqrt{10}$ N

https://youtu.be/rRNiSm-t22M

2. Si el vector A tiene una magnitud de 10 N, ¿cuál debe ser el módulo de la resultante para el conjunto de vectores dado?



- A) $2\sqrt{10}$ N
- B) $5\sqrt{10}$ N
- C) $10\sqrt{10}$ N
- D) $10\sqrt{5}$ N
- E) $10\sqrt{2}$ N

https://youtu.be/NMDorrj3YYk

3. Para que los vectores $\vec{A} = 2\hat{\imath} + r\hat{\jmath} + \hat{k}$ y $\vec{B} = 4\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} - 2\hat{k}$ sean perpendiculares, ¿cuál debe ser el valor de r?

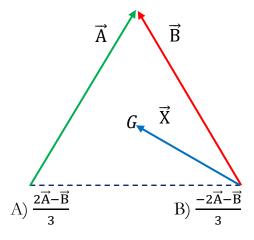
A) 1 B) 3 C) 4 D) 6 E) 7

https://youtu.be/oR5ivO9ENCU

- 4. En relación a los vectores $\vec{A} = 3\hat{\imath} 4\hat{\jmath} + \hat{k}$, $\vec{B} = \hat{\imath} + \hat{\jmath} 3\hat{k}$ y $\vec{C} = 2\hat{\imath} + \hat{\jmath} \hat{k}$, a) ¿cuál es el módulo de $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$?, b) ¿cuál es el resultado del vector $3\vec{A} 2\vec{B} + 3\vec{C}$?, c) ¿cuál es el vector unitario $\hat{\mu}$ en la dirección del vector resultante anterior
 - A) 7; $13\hat{i} 11\hat{j} + 6\hat{k}$ $0,72\hat{i} - 0,61\hat{j} + 0,33\hat{k}$
 - B) 5; $11\hat{i} 13\hat{j} + 6\hat{k}$ $0,72\hat{i} - 0,61\hat{j} + 0,33\hat{k}$
 - C) $2; 13\hat{i} 6\hat{j} + 11\hat{k}$ $0,72\hat{i} - 0,33\hat{j} + 0,61\hat{k}$
 - D) 9; $6\hat{\imath} 11\hat{\jmath} + 13\hat{k}$ 0,72 $\hat{\imath} - 0$,61 $\hat{\jmath} + 0$,33 \hat{k}
 - E) $3; 13\hat{\imath} 11\hat{\jmath} + 6\hat{k}$ $0,61\hat{\imath} - 0,72\hat{\jmath} + 0,33\hat{k}$

https://youtu.be/vQ61 M02kYc

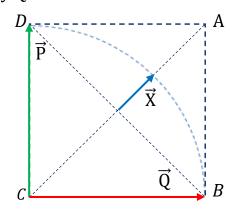
5. Si G es el baricentro del triángulo, cómo se expresa el vector \vec{X} en función de los vectores \vec{A} y \vec{B} .?



C)
$$\frac{\vec{A}-2\vec{B}}{3}$$
 D) $\frac{2\vec{B}-\vec{A}}{3}$

https://youtu.be/PBHn6R0KIPU

Si ABCD es un cuadrado, expresar el vector \vec{X} en función de los vectores \vec{P} y \vec{Q} .



- A) $\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right) \left(\vec{P} + \vec{Q}\right)$
- B) $\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right) \left(\vec{P} \vec{Q}\right)$ C) $\left(\frac{\sqrt{2}+1}{2}\right) \left(\vec{P} + \vec{Q}\right)$
- $\mathrm{D})\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)\left(\overrightarrow{Q}-\overrightarrow{P}\right)$
- E) $\left(\frac{2\sqrt{2}+1}{3}\right) \left(\vec{P} + \vec{Q}\right)$

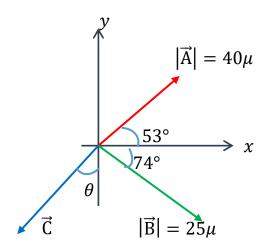
https://youtu.be/DaxV gWOTA4

- 7. Los vectores $\vec{A} y \vec{B}$ tienen una resultante máximo de 16 N y una mínima de 4 N. Determinar el módulo de su resultante cuando forman un ángulo de 127° entre sí.
 - A) 3 N
- B) 4N
- C) 8 N
- E) 16 N D) 10 N
- https://youtu.be/pY61Wf1Haoo

- Dados tres vectores en el plano con magnitudes de 6, 5 y 10, respectivamente, donde el primer vector forma un ángulo de 53° con el segundo y el segundo forma un ángulo de 74° con el tercero, ¿cuál es la magnitud y dirección del vector resultante en relación al vector de mayor magnitud?
 - A) 10.37 m; 1.33°
 - B) 24.37 m; 75.98°
 - C) 12.37 m; 15.33°
 - D) 12.37m; 51,036°
 - E) 12.37 m; 88.77°

https://youtu.be/DnfrBsmnU4I

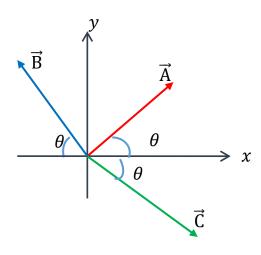
En una figura dada, ¿cuál es el valor del ángulo θ si la suma de los vectores resulta en cero?



- A) 53,75°
- B) 74°
- C) 75,53°
- D) 82,35°
- E) 87,85°

https://youtu.be/6hR6xy7ldcc

10. Calcular el ángulo θ para que la resultante del sistema mostrado sea vertical y hacia arriba, y además tenga un valor un 20% mayor que el módulo del vector A.

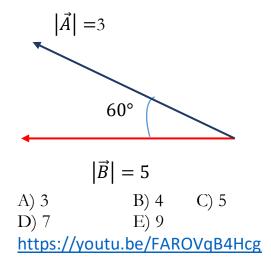


- A) 16°
- B) 30°
- C) 37°

- D) 53°
- E) 74°

https://youtu.be/z HOgSINTs4

11. Calcular el módulo de la resultante de los vectores que se muestran en la figura.



12. Un espeleólogo está explorando una cueva y se desplaza 180 m hacia el oeste, luego 210 m en dirección 45° al este del sur, y finalmente 280 m en dirección 30° al este del norte antes de regresar a su posición inicial después

de un cuarto desplazamiento no medido. Determinar la magnitud y la dirección del cuarto desplazamiento.

- A) 298,89 m; 2,3° al norte del oeste
- B) 144 m; 45° al sur del este
- C) 104 m; 41° al sur del este
- D) 144,89 m;41° al sur del norte
- E) 104,89 m; 41° al sur del oeste https://youtu.be/90ZIriXfkJY
- 13. Calcular las componentes vectoriales de \vec{A} paralela y perpendicular al vector \vec{B} , si $\vec{A} = 8\hat{\imath} 2\hat{\jmath} + 4\hat{k}$ y $\vec{B} = 2\sqrt{3}\hat{\imath} + 2\hat{\imath}$
 - A) $6\hat{i} + 0.5\hat{j} + 2\hat{k} 1.5\hat{j} + 4\hat{k}$
 - B) $6\hat{i} 0.5\hat{j} + 2\hat{i} + 1.5\hat{j} + 4\hat{k}$
 - C) $6\hat{i} 0.5\hat{j} + 2\hat{i} 1.5\hat{j} 4\hat{k}$
 - D) $6\hat{i} 0.5\hat{j} \text{ y } 2\hat{i} 1.5\hat{j} 4\hat{k}$
 - E) $6\hat{i} 0.5\hat{j} \text{ y } 2\hat{i} 1.5\hat{j} + 4\hat{k}$

https://youtu.be/uPvxMflfetM

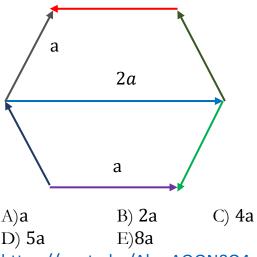
- 14. En una clase de física, un estudiante universitario despistado se desplaza 3.25 km hacia el norte, luego 4.75 km hacia el oeste y finalmente 1.50 km hacia el sur. Calcular la magnitud y dirección del desplazamiento resultante.
 - A) 5,06 km y 20,2° al sur del oeste
 - B) 5,06 km y 20,2° al norte del oeste
 - C) 5,06 km y 20,2° al norte del este
 - D) 5,06 km y 20,2° al sur del este
 - E) 50,6 km y 2,02° al norte del oeste https://youtu.be/zFmV3y75EQE
- 15. Determinar la mínima distancia que existe entre dos rectas L₁ y L₂, si se sabe que los puntos A(-2; 0; 3) y B(4; 1; -2) están contenidos en la recta L₁

y los puntos C(0; 1; -2) y D(-1; 1; 1) están contenidos en la recta L2.

- A) 0,379
- B) 0,779
- C) 0,579
- D) 0,896
- E) 0,978

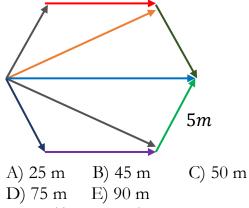
https://youtu.be/rMQIKnw7wkE

16. Calcular la resultante de los vectores mostrados en la figura.



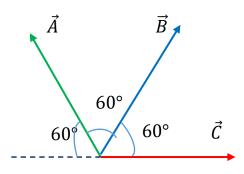
https://youtu.be/Alm-AQQN8O4

17. En el hexágono regular se muestra un conjunto de vectores, determinar el módulo del vector resultante.



https://youtu.be/sGf9C-zUUTc

18. Calcular el módulo del vector resultante, si se cumple que: $|\vec{A}|$ = $|\vec{B}| = |\vec{C}| = 6$



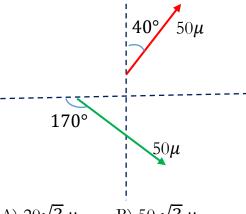
- A) 08 D) 15
- B) 10

C) 12

E) 20

https://youtu.be/Cv95UI-10Vo

19. Calcular el módulo del vector resultante de los vectores mostrados en la figura.

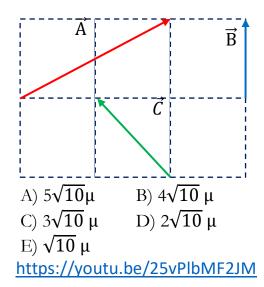


- A) $20\sqrt{3} \mu$
- B) $50 \sqrt{3} \mu$
- C) $70 \sqrt{3} \mu$
- D) $80 \sqrt{3} \mu$

E) $100 \sqrt{3} \mu$

https://youtu.be/Cnms J4CX3o

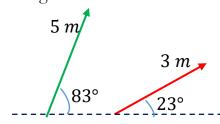
20. En una cuadrícula donde los lados de cada cuadrado miden 1µ, determinar el módulo del vector resultante.



- 21. Si la suma y la diferencia de dos vectores son ortogonales, determinar la relación entre sus magnitudes correspondientes.
 - A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4 E) 5

https://youtu.be/4L2wXsyO4So

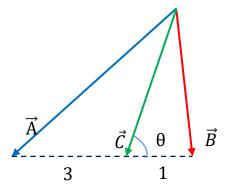
22. Calcular el módulo del vector resultante de los vectores mostrados en la figura.



- A) 7 m
- B) 12 m
 - C) 13 m
- D) 14 m
- E) 15 m

https://youtu.be/e3vd7uBCX1c

23. Si el módulo del vector c es 3, encontrar el valor de θ para que la resultante de los vectores de la figura tenga una magnitud de $\sqrt{103}$.



- A) 30°
- B) 37° C) 53°
- D) 60°
- E) 120°

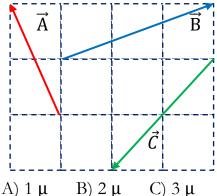
https://youtu.be/7iEYJWFcoDk

- 24. Dos vectores perpendiculares suman $10\sqrt{2}$ N. Si uno de ellos es siete veces mayor que el otro, calcular la suma de los módulos de los vectores.
 - A) 8 N
- B) 10 N
- C) 15 N

- D) 16 N
- E) 20 N

https://youtu.be/iC9c9MVW63I

25. Calcular el módulo del vector resultante en el sistema vectorial mostrado, considerando que los lados de cada cuadrado de la cuadrícula miden 1µ.



A) 1 μ D) 4 µ E) 10 µ

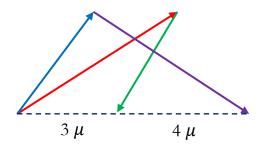
https://youtu.be/18Ga3heEYyw

- **26.** Cuando las resultantes máxima y mínima de dos vectores son 6 y 4 respectivamente, determinar la resultante al sumarlos a un ángulo de 37°.
 - A) $16\sqrt{2}$
- B) $\sqrt{34}$
- C) 10

- D) 5
- E) 2

https://youtu.be/-r4xwaPFki4

27. Determinar el módulo de la resultante en el conjunto de vectores que se muestra.

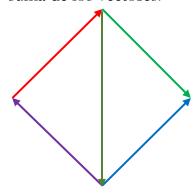


- A) 3 μ
- B) 4 µ
- C) 7μ

- D) 10 µ
- E) 11 µ

https://youtu.be/fuUMCfZJWbE

28. En un conjunto de vectores, cuatro de ellos forman el lado de un cuadrado de longitud 10 µ cada uno, tal como se muestra. Calcular el módulo de la suma de los vectores.

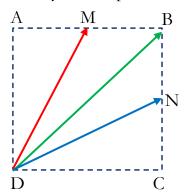


- A) $10\sqrt{2} \, \mu$
- B) $20\sqrt{2} \mu$
- C) $10\sqrt{2} \mu$
- D) $5\sqrt{2} \mu$

- E) $5\sqrt{2} \mu$ https://youtu.be/2FPLM6ZIHsw
- 29. Si se tienen dos vectores colineales en el mismo sentido y al girar uno de ellos 90° la resultante disminuye de 7 m a 5 m, determinar el producto de los módulos de estos vectores.
 - A) 4 m
- B) 12 m
- C) 14 m
- D) 25 m
- E) 49 m

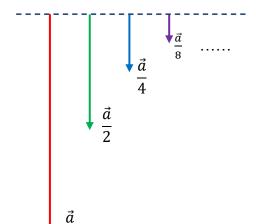
https://youtu.be/nwcxlsZ9je8

30. Calcular el módulo de la resultante del conjunto de vectores que se muestra en un cuadrado ABCD de lado 4 μ, donde M y N son los puntos medios de AB y BC, respectivamente.



- A) $5\sqrt{2} \mu$ B) $6\sqrt{2} \mu$ C) $7\sqrt{2} \mu$
- D) $8\sqrt{2} \mu$ E) $10\sqrt{2} \mu$ https://youtu.be/ktAYEi61fEc

31. Determinar el módulo del vector resultante, del conjunto de vectores que se muestra en la gráfica.



- A) 2a
- B) 3a
- C) 4a
- D) 5a

https://youtu.be/mRGSEmSaWxc

- 32. Determinar el valor de x para que los $\vec{A} = (1; 1; 4)$ y vectores $(x^2; x; -3)$ sean ortogonales.
 - A) 1
- B) 3

- D) 7
- E) 9

https://youtu.be/H7lizD8vsSI

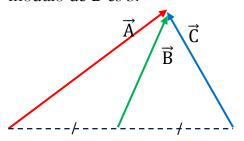
- 33. Dos fuerzas se aplican en el mismo lugar. ¿Cuál es el módulo de su suma si forman un ángulo de 53° y tienen magnitudes de 15 N y 7 N respectivamente?
 - A) 08 N
- B) 15 N C) 18 N
- D) 20 N
- E) 22 N

https://youtu.be/I ZY3YPIwhw

- **34.** Se sabe que $|\vec{a} \vec{b}| = 3 \text{ m}, |\vec{a} + \vec{b}|$ $|\vec{b}| = 5 \text{ m}$, y que el ángulo entre \vec{a} y \vec{b} es de 53°. Si $a = \frac{5}{3}b$, ¿cuál es el módulo de b?
- A) $\frac{10}{3}$ m B) $\frac{11}{3}$ m C) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ m
- D) 5 m
- E) 3m

https://youtu.be/2RZBjV6QIYk

35. Calcular la suma de todos los vectores mostrados en la figura, dado que el módulo de \vec{B} es 3.

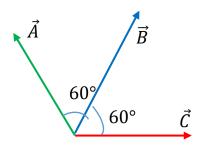


- A) 3
- B) 4
- C) 6

- D) 8
- E) 9

https://youtu.be/kuHJi2svat8

 $|\vec{A}| = |\vec{B}| = |\vec{C}| = (2 + \sqrt{3})\mu,$ **36.** Si encontrar el módulo de $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} - \vec{B}$ 2**C**.



- A) $(2\sqrt{7} \sqrt{21})\mu$
- $\mathrm{B)} \; \big(2 \sqrt{14} \sqrt{21} \big) \mu$
- D) $(2\sqrt{7} + \sqrt{21})\mu$
- E) $(\sqrt{7} + \sqrt{21}) \mu$

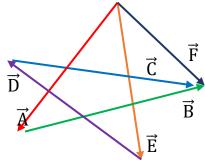
https://youtu.be/Fx-KHvPKUJg

37. ¿Cuál es el ángulo entre dos vectores de magnitudes 5 μ y 10 μ, si la resultante forma un ángulo de 30° con el vector de mayor magnitud?

- A) 30°
- B) 60°
- C) 90°
- D) 120°
- E) 150°

https://youtu.be/KfLd2edUoBs

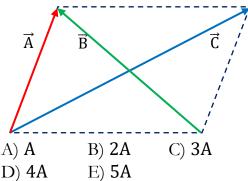
38. Determinar el módulo de la resultante de los vectores mostrados.



- A) **F**
- B) 2F
- C) 3F
- D) A
- E) 3A

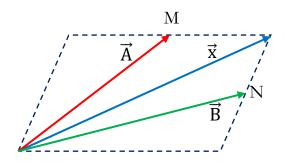
https://youtu.be/T_ydzM1g-VU

39. Calcular el módulo de la resultante del conjunto de vectores mostrados.



https://youtu.be/rFhJOboM4hU

40. Dentro del paralelogramo representado en la figura. Los puntos M y N son puntos medios en el paralelogramo, determinar el vector \vec{x} en términos de los vectores \vec{A} y \vec{B} .

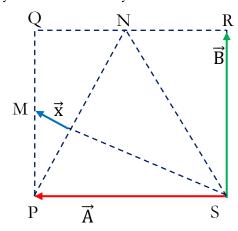


- A) $\frac{2}{3}$ $(\vec{A} + \vec{B})$ B) $\frac{3}{2}$ $(\vec{A} + \vec{B})$

- C) $\frac{5}{2}$ $(\vec{A} + \vec{B})$ D) $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ $(\vec{A} + \vec{B})$
- E) $\frac{\sqrt{2}+1}{2} (\vec{A} + \vec{B})$

https://youtu.be/E4FQZVujKpc

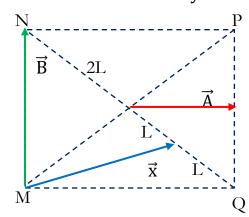
41. Dentro de un cuadrado definido por los puntos P, Q, R y S, se encuentran los puntos medios M y N en los segmentos PQ y QR, respectivamente. Establecer la relación entre el vector \vec{x} y los vectores \vec{A} y \vec{B}



- A) $\frac{(2\vec{A} \vec{B})}{(2\vec{A} \vec{B})}$

https://youtu.be/LTUXm-HnVOk

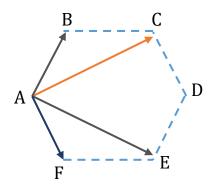
42. Dado un rectángulo MNPQ, se tienen los vectores \vec{A} , \vec{B} y \vec{X} . Determinar el vector \vec{X} en función de \vec{A} y \vec{B} .



- A) $\frac{(\vec{A}+6\vec{B})}{4}$
- B) $\frac{(6\vec{A} \vec{B})}{4}$
- C) $\frac{(3\overrightarrow{A} + \overrightarrow{B})}{4}$
- D) $\frac{(\overrightarrow{A} + \overrightarrow{3B})}{4}$
- E) $\frac{(6\vec{A}+\vec{B})}{4}$

https://youtu.be/GGMNI4EwZ w

43. En la figura, se muestra un hexágono regular de lado 2 m. Hallar el módulo del vector resultante.



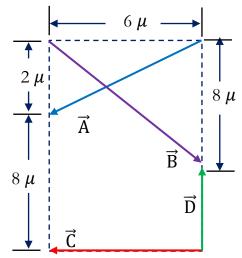
- A) 7m
- B) 8m
- C) 9m
- D) 10m
- E) 12m

https://youtu.be/NMp5Q8jPPiM

- **44.** Determine el área del triángulo cuyos vértices son los siguientes vectores: A= (1,1,3) B= (2,-1,5) y C= (-3,3,1).
 - A) $3\sqrt{2}u^2$
- B) $4\sqrt{2}u^2$
- C) $5\sqrt{3}u^2$
- D) $5\sqrt{2}u^2$
- E) $7\sqrt{2}u^2$

https://youtu.be/Cxpma3jNI1E

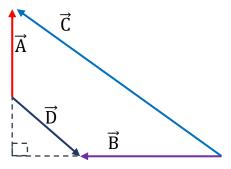
45. La figura que se muestra es un rectángulo. Determine el módulo de la resultante del sistema de vectores mostrados.



- Α) 5 μ
- B) 10 µ
- C) 15 µ
- D) 20 μ E) 30 μ

https://youtu.be/a0DemXxMIkI

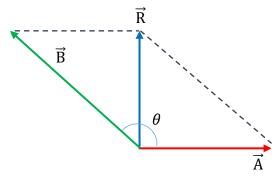
46. Se muestra un conjunto de vectores. Sabiendo que los vectores \vec{a} y \vec{b} son perpendiculares, a = 6 cm y b = 8 cm, determinar el módulo del vector resultante.



- A) 8 cm
- B) 10 cm C) 15 cm
- D) 20 cm
- E) 25 cm

https://youtu.be/PcDvDOHirZY

47. Se tiene dos vectores, uno de los cuales mide 15 u y la resultante de ambos mide 9 u y es perpendicular a uno de ellos, tal como se muestra en la figuta. Hallar el ángulo que forman entre sí los vectores componentes.



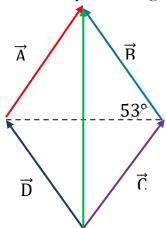
- A) 143,1° D)115° E)160°
- B) 120°
- C)123°

https://youtu.be/TzBxqirFH6k

- 48. Calcular el módulo del vector N si se tienen dos vectores compuestos: $(2\vec{N} + \vec{P})$ y $(3\vec{N} - \vec{P})$ que forman entre sí un ángulo de 53° y sus módulos son 7u y 15u, respectivamente.
 - Α) 4 μ
- B) 5 μ
- C) 8μ
- D) 11 μ E)20 μ

https://youtu.be/1PNMXA90-50

49. En la figura se muestra un conjunto de vectores correspondientes a los lados (de modulo 5a)y diagonales de un rombo. Encuentre las componentes de la resultante a lo largo de la dirección dada por las diagonales.



- A) Rx = a; Ry = 3a
- B) Rx = 5a; $Ry = 24^{a}$
- C) $Rx = a\sqrt{3}$; Ry = 0
- D) Rx = 0; Ry = 0
- E) Rx = 0; $Ry = 24^{a}$

https://youtu.be/tdtRaytMY60

Alternativas

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Е	Α	В	Α	D	Α	С	D	С	С
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	Α	Е	В	D	В	В	С	В	Е
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Α	Α	D	D	Α	В	D	С	В	Е
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Α	В	D	С	Е	D	D	С	С	Α
41	42	43	44	45	46	47	48	49	
В	Е	В	Α	В	D	Α	Α	Е	

3 MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (MRU)

Cinemática

Es una rama de la mecánica que estudia las leyes del movimiento de cuerpos lentos o de masa invariable, sin tomar en cuenta las causas que lo producen, limitándose esencialmente, al estudio de la posición en función del tiempo.

Movimiento

Es el cambio de posición de una partícula, con relación a un sistema de referencia en un determinado tiempo.

Sistema de referencia

Son unos ejes de coordenadas localizados en un punto y cuya elección es totalmente arbitraria, y existen dos tipos.

> Inercial.

Es aquel que se encuentra fijo a tierra en reposo, quiere decir que la velocidad es igual a cero

➤ No Inercial

Es aquel que se encuentra afectado por una interacción y se encuentra en movimiento uniforme.

Relatividad del movimiento.

El movimiento es un concepto relativo porque depende del sistema de referencia elegido.

Elementos del movimiento

Móvil.

Es el cuerpo o partícula que está cambiando de posición

Vector posición.

Es el vector trazado desde el observador hacia el móvil para ubicar la posición del cuerpo en cualquier instante de su movimiento.

> Desplazamiento.

Es una magnitud física vectorial que expresa la variación de la posición de un móvil. El vector desplazamiento no depende de la trayectoria seguida por el móvil sino sólo de los puntos donde se encuentre en los instantes inicial y final.

> Trayectoria.

Es la línea que une todos los puntos sucesivos que ocupa el móvil durante su movimiento y puede ser recta, curva, etc.

> Distancia recorrida.

Es una magnitud física escalar que expresa de la trayectoria del móvil

Velocidad.

Es una magnitud física vectorial que indica el desplazamiento del móvil por cada unidad de tiempo.

> Aceleración.

Es una magnitud física vectorial que indica el cambio de velocidad del móvil por cada unidad de tiempo. Debemos indicar que solo está presente en el movimiento variado.

Clasificación del movimiento

A. Por su trayectoria

- Movimiento rectilíneo.

Es aquel donde su trayectoria es en línea recta.

- Movimiento curvilíneo.

Cuando describe Trayectorias circulares, elípticas, parabólicas, etc.

B. Por su rapidez

- Movimiento uniforme.

El módulo de la velocidad (rapidez) no varía con el tiempo.

- Movimiento variado.

El módulo de la velocidad cambia con el tiempo. Este cambio es constante.

C. De acuerdo a la orientación de los cuerpos en sus movimientos

- Rotación: Un cuerpo rígido está animado de movimiento de rotación cuando mantiene fijos dos de sus puntos, los cuales determinan una recta llamada eje de rotación. Las trayectorias de los puntos de un cuerpo en este movimiento son circulares, centradas en el eje de rotación y contenidos en planos normales a dicho eje.
- **Traslación:** Un cuerpo rígido está animado de movimiento de traslación cuando todo segmento rectilíneo del cuerpo se mantiene paralelo a sí mismo durante el movimiento y todos los puntos tienen, en cada instante, la misma velocidad. Lo mismo podría decirse de la aceleración, por lo que vemos que el conocimiento del movimiento de un

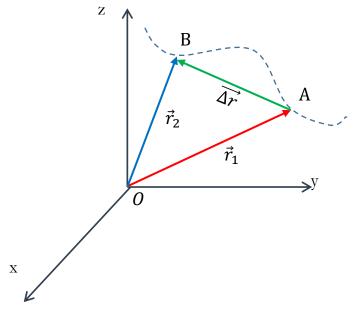
punto de un cuerpo en movimiento de traslación nos define el movimiento de todos los demás puntos.

- **De traslación y rotación:** Se traslada y gira simultáneamente.

Rapidez media.

Es una magnitud escalar que mide la distancia recorrida sobre el tiempo transcurrido.

Velocidad media.



Es la relación entre el vector desplazamiento ($\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$) empleado por un móvil y el intervalo de tiempo ($\Delta t = t_2 - t_1$) empleado en realizarlo.

$$\Delta \vec{\mathbf{v}} = \frac{\vec{\mathbf{r}}_2 - \vec{\mathbf{r}}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t}$$

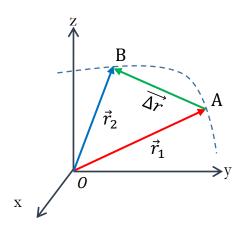
El módulo del vector velocidad media y la rapidez media coinciden cuando el movimiento es en línea recta y no hay cambios de sentido.

Velocidad instantánea.

En la figura, la velocidad en un punto, para definirlo acortamos el tiempo, donde la secante que pasa por A y B, se convierte en una tangente en A, en el límite, esto se

indica en la figura y se expresa así:
$$|\vec{v}_{ins}| = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$
.

Donde su módulo se denomina rapidez.

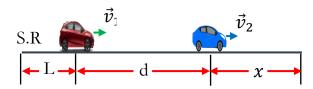


Movimiento rectilíneo uniforme.

Es aquel movimiento en el cual el móvil describe como trayectoria una línea recta y se desplaza recorriendo espacios iguales en tiempos iguales. Vale decir que permanece constante en la rapidez.

Tiempo de alcance.

Es el tiempo que emplea un móvil en alcanzar a otro móvil de menos velocidad que él.



Para el móvil 1

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 t$$

$$L + d + x = L + v_1 t_a$$

$$d + x = v_1 t_2 \dots (1)$$

Para el móvil 2

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 t_a$$

$$L + d + x = L + d + v_2 t_a$$

$$x = v_2 t_a \dots (2)$$

Reemplazando la ecuación 1 con ecuación 2:

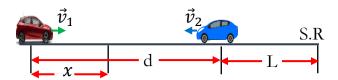
$$d + v_2 t_a = v_1 t_a$$

$$d = t_a(v_1 - v_2)$$

$$t_a = \frac{d}{(v_1 - v_2)}$$

Tiempo de encuentro.

Es el tiempo que emplea dos móviles en encontrarse.



$$x = x_0 + v_0(t - t_0)$$

Para el móvil 1

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 t$$

$$-(L + d - x) = -(d + L) + v_1 t_e$$

$$x = v_1 t_e$$
....(1)

Para el móvil 2

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 t$$

$$-(L+d-x) = -L - v_2 t_e$$

$$-d + x = -v_2t_e$$
....(2)

Reemplazado la ecuación 1 en la ecuación 2

$$-d + v_1 t_e = -v_2 t_e$$

$$d = v_1 t_e + v_2 t_e$$

 $d = t_e (v_1 + v_2)$

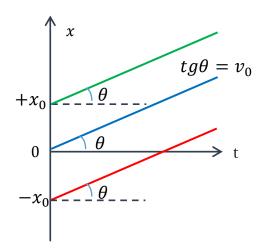
$$t_e = \frac{d}{v_1 + v_2}$$

Análisis gráfico del M.R.U.

En este caso la aceleración es nula o la velocidad es constante.

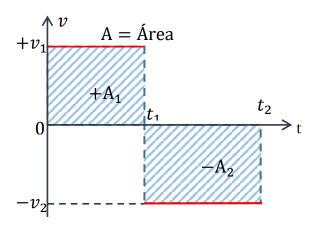
a)
$$x = x_0 + v_0(t - t_0)$$

La pendiente de la recta nos da la velocidad:
 v_0
 $m = tg\theta = v_0$
Descripción gráfica del M.R.U



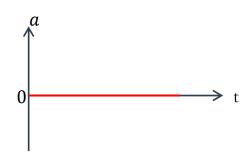
b) Hallando la velocidad: $v = \frac{dx}{dt}$, en la gráfica el área debajo de la curva representa, el cambio de posición del móvil $A = v_0 t = x - x_0$).

La pendiente de la recta representa la aceleración.



c) Hallando la aceleración $a = \frac{dv_o}{dt} = 0$

Esto se da cuando el movimiento es rectilíneo uniforme



Problemas resueltos

1. Un automóvil pasa por un peaje a una velocidad de 108 km/h, y 6 minutos después, una moto de la policía de carretera que lo persigue se acerca a una velocidad de 126 km/h. ¿A qué distancia del peaje la moto alcanzará al automovilista presuntamente infractor?

https://youtu.be/PfQvpe33Mhg

Solución

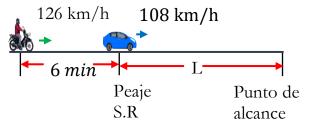
Identificación de datos y unidades de medidas:

Velocidad del automóvil: 108 km/h Intervalo de tiempo antes de la salida de la moto: 6 min

Velocidad de la moto: 126 km/h

Finalidad y representación gráfica:

El objetivo es determinar a qué distancia del peaje la moto alcanzará al automovilista. Esto puede ser visualizado mediante un diagrama que muestra la posición del automóvil y la moto en función del tiempo.



Identificación de la ecuación física adecuada:

Utilizaremos las ecuaciones de movimiento uniforme para calcular las distancias recorridas por el automóvil y la moto en función del tiempo. Tomando como sistema de referencia el peaje. Para el automóvil.

 $\overrightarrow{x} = \overrightarrow{x}_0 + \overrightarrow{v}_0 t$ L = 0 + 108km/h.t

L = 108.km/60min.t

 $L = 1.8t \dots (1)$

Para la moto.

L = 0 + 126 km/h.(t-6)

L = 126 km/60 min. (t-6)

 $L = 2.1(t-6) \dots (2)$

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

Igualando la ecuación Nº 1 y la ecuación Nº 2 tenemos.

$$1.8t = 2.1t - 12.6$$

$$0.3t = 12.6$$

$$t = 42min$$

Remplazando el tiempo en la ecuación Nº 1

$$L = 1.8(42)$$

$$L = 75.6 \text{km}$$

Análisis de los resultados obtenidos:

Finalmente concluimos que el valor de la longitud que es abarcado desde el peaje hasta el punto de alcance es: 75,6 Km.

2. En el mismo momento en que un coche atraviesa la ciudad de Ilo en dirección a la ciudad de Ite a una velocidad de 54 km/h, otro coche que se dirige hacia él pasa por Ite con una velocidad de 72 km/h. Si consideramos que los 252 km de distancia entre las dos ciudades son perfectamente rectilíneos, ¿cuánto tiempo tardan en encontrarse? y ¿a qué distancia de Ite ocurre el encuentro? (Tomar Ite como punto de referencia).



https://youtu.be/SHJdX6j6ggM

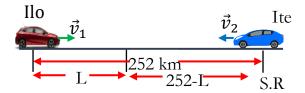
Solución

Identificación de datos y sus unidades de medida:

Velocidad del primer coche: 54 km/h. Velocidad del segundo coche: 72 km/h. Distancia entre las ciudades: 252 km.

Representación gráfica del problema:

Se muestra el escenario donde un coche se desplaza desde Ilo hacia Ite, y otro coche se mueve desde Ite hacia Ilo en una carretera recta.



Identificación de la ecuación física adecuada:

Se utilizan las ecuaciones de movimiento para determinar el tiempo en que los dos coches se encuentran y la distancia a la que ocurre el encuentro.

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

¿Cuánto tiempo tardan en encontrarse?

Para el coche que pasa por Ilo

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 t$$

 $-(252-L) = -252 + 54t$
 $L = 54t$ (1)

Por el coche que pasa por Ite

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 t$$

 $-(252-L) = 0 - 72t$
 $-252 + L = 0 - 72t$
 $-252 + L = 0 - 72t$
 $-252 + L = 0 - 72t$ (2)

Igualando la ecuación Nº 1 y la ecuación Nº 2 tenemos.

Análisis de los resultados obtenidos:

El tiempo en que los coches se encuentran es 2 h. Además, la distancia desde Ite en la que se produce el encuentro determinado es 144 km.

3. Un niño está viajando en un movimiento rectilíneo uniforme (MRU) y necesita llegar a su destino a las 8:00 p.m. Si viaja a una velocidad de 48 km/h llegará una hora más tarde, mientras que si viaja a una velocidad de 68 km/h llegará una hora antes. ¿Cuál debe ser la velocidad del niño para llegar a su destino a la hora programada? https://youtu.be/APeUbRGIM_o

Solución

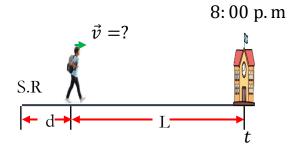
Identificación de datos y sus unidades de medida:

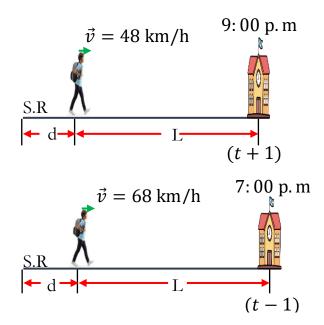
Velocidad del niño cuando llega a tiempo: se debe calcular

Hora programada de llegada: 8:00 p.m. Retraso al viajar a 48 km/h: 1 hora. Adelanto al viajar a 68 km/h: 1 hora.

Representación gráfica del problema:

Se describe la situación de un niño que viaja a diferentes velocidades y llega a su destino en diferentes momentos.





Identificación de la ecuación física adecuada:

Se utilizan las ecuaciones de tiempo y distancia para modelar la situación y resolver para la velocidad requerida.

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 t$$

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

Para el primer caso

$$\overset{\rightarrow}{\mathbf{x}} = \overset{\rightarrow}{\mathbf{x}}_0 + \overset{\rightarrow}{\mathbf{v}}_0 \mathbf{t}$$

$$d + L = d + v_o t$$

$$L = v_0 t \dots (1)$$

Para el segundo caso.

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 t$$

$$d + L = d + 48(t + 1)$$

 $L = 48t + 48....(2)$

$$L = 48t + 48....(2)$$

Para el tercer caso.

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 t$$

$$d + L = d + 68(t - 1)$$

$$L = 68t - 68....(3)$$

Luego igualamos la segunda ecuación con la tercera para poder hallar el tiempo "t"

$$48t + 48 = 68t - 68$$

$$20t = 116$$

$$t = \frac{116}{20}$$

$$t = 5.8h$$

Ahora reemplazando "t" en ecuación "2" para hallar "l"

$$L = 68t - 68$$

$$L = 68(5.8) - 68$$

$$L = 326.4 \text{km}$$

Luego reemplazamos "L" en ecuación "1" para hallar vo:

$$L = v_0 t$$

$$L = v_0 t$$

326,4 = v_0 (5,8)

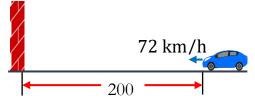
$$v_o = \frac{326.4}{5.8}$$

$$v_o = 56.3 \text{km/h}$$

Análisis de los resultados obtenidos:

Después de resolver las ecuaciones, se llega a la conclusión de que la velocidad que el niño debe mantener para llegar a tiempo es de 56.3 km/h. Se proporciona una respuesta coherente a la pregunta planteada en el problema.

Un automóvil se desplaza con una velocidad constante de 72 km/h en dirección hacia una pared, como se muestra en la figura. ¿Después de cuánto tiempo el automóvil se encontrará a una distancia de 40 m de la pared?



https://youtu.be/JKR0EIDWf6g

Solución

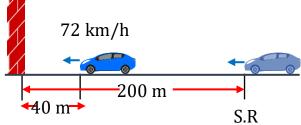
Identificación de datos y sus unidades de medida:

Velocidad del automóvil: 72 km/h.

Distancia a la pared: 40 m.

Representación gráfica del problema:

Se presenta un automóvil moviéndose hacia una pared.



Convirtiendo las unidades de velocidad a m/s

$$v = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \left(\frac{1000 \text{m}}{3600 \text{s}}\right) = 20 \text{m/s}$$

Identificación de la ecuación física adecuada:

Se utiliza la ecuación de movimiento uniforme para determinar el tiempo necesario para que el automóvil esté a la distancia dada de la pared.

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 t$$

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

Encontrando el tiempo que demora el móvil en llagar a 40 m de la pared.

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 t$$

 $-160 = 0 - (20 \text{m/s.}) t$
 $(20 \text{m/s.}) t = 160$
 $t = \frac{160 \text{m}}{20 \text{m/s}}$
 $t = 8 \text{s}$

Análisis de los resultados obtenidos:

Después de realizar los cálculos, se obtiene que el automóvil se encontrará a una distancia de 40 m de la pared después de 8 segundos.

5. Dos estudiantes de Beca 18 parten en bicicleta al mismo tiempo desde las ciudades de Chiclayo y Lambayeque, las cuales están separadas por una distancia de 1500 metros. El primer estudiante recorre 40 metros más por minuto que el segundo estudiante; el tiempo que tardarán en encontrarse está relacionado con la mitad de los metros que el segundo estudiante recorre en un minuto. Determinar la distancia recorrida por el estudiante que parte de la ciudad de Chiclayo hasta el momento de encuentro.

https://youtu.be/IoJT7rBbGWw

Solución

Identificación de datos y sus unidades de medida:

Distancia entre las ciudades de Chiclayo y Lambayeque: 1500 metros.

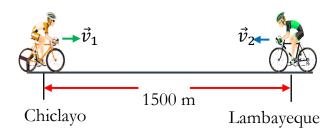
Velocidad del primer estudiante (que parte de Chiclayo): $v_1 = (d + 40) \frac{m}{min}$

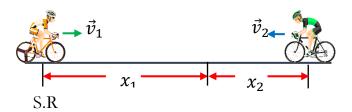
Velocidad del segundo estudiante (que parte de Lambayeque): $v_2 = d \frac{m}{min}$

Tiempo que tardarán en encontrarse: $t = \frac{1}{2}d$ minutos

Representación gráfica del problema:

Se muestra la distancia entre las dos ciudades y se indican los dos estudiantes que parten en bicicleta en direcciones opuestas.





Identificación de la ecuación física adecuada:

Se utilizan las ecuaciones de movimiento uniforme para los dos estudiantes y se plantea una ecuación que relaciona las distancias recorridas por ambos estudiantes con la distancia total entre las ciudades.

$$\overset{\rightarrow}{\mathbf{x}} = \overset{\rightarrow}{\mathbf{x}}_0 + \overset{\rightarrow}{\mathbf{v}}_0 \mathbf{t}$$

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

$$x_1 + x_2 = 1500m$$

Distancia que recorre el Becario que sale de ciudad Nueva.

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 t$$

$$\vec{x}_1 = \vec{v}_1 t$$

$$x_1 = (d + 40) \frac{1}{2} d$$

Distancia que recorre el Becario que sale de ciudad Jardín.

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 t$$

$$\vec{x}_1 = \vec{x}_1 + \vec{x}_2 - \vec{v}_2 t$$

$$x_2 = \frac{1}{2} d^2$$

Reemplazando las distancias en: $x_1 +$

$$x_2 = 1500m$$

 $(d + 40)\frac{1}{2}d + \frac{1}{2}d^2 = 1500m$
 $(d + 40)d + d^2 = 3000m$
 $2d^2 + 40d = 3000m$
 $d^2 + 20d - 3000m = 0$
 $(d + 50)(d - 30) = 0$
 $d = 30$

Luego reemplazando d en x_1 tenemos

$$x_1 = (d + 40)\frac{1}{2}d$$

 $x_1 = (30 + 40)15$
 $x_1 = 1050m$

Análisis de los resultados obtenidos:

Después de realizar los cálculos, se determina que la distancia recorrida por el estudiante que parte de la ciudad de Chiclayo hasta el momento de encuentro es de 1050 metros.

Problemas propuestos

- 1. Dos coches salieron al mismo tiempo, uno desde A hacia B y el otro desde B hacia A. Cuando se encontraron, el primer coche había recorrido 36 km más que el segundo. A partir de ese momento, al primer coche le llevó una hora llegar a B, mientras que al segundo coche le llevó 4 horas llegar a A. Calcular la distancia entre A y B. A) 36 km B) 72 km C) 108 km D) 144 km E) 180 km https://youtu.be/Av9qnNl-pl4
- 2. Un hombre está realizando un viaje con movimiento rectilíneo uniforme y tiene como objetivo llegar a su destino a las 7 p.m. Si viaja a una velocidad de 40 km/h, llegará una hora más tarde, mientras que, si viaja a una velocidad de 60 km/h, llegará una hora antes. ¿Cuál debe ser la velocidad que debe mantener para llegar puntualmente a su destino a las 7 p.m.?

A) 40 km/h B) 48 km/h

C) 50 km/h D) 52 km/h

E) 60 km/h

https://youtu.be/7qA2YYKMLyo

3. Un hombre necesita determinar a qué velocidad constante debe viajar para llegar a su destino a las 9 pm. Si viaja a 30 km/h, llegará una hora más tarde, y si viaja a 50 km/h, llegará una hora antes. ¿Cuál debe ser la velocidad para llegar a las 9 pm?

A) 37,5 km/h

B) 40 km/h

C) 50 km/h

D) 75 km/h

E) 80 km/h

https://youtu.be/7Myo184wllw

4. Tenemos tres móviles, A, B y C, que parten de la provincia de Jaén en momentos diferentes. El móvil A parte a las 8:00 a.m., B a las 9:00 a.m. y C a las 10:00 a.m., con velocidades de 40, 45 y 51 Km/h respectivamente. Si los tres móviles se desplazan por la misma trayectoria y en el mismo sentido, ¿a qué hora equidistaran los móviles A y C de B?

A) 8:00 a.m

B) 1:00 p.m

C) 3:00 p.m

D) 5:00 p.m

E) 8:00 p.m

https://youtu.be/rXG7OjyIGzs

5. Dos objetos se encuentran inicialmente separados por una distancia de 168 km y se dirigen el uno hacia el otro. Si después de 7 horas, los objetos se cruzan, calcular la velocidad del objeto más lento, si la velocidad del otro objeto es 2 km/h mayor.

A) 7 km/h

B) 9 km/h

 $\stackrel{\cdot}{\text{C}}$ 10 km/h

D) 11 km/h

E) 13 km/h

https://youtu.be/oWW-AmqdAtE

6. Dos automóviles se desplazan en sentido contrario y se acercan entre sí. El primero tiene una velocidad de 11 km/h y el segundo tiene una velocidad de 33 km/h. Cuando están separados por una distancia de 88 km, un loro sale volando desde el automóvil más lento hacia el otro automóvil, con una velocidad de 88 km/h con respecto a la tierra. ¿Cuál es la distancia total que recorre el loro durante todo ese tiempo?

- A) 170 km
- B) 176 km
- C) 182 km
- D) 188 km
- E) 194 km

https://youtu.be/wPQ1bNFL3W8

- 7. Dos objetos se mueven desde la ciudad de Jaén en trayectorias rectilíneas perpendiculares entre sí, con velocidades de 6 m/s y 8 m/s. ¿Cuánto tiempo transcurrirá antes de que la distancia entre ambos objetos sea de 200 m?
 - A) 12 s
- B) 14 s
- C) 16 s

- D) 20 s
- E) 22 s

https://youtu.be/yWI-N6qm Pc

- Dos estudiantes de la Universidad Nacional de Jaén parten en bicicleta al mismo tiempo desde las ciudades A y B, que están separadas por una distancia de 756 m, con el objetivo de encontrarse en el camino. El primer estudiante recorre 30 m más por minuto que el segundo estudiante, y el número de minutos que tardarán en encontrarse es igual a la tercera parte de los metros que el segundo estudiante recorre en un minuto. Determinar la distancia recorrida por el segundo estudiante, que parte de Ciudad B, hasta el momento en que se encuentran.
 - A) 208 m B) 243 m C) 416 m
 - D) 508 m E) 603 m

https://youtu.be/q9TpxI7dSrE

9. Dos autos se encuentran en un punto de un camino recto y se desplazan en sentido opuesto. El auto A se mueve hacia la derecha con una velocidad

- constante de 126 km/h, mientras que el auto B se mueve hacia la izquierda con una velocidad constante de 15 m/s. Determinar la distancia que los separa después de 40 s.
- A) 6 km
- B) 5 km
- C) 4 km
- D) 3 km E) 2 km

https://youtu.be/Elmy1HPQ2NQ

- 10. Se tienen dos autos que salen de la ciudad Blanca con destino a Lima. El primer auto parte a las 4 p.m. y llega a Lima a las 4 a.m., mientras que el segundo auto parte a las 6 p.m. y llega a Lima a las 2 a.m. Determinar en qué momento el segundo auto alcanza al primero.
 - A) 2 h
- B) 3 h
- C) 4 h

- D) 5 h
- É) 6 h

https://youtu.be/Gj9mOs Ihuk

- 11. Un automóvil "A" se desplaza a una velocidad constante de 23 m/s y se encuentra detrás de otro automóvil "B", que se mueve en el mismo sentido a una distancia de 100 metros. Después de 50 segundos, el automóvil "A" alcanza al automóvil "B". ¿Cuál es la velocidad del automóvil "B"?
 - A) 17 m/s
- B) 19 m/s
- C) 21 m/s
- D) 23 m/s
- E) 25 m/s

https://youtu.be/Y6lRvBViUQ0

12. Dos móviles parten simultáneamente de un punto A y se desplazan en la misma dirección de forma rectilínea. Después de 40 segundos, ambos móviles se encuentran equidistantes de un punto B. Si los dos móviles se desplazan a velocidades constantes de

- 23 m/s y 27 m/s respectivamente, ¿cuál es la distancia AB?
- A) 5 km
- B) 4 km C) 3 km
- D) 2 km
- E) 1 km

https://youtu.be/4UgOwflDqGE

- 13. Un tren se desplaza a una velocidad constante de 36 km/h y tarda 40 segundos en cruzar por completo un túnel de 350 metros de longitud. Determinar la longitud del tren.
 - A) 20 m
- B) 30 m C) 40 m
- D) 50 m
- E) 60 m

https://youtu.be/7JPoyaBiMI4

- 14. Un tren A parte desde un punto ubicado a 7 km al este de un puente y se dirige hacia el oeste con una velocidad constante de 50 km/h. En el mismo instante, un tren B parte desde un punto que está a 9 km al este del mismo puente y también se dirige hacia el oeste. ¿Cuál debe ser la velocidad del tren B para que ambos trenes cruzen el puente al mismo tiempo?
 - A) 64,58 km/h
- B) 64,28 km/h
- C) 60,28 km/h
- D) 46,28 km/h
- E) 44,82 km/h

https://youtu.be/EgjCjiSf1gM

15. A las 11:00 a.m., un automóvil parte de un punto A con una velocidad constante de 60 km/h. Dos horas después, a las 13:00 horas, otro móvil parte del mismo punto A en la misma dirección y sentido que el primero, pero con una velocidad de 100 km/h. ¿A qué hora y a qué distancia de A el segundo móvil alcanza al primero? A) 4:00 p.m; 300 km

- B) 4:00 a.m; 300 km
- C) 4:00 p.m; 500 km
- D) 5:00 p.m; 300 km
- E) 5:00 a.m; 300 km

https://youtu.be/9BxLAtGudmE

- 16. Un tráiler de 20 m de longitud se desplaza en línea recta con una rapidez constante de 50 m/s y demora en cruzar un puente t segundos. Si hubiese duplicado su rapidez habría empleado 3 segundos menos en cruzarlo. Determine la longitud del puente (en km).
 - A) 0,18 km
- B) 0,28 km C) 3 km
- D) 28 km
- E) 38 km

https://youtu.be/Zt07V0P9kbU

- 17. Dos motociclistas participan en una carrera contrarreloj en una ruta rural de 45 km. El primer motociclista recorre la ruta con una velocidad promedio de 54 km/h. El segundo motociclista parte 5 minutos después que el primero, pero logra cruzar la línea de meta al mismo tiempo. ¿Cuál es la velocidad promedio del segundo motociclista?
 - A) 25 km/h
- B) 30 km/h
- C) 32 km/h
- D) 60 km/h
- E) 64 km/h

https://youtu.be/AUwgb07RNso

18. Dos automóviles parten de la misma ciudad, uno a una velocidad de 50 km/h y el otro a una velocidad de 72 km/h. Determinar la distancia a la que se encontrarán después de 120 minutos en dos escenarios: a) si marchan

en sentidos contrarios, y b) si marchan en el mismo sentido

- A) 244 Km; 44 Km
- B) 254 Km; 44 Km
- C) 262 Km; 54 Km
- D) 400 Km; 50 Km
- E) 424 Km; 44 Km

https://youtu.be/3-B-4TTctqY

- 19. Dos automóviles parten al mismo tiempo y se dirigen hacia el encuentro. La distancia inicial entre ellos es de 600 km. Si el primer automóvil se mueve a una velocidad de 80 km/h, mientras que el segundo automóvil se mueve a una velocidad de 120 km/h, determinar la distancia a la que se cruzarán y el tiempo que tomará.
 - A) 200 km; 2 h B) 200 km; 3 h
 - C) 240 km; 3 h D) 240 km; 5 h
 - E) 360 km; 3 h

https://youtu.be/BoFGxe6FHS8

- 20. Dos jugadores de fútbol se encuentran uno frente al otro, cada uno con su balón listo para patear. El objetivo del juego es patear los balones al mismo tiempo de manera recta para que se golpeen en el aire. La distancia inicial entre los jugadores es de 40 metros. Si el jugador A lanza su balón con una velocidad de 3 m/s, mientras que el jugador B lanza su balón con una velocidad de 5 m/s en un movimiento rectilíneo uniforme, calcular a qué distancia del jugador B ocurrirá la colisión entre los balones.
 - A) 15 m
- B) 20 m C) 25 m
- Ď) 30 m
- É) 35 m

https://youtu.be/OeVvKFi0544

- 21. En un viaje de Jaén a San Ignacio, una parte de la carretera, que corresponde a un tercio del total, está en malas condiciones. En esta sección, la velocidad máxima permitida para un automóvil es de 40 km/h. Otra parte de la carretera, que corresponde a un sexto del total, permite una velocidad máxima de 50 km/h. El resto de la carretera permite una velocidad máxima de 100 km/h. Si la distancia total del viaje es de 300 km, ¿cuánto tiempo se necesita para llegar a San Ignacio sin hacer ninguna parada?
 - A) 2,25 h B) 2,50 h C) 3,25 h
 - D) 3,75 h E) 5 h

https://youtu.be/LII4bFR5KoM

- 22. Un tren cruza un poste en un tiempo de 10 segundos y cruza un túnel en 15 segundos. Si el tamaño del túnel se triplicará, ¿en cuánto tiempo el tren cruzaría el túnel?
 - A) 15 s B) 20 s C) 25 s
 - D) 30 s E) 35 s

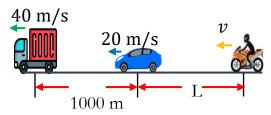
https://youtu.be/LdvAFBsxKKY

- 23. Dos autos se desplazan en línea recta desde un mismo punto, ambos con velocidades constantes en el mismo sentido. El primer auto tiene una velocidad de 25 m/s, mientras que el segundo auto tiene una velocidad de 35 m/s. Si hay un árbol ubicado a una distancia de 360 m del punto de partida, ¿después de cuánto tiempo los autos equidistaran del árbol?
 - A) 3 s
- B) 6 s
- C) 9 s

- D) 12 s
- E) 15 s

https://youtu.be/vqmoGYoTVzc

24. En el instante mostrado, la moto, el automóvil y el camión se desplazan a velocidades constantes. Si la moto alcanza al automóvil en 25 segundos y luego alcanza al camión 50 segundos después, determinar la velocidad de la moto.



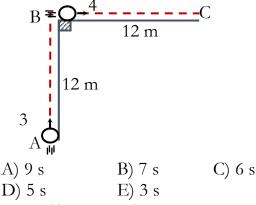
- A) 50 m/s
- B) 60 m/s
- C) 70 m/s
- D) 80 m/s
- E) 90 m/s

https://youtu.be/unvDAXd9 DY

- 25. Un coche circula por una carretera a una velocidad constante de 108 km/h y avista a un camión que se encuentra 1.2 km más adelante, moviéndose con una velocidad constante de 20 m/s en la misma dirección y sentido. ¿Cuánto tiempo tomará para que el coche alcance al camión? ¿Qué distancia habrá recorrido el camión cuando sea alcanzado?
 - A) 2 min; 2,4 km
- B) 2 min; 4,2 km
- C) 3 min; 2,4 km
- D) 4 min; 4,4 km
- E) 5 min; 2,5 km

https://youtu.be/OpK-OXYX5il

26. Determinar el tiempo que tarda en recorrer el trayecto desde "A" hasta "C" en el recorrido mostrado un cuerpo esférico.

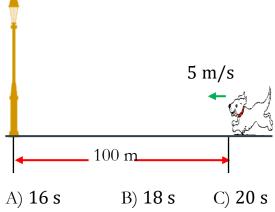


https://youtu.be/o0mml4xtbp8

- 27. Una patinadora se desliza en una pista de hielo a una velocidad de 57.6 km/h. Determinar la distancia recorrida en un periodo de 20 segundos.
 - A) 32 m
- B) 200 m
- C) 300 m
- D) 320 m
- E) 340 m

https://youtu.be/6LWVvM5QRnM

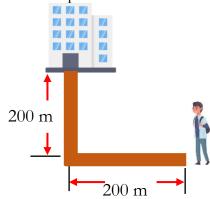
28. Un perro corre en línea recta a una velocidad constante de 5 m/s. Determinar cuánto tiempo pasa a partir del instante mostrado para que al perro solo le falten 20 m para llegar al poste de energía eléctrica.



- D) 22 s
- E) 24 s

https://youtu.be/tPt4r0OLR9U

29. Un estudiante de la Universidad Nacional de Jaén camina diariamente desde la puerta de ingreso hasta su escuela profesional, siguiendo la trayectoria mostrada. Calcular la magnitud del desplazamiento y la distancia recorrida por el estudiante.



- A) $200\sqrt{2}$ m; 400 m
- B) $200\sqrt{3}$ m; 400 m
- C) $400\sqrt{2}$ m; 200 m
- D) $400\sqrt{3}$ m; 400 m
- E) 450 m; 450 m

https://youtu.be/rMWmo246jp0

- **30.** Mientras viajamos en un mototaxi, notamos que pasamos junto a un poste cada 8 segundos. Si la distancia entre dos postes consecutivos es de 64 metros, determinar la velocidad a la que se desplaza el mototaxi.
 - A) 6 m/s
- B) 8 m/s
- C) 9 m/s
- D) 10 m/s
- E) 12 m/s

https://youtu.be/w3hhZcnA6hs

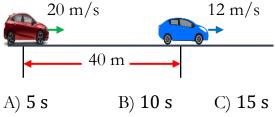
31. Se tiene un tráiler de 10 m de longitud que atraviesa un puente en 42 s y luego atraviesa otro puente, que es el doble de largo, en 40 s adicionales.

Determinar la velocidad a la que se desplaza el tráiler.

- A) 5 m/s
- B) 10 m/s
- C) 15 m/s
- D) 20 m/s
- E) 25 m/s

https://youtu.be/VVLX7y5Lrek

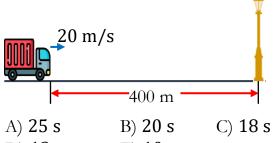
32. En el gráfico presentado, dos automóviles se desplazan a velocidades constantes. Calcular el tiempo necesario para que la distancia entre los automóviles se multiplique por tres.



D) 20 s E) 25 s

https://youtu.be/RtoZJJNP0is

33. Un camión que se desplaza en línea recta a una velocidad constante de 20 m/s y se dirige hacia un poste de luz eléctrica. Determinar el tiempo que transcurre a partir del instante mostrado hasta que el camión se encuentre a una distancia de 140 m del poste.



D) 13 s E) 10 s

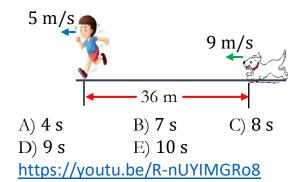
https://youtu.be/JURg7ixk5HI

- **34.** Se tiene un ómnibus de 5 metros de longitud que se desplaza a una velocidad de 36 km/h por la carretera Fernando Belaunde Terry. Calcular el tiempo que tarda en atravesar por completo un túnel de 35 metros.
 - A) 4 s
- B) 5 s
- C) 8 s

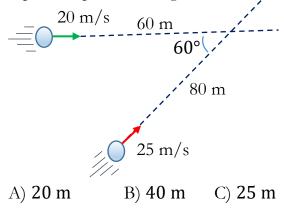
- D) 9 s
- E) 10 s

https://youtu.be/RSlvZ4hHmf8

35. Un niño y un perro se desplazan con velocidad constante y se dirigen uno hacia el otro. Determinar el tiempo transcurrido desde el instante mostrado hasta qué ocurre el alcance entre ambos.



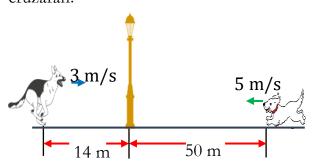
36. En el gráfico proporcionado, dos esferas se desplazan realizando un Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU). Calcular la distancia que las separa después de 4 segundos.



- D) $30\sqrt{3}$ m E) $20\sqrt{3}$ m https://youtu.be/2Nn1iXjzAJk
- 37. Una persona se encuentra ubicada entre dos montañas y emite un grito. Si el primer eco del grito es escuchado por la persona después de 2 segundos, y el segundo eco es escuchado después de 3 segundos, determinar la distancia entre las dos montañas. Considere que la velocidad del sonido es de 340 m/s.
 - A) 920 m
- B) 850m
- C) 540 m
- D) 500 m
- E) 1200 m

https://youtu.be/maRfyhJseHc

38. Dos mascotas se desplazan en una trayectoria recta a velocidades constantes, según se muestra en la figura. Calcular a qué distancia del poste se cruzaran.



- A) 10 m
- B) 15 m
- C) 20 m
- D) 30 m
- E) 35 m

https://youtu.be/qT9soG1nY3o

39. Para determinar la longitud de un tren, representada como L, se tiene los siguientes supuestos: El tren cruzó completamente un puente de 60 metros en un lapso de 5 segundos, mien-

tras que otro tren de 40 metros atravesó el mismo puente en 4 segundos. Es importante destacar que ambos trenes se desplazan a la misma velocidad constante.

- A) 40 m
- B) 30 m
- C) 40 m

- D) 60 m
- E) 65 m

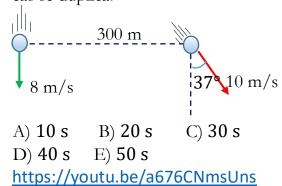
https://youtu.be/lkt1dN8SQVI

40. Un paracaidista salta desde un avión a una altura de 3 km. Si después de descender 50 m, abre su paracaídas y comienza a caer con una velocidad constante de 5 m/s, determinar el tiempo que tarda en llegar al suelo desde el momento en que abre su paracaídas.

- A) 590 s
- B) 550 s
- C) 520 s
- D) 500 s
- E) 450 s

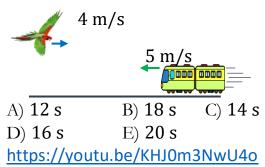
https://youtu.be/ITRwTyJpdX4

41. En la figura se representa el movimiento de dos canicas que se desplazan con velocidad constante. Determinar después de cuánto tiempo la separación entre las canicas se duplica.

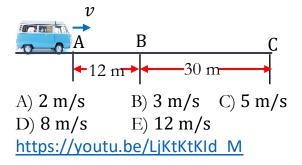


42. Determinar cuánto tiempo tardará un loro, que se desplaza a una velocidad constante de 4 m/s, en pasar

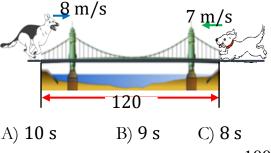
por el costado de un tren de 180 m de longitud que se desplaza a una velocidad constante de 5 m/s.



43. Una combi de la empresa "Cruz de Yanahuanca" se desplaza a lo largo de una ruta recta. Si se observa que la combi tarda 6 segundos más en recorrer el tramo BC que en recorrer el tramo AB, determinar la velocidad a la que se desplaza la combi.

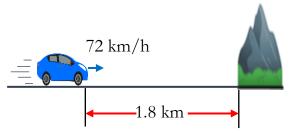


44. En el sistema mostrado, las mascotas se desplazan en línea recta a velocidades constantes. Si ambas mascotas ingresan a un puente de longitud 120 metros, determinar después de cuánto tiempo se encontrarán.



D) 7 s E) 6 s https://youtu.be/u4P-nARIHoo

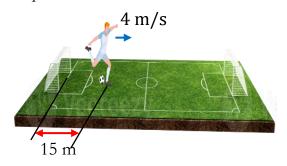
45. Un taxi se acerca a una montaña en línea recta a una velocidad constante de 72 km/h. Si cuando el taxi se encuentra a una distancia de 1,8 km de la montaña, el conductor toca el claxon, determinar a qué distancia de la montaña estará el taxi cuando escuche el eco. La velocidad del sonido en el aire es de 340 m/s.



- A) 1,7 km
- B) 1,8 km
- C) 1,6 km
- D) 1,5 km
- E) **1,4** km

https://youtu.be/H2DDJjT8Yvs

46. Una deportista se desplaza en línea recta con velocidad constante alejándose del arco izquierdo. Si han transcurrido 15 segundos desde el instante inicial, determinar a qué distancia se encuentra la deportista del arco izquierdo en ese momento.

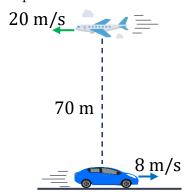


- A) 60 m
- B) 75 m
- C) 90 m

- D) 105 m E) 120 m https://youtu.be/cdAH7I75n2E
- 47. En una competencia de tiro al blanco, una bala es disparada desde un rifle con una velocidad de salida de 170 m/s. Si la persona que dispara escucha el sonido del impacto de la bala en el blanco después de un tiempo de 0.75 s, determinar la distancia a la que se encuentra el blanco de la persona que dispara, considerando que la velocidad del sonido es de 340 m/s.
 - A) 34 m B) 58 m
 - 58 m C) 85 m
 - D) 170 m E) 340 m

https://youtu.be/0PJMwzCuDjl

48. A partir del instante mostrado en la figura, se desea determinar la distancia a la que estarán separados los móviles después de transcurridos 10 segundos, considerando que ambos se desplazan a velocidad constante.



- A) 130 m
- B) 260,70 m
- C) 220 m
- D) 250,99 m
- E) 288,61 m

https://youtu.be/9bvBp0g8SR4

- 49. Durante un viaje por la carretera Fernando Belaunde Terry, el bus de la universidad Nacional de Jaén para recorrer un tramo de 18 km normalmente demora 20 minutos. Si después de haber transcurrido 10 minutos desde el inicio del viaje en dicho tramo, el bus se vio obligado a detenerse durante 5 minutos, por un desperfecto mecánico, determinar la velocidad a la que el bus debe reanudar su viaje para recorrer los 18 km sin ningún retraso adicional.
 - A) 10m/s
- B) 12m/s
- C) 15m/s
- D) 20m/s
- E) 30 m/s

https://youtu.be/qTKBfp-NhSk

50. Dos estudiantes de ingeniería parten desde un mismo punto, uno en una moto lineal y el otro en el bus de la Universidad Nacional de Jaén con velocidades de 20 m/s y 30 m/s respectivamente. Si en ese mismo instante otro estudiante de Tecnología Médica

ubicado a 1300 m sale al encuentro de los anteriores con una velocidad constante de 40 m/s, determinar después de qué tiempo el estudiante de Tecnología Médica equidista de los estudiantes de ingeniería.

- A) 10 s
- B) 15 s C) 20 s
- D) 26 s
- É) 50 s

https://youtu.be/RQgoc5sCRgc

Alternativas

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
С	В	Α	Е	D	В	D	В	Е	Е
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
С	Е	D	В	Α	В	D	Α	С	С
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Е	С	D	С	Α	В	D	Α	Α	В
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Α	D	D	Α	D	Α	В	Α	Е	Α
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Е	Е	В	С	С	В	С	Е	Е	С

4 MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO (MRUV)

Definición

Es aquel movimiento en el cual una partícula recorre espacios diferentes en tiempos iguales, en este caso varía la velocidad, por lo tanto, aparece la aceleración.

Aceleración media.

Es una magnitud vectorial que provoca en el móvil un cambio en la velocidad en cierto intervalo de tiempo o como la relación entre el cambio de velocidad $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$, y el tiempo empleado $\Delta t = t_2 - t_1$

tiempo empleado
$$\Delta t = t_2 - t_1$$

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

Aceleración instantánea.

Es el límite de la aceleración media conforme el intervalo de tiempo se acerca a cero.

$$\vec{a}_{inst} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{a}_{inst} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right) = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

Ecuaciones del movimiento unidimensional cuando existe aceleración

Movimiento que se caracteriza porque su trayectoria es una línea recta, de preferencia se trabaja a lo largo del eje x.

De la ecuación (2) tenemos

Cuando la velocidad cambia uniformemente con el tiempo, su valor medio en cualquier intervalo de tiempo es igual a la semisuma de los valores de la velocidad al final y al inicio.

Igualando la ecuación (3) y (1) tenemos

$$\left(\frac{x-x_0}{t-t_0}\right)\hat{\mathbf{1}} = \left(\frac{v_0+v}{2}\right)\hat{\mathbf{1}}$$

$$\vec{x} - \vec{x}_0 = \left(\frac{\vec{v}_0 + \vec{v}}{2}\right)(t - t_0) \dots \dots (4)$$

Reemplazando la ecuación I en 4

$$\vec{x} - \vec{x}_0 = \left(\frac{\vec{v}_0 + \vec{v}_0 + \vec{a}(t - t_0)}{2}\right)(t - t_0)$$

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_0)^2 \dots \dots (II)$$

Despejando $(t - t_0)$ de (2):

 $\vec{a}(t-t_0) = \vec{v} - \vec{v}_0$, reemplazando en (4):

$$\vec{a}(\vec{x} - \vec{x}_0) = \left(\frac{\vec{v}_0 + \vec{v}}{2}\right)(\vec{v} - \vec{v}_0)$$

$$2\vec{a}(\vec{x} - \vec{x}_0) = v^2 - v_0^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2\vec{a}(\vec{x} - \vec{x}_0) \dots \dots \dots \dots (III)$$

Las ecuaciones (I), (II) y (III) son básicas en la cinemática.

Este movimiento puede ser acelerado si el módulo de la velocidad aumenta a medida que transcurre el tiempo y retardado si el módulo de la velocidad disminuye en el transcurso del tiempo.

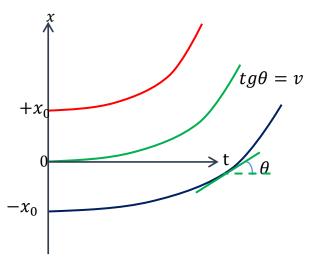
Análisis gráfico del M.R.U.V.

En este caso la aceleración es constante.

Consideremos $x_0 = 0$, $t_0 = 0$ en la ecuación (II)

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_0)^2$$

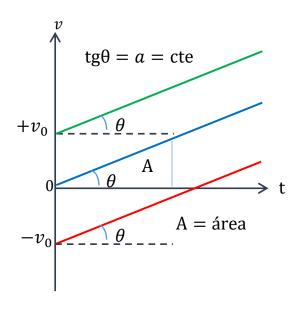
$$\vec{x} = \vec{v}_0 t + \frac{\scriptscriptstyle 1}{\scriptscriptstyle 2} \vec{a} t^2$$



Hallando la velocidad:

$$\vec{v}_f = \frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{v}_0 + \vec{a}(t - t_0)$$
, su gráfico

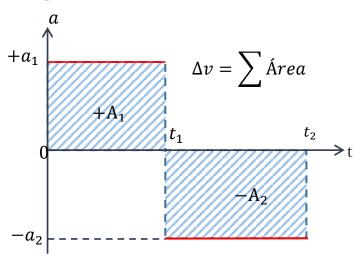
 $\vec{v}_f = \frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{v}_0 + \vec{a}(t-t_0)$, su gráfico. El área del trapecio da el cambio de posición: La pendiente de la recta nos da la aceleración:



b. Hallando la aceleración:

$$a^{\rightarrow} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{v}_0 + \vec{a}t)$$

Hallamos el área debajo de la curva a = f(t); $A = at = v - v_0$ Representa el cambio de velocidad.



Problemas resueltos

1. Un ratón se desplaza hacia su agujero en línea recta con una velocidad constante de 4 m/s. Mientras tanto, un gato se encuentra en reposo cerca del camino del ratón a 9 m de un agujero. Si el gato comienza a acelerar a una tasa de 4,5 m/s² en dirección al ratón, determinar si el gato logra alcanzar al ratón, y en caso de alcanzarlo, a qué distancia del agujero del ratón ocurre.

https://youtu.be/HL9NYIP-msU

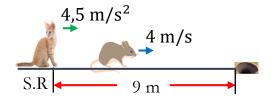
Solución

Identificación de datos y sus unidades de medida:

Velocidad del ratón: 4 m/s Aceleración del gato: 4.5 m/s²

Representación gráfica del problema:

Se muestra un esquema donde el ratón se desplaza hacia su agujero con una velocidad constante y el gato acelera en la misma dirección.



Identificación de la ecuación física adecuada:

Se utilizan las ecuaciones de movimiento uniforme para el ratón y las ecuaciones de movimiento uniformemente variado para el gato.

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 t
\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$$

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

El ratón se dirige con M.R.U.

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 t$$

$$d = 0 + 4t$$

$$d = 4t ... (1)$$

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$$

$$d = 0 + 0 + \frac{1}{2} (4.5) t^2$$

$$d = \frac{1}{2} (4.5) t^2$$

reemplazando ecuación... (1)

$$4t = \frac{1}{2}(4.5)t^2$$

$$t = 1,77s$$

Ahora analizaremos cual es la distancia que recorre el ratón. $X = X_0 + V_0 t$

$$x = 0 + 4(1.77)$$

 $x = 7.1 \text{ m}$

Análisis de los resultados obtenidos:

El gato logra alcanzar al ratón en un tiempo de 1,77 s, y el encuentro ocurre a una distancia de 1,9 m del agujero del ratón

2. Un zorro puede lograr desde el reposo una aceleración de 3 m/s². Si va a la caza de un conejo que puede lograr una aceleración de 1 m/s² y si éste inicia la huida desde el reposo en el mismo instante que el zorro está a 36 m de él. ¿Qué afirmación es falsa? a) Lo alcanza después de 6 segundos. b) La velocidad del zorro es 19 m/s, en el instante que atrapa al conejo.

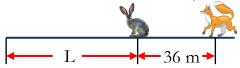
Solución

Identificación de datos y sus unidades de medida:

Aceleración del zorro: 3 m/s² Aceleración del conejo: 1 m/s² Distancia inicial entre el zorro y el conejo: 36 m

Representación gráfica del fenómeno:

Se muestra un esquema con el zorro y el conejo en el instante en que el zorro está a 36 m del conejo.



Identificación de la ecuación física adecuada:

Se utilizan las ecuaciones de cinemática para el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA) tanto para el zorro como para el conejo.

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_0)^2$$

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

Se resuelve el sistema de ecuaciones para encontrar el tiempo en que ocurre el encuentro.

Para el zorro.

$$36 + L = 0 + 0 + \frac{1}{2}3t^2$$

$$L = \frac{1}{2}3t^{2} - 36$$
Para el conejo
$$36 + L = 36 + 0 + \frac{1}{2}(1)t^{2}$$

$$L = \frac{1}{2}(1)t^{2}$$

Igualando las expresiones para el zorro y el conejo:

$$\frac{1}{2}(1)t^{2} = \frac{1}{2}3t^{2} - 36$$

$$3t^{2} - 1t^{2} = 36(2)$$

$$t = \sqrt{36(2)/(3-1)}$$

$$t = 6 \text{ s}$$

La velocidad del zorro cuando atrapa al conejo.

$$\vec{v}_f = \vec{v}_0 + \vec{a}(t - t_0)$$

 $\vec{v}_f = 0 + 3(6)$
 $v_f = 18 \text{ m/s}$

Análisis de los resultados obtenidos:

Después de realizar los cálculos, se determina que el zorro alcanza al conejo después de 6 segundos. También se calcula que la velocidad del zorro en el instante en que atrapa al conejo es de aproximadamente 18 m/s, esto implica que la afirmación a) es verdadero y b) es falsa.

3. Un móvil se desplaza con una aceleración constante de 3 m/s². Si después de haber recorrido una distancia de 96 m, alcanza una velocidad de 90 km/h, determinar el tiempo que le tomó al vehículo realizar este recorrido.

https://youtu.be/OOEdMvMo4F0

Solución

Identificación de datos y sus unidades de medida:

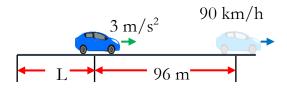
Aceleración del móvil: 3 m/s²

Distancia recorrida: 96 m

Velocidad final: 90 km/h

Representación gráfica del fenómeno:

Se muestra un esquema de un móvil



Identificación de la ecuación física adecuada:

Se utilizan las ecuaciones de cinemática para el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA) para el móvil.

$$\vec{v}_f^2 = \vec{v}_0^2 + 2\vec{a}(\vec{x} - \vec{x}_0)$$

$$\vec{v}_f = \vec{v}_0 + \vec{a}(t - t_0)$$

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

Convirtiendo km/h a m/s se tiene

$$v_f = \frac{90 \text{ km}}{h} \Big(\frac{1}{3600 \text{s}} \Big) \Big(\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \Big)$$

$$v_f = 25 \text{ m/s}$$

Para hallar la velocidad inicial:

$$\vec{v}_f^2 = \vec{v}_0^2 + 2\vec{a}(\vec{x} - \vec{x}_0)$$

$$(25)^2 = v_0^2 + 2(3)(96)$$

$$v_0^2 = 49$$

$$v_0 = 7 \text{ m/s}$$

Para hallar el tiempo tenemos

$$\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{f}} = \vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{0}} + \vec{\mathbf{a}}(\mathbf{t} - \mathbf{t}_{\mathrm{0}})$$

$$25 = 7 + (3)t$$

$$t = 6 s$$

Análisis de los resultados obtenidos:

El tiempo que le tomó al vehículo realizar el recorrido de 96 m y alcanzar una velocidad de 90 km/h fue de 6 s.

4. Dos automóviles salen de un mismo punto, uno parte con una velocidad de 40 m/s acelerando 3 m/s² y el otro con una velocidad constante de 70 m/s, si salen con igual dirección y sentidos opuestos y el primero sale 4 s antes. ¿Qué distancia los separa a los 14 s de que partió el segundo?

https://youtu.be/TbxlvUfizZ8

Solución

Identificación de datos y sus unidades de medida:

Velocidad inicial del primer automóvil: 40 m/s

Aceleración del primer automóvil: 3 m/s²

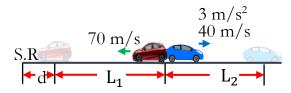
Velocidad del segundo automóvil: 70 m/s

Tiempo de diferencia entre las salidas: 4 s

Tiempo transcurrido desde la salida del segundo automóvil: 14 s

Representación gráfica del fenómeno:

Se muestra un esquema de los automóviles.



Identificación de la ecuación física adecuada:

Para el primer automóvil (MRUV):

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_0)^2$$

Para el segundo automóvil (MRU): $\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}(t - t_0)$

Realización de los cálculos sustituyendo los datos proporcionados:

Para el primer automóvil

$$d + L_1 + L_2 = d + L_1 + 40(t + 4) + \frac{1}{2}3(t + 4)^2$$

$$L_2 = 40(t+4) + \frac{1}{2}3(t+4)^2$$

Para el segundo automóvil

$$\vec{\mathbf{x}} = \vec{\mathbf{x}}_0 + \vec{\mathbf{v}}(\mathbf{t} - \mathbf{t}_0)$$

$$d = d + L_1 - 70t$$

$$L_1 = 70t$$

La distancia que los separa a los 14 s de que partió el segundo automóvil es:

Por lo tanto, lo que nos piden es:

$$L = L_1 + L_2$$

$$L = 40(t+4) + \frac{1}{2}3(t+4)^2 + 70t$$

Sustituyendo t = 14 s:

$$L = 2186 \text{ m}$$

Análisis de los resultados obtenidos:

La distancia que separa a los dos automóviles a los 14 s de que partió el segundo automóvil es de 2186 m.

5. Dado el vector de posición de una partícula $\vec{r} = (2t^2 - 2)\hat{\imath} + (t^2 - 4t)\hat{\jmath} + (3t - 5)\hat{k}$ en función del tiempo t, calcular las componentes de la velocidad y la aceleración en la dirección del vector (1; -3; 2) cuando t=1s. https://youtu.be/uU24YUKkclU

Solución

Identificación de datos y sus unidades de medida:

Vector de posición:
$$\vec{r} = (2t^2 - 2)\hat{\imath} + (t^2 - 4t)\hat{\jmath} + (3t - 5)\hat{k}$$

Vector director: $\hat{\mu} = (1; -3; 2)$

Realización de los cálculos sustituyendo los datos proporcionados:

Para hallar la velocidad se derivan las componentes del vector posición con respecto al tiempo.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{v} = \frac{d}{dt} [(2t^2 - 2)\hat{i} + (t^2 - 4t)\hat{j} + (3t - 5)\hat{k}]$$

$$\vec{v} = 4t\hat{i} + (2t - 4)\hat{j} + 3\hat{k}$$
Para $t = 1$

$$\vec{v} = (4; -2; 3)$$

Un vector unitario según la dirección del vector (1; -3; 2) es:

del vector
$$(1; -3; 2)$$
 es:

$$\hat{\mu} = \frac{(1; -3; 2)}{\sqrt{1^2 + 3^2 + 2^2}}$$

$$\hat{\mu} = \frac{(1; -3; 2)}{\sqrt{14}}$$

Para hallar los componentes de la velocidad en la dirección del vector (1; -3; 2), se multiplica el vector velocidad por $\hat{\mu}$

$$|\vec{v}| = (4; -2; 3) \frac{(1; -3; 2)}{\sqrt{14}}$$

$$|\vec{v}| = \frac{4 + 6 + 6}{\sqrt{14}}$$

$$|\vec{v}| = \frac{8\sqrt{14}}{7} \text{ m/s}$$

Para hallar la aceleración se deriva a la velocidad con respecto al tiempo.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{a} = \frac{d}{dt} \left[4t\hat{i} + (2t - 4)\hat{j} + 3\hat{k} \right]$$

$$\vec{a} = (4; 2; 0)$$

Para encontrar los componentes de la aceleración en la dirección del vector (1; -3; 2) se multiplica el vector aceleración por $\hat{\mu}$

$$|\vec{a}| = (4; 2; 0) \frac{(1; -3; 2)}{\sqrt{14}}$$

 $|\vec{a}| = \frac{4-6}{\sqrt{14}}$
 $|\vec{a}| = \frac{\sqrt{14}}{7} \text{ m/s}^2$

Análisis de los resultados obtenidos:

El módulo de las componentes de la velocidad en la dirección del vector $\hat{\mu}$ es $\frac{8\sqrt{14}}{7}$ m/s y el modulo de las componentes de la aceleración $\hat{\mu} \frac{\sqrt{14}}{7}$ m/s².

6. Dado el movimiento de una partícula en línea recta, descrito por la función $x = 2t^3 - 15t^2 + 33t - 40$, donde x representa la posición en metros y t el tiempo en segundos, se requiere determinar los momentos en los cuales la velocidad es igual a cero, así como las respectivas posiciones y aceleraciones en esos instantes.

https://youtu.be/Rr2QktdJSgg

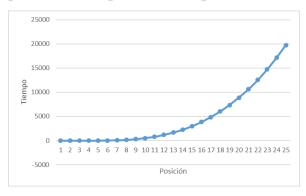
Solución

Identificación de datos y sus unidades de medida:

Función de posición:
$$x = 2t^3 - 15t^2 + 33t - 40$$

Representación gráfica del fenómeno:

Visualización de la función de posición x respecto al tiempo t



Identificación de la ecuación física adecuada:

Para hallar la velocidad derivamos la ecuación del desplazamiento con respecto al tiempo.

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(2t^3 - 15t^2 + 33t - 40)$$

$$v = 6t^2 - 30t + 33$$

Como el problema nos pide el tiempo para la velocidad igual a cero.

$$6t^2 - 30t + 33 = 0$$

$$2t^2 - 10t + 11 = 0$$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$t = \frac{10 \pm \sqrt{10^2 - 4(2)(11)}}{4}$$

$$t_1 = \frac{10 + \sqrt{10^2 - 4(2)(11)}}{4}$$

$$t_1 = 1,634 s$$

$$t_2 = \frac{10 - \sqrt{10^2 - 4(2)(11)}}{4}$$

$$t_2 = 3,3662 \text{ s}$$

b) La posición cuando la velocidad es cero se da para los tiempos anteriores.

$$x = 2t^3 - 15t^2 + 33t - 40$$

Para
$$t_1 = 1.634 \text{ s}$$

$$x_1 = -17,402 \text{ m}$$

Para
$$t_2 = 3,3662 \text{ s}$$

$$x_2 = -22,598 \text{ m}$$

c) para encontrar la aceleración cuando la velocidad es cero, se deriva a la ecuación de la velocidad con respecto al tiempo y luego se reemplaza el tiempo.

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(6t^2 - 30t + 33)$$

$$a = 12t - 30$$

Para
$$t_1 = 1,634 \text{ s}$$

$$a_1 = -10,392 \text{ m/s}^2$$

Para
$$t_2 = 3,3662 \text{ s}$$

$$a_2 = 10,392 \text{ m/s}^2$$

Análisis de los resultados obtenidos:

Los momentos en los cuales la velocidad es cero son $t_1 = 1,634$ s y $t_2 = 3,3662$ s. Esto significa que la partícula cambia su dirección en esos instantes.

Las posiciones correspondientes a esos instantes son $x_1 = -17,402$ m y $x_2 = -22,598$ m. La pertícula se encuetra en posiciones diferentes cuando su velocidad es cero.

Las acelaciones es esos instantes son $a_1 = -10,392 \text{ m/s}^2$ y $a_2 = 10,392 \text{ m/s}^2$. Quiere decir que la partícula está esperimentando una acelración en cada uno de estos momentos.

Problemas propuestos

- 1. Desde el mismo punto de partida, un coche y un joven comienzan su movimiento simultáneamente. Si el joven mantiene una velocidad constante de 6 m/s, mientras que el coche parte desde el reposo y acelera en el mismo sentido con una aceleración de 4 m/s², determinar la distancia que separa al joven y al coche después de 8 segundos.
 - A) 20 m B) 40 m C) 80 m D) 160 m E) 180 m
 - https://youtu.be/wOSrijgOHGs
- 2. Imagínate que te diriges hacia tu escuela y, justo cuando las luces del semáforo se ponen en verde, un automóvil que ha estado esperando a tu lado acelera a razón de 1,2 m/s². Si al mismo tiempo, un segundo automóvil acaba de llegar y se mantiene con una velocidad constante de 36 km/h, determinar lo siguiente: a) ¿Cuánto tiempo se necesita para que el primer automóvil alcance al segundo? b) ¿Con qué velocidad se mueve el primer automóvil en ese instante? c) ¿Cuál es el desplazamiento que ha realizado el primer automóvil?
 - A)3,25 s; 6 m/s; 102 m
 - B) 12,04 s; 14 m/s; 150 m
 - C) 16,67 s; 20 m/s; 167 m
 - D) 17,7 s; 25 m/s; 170 m
 - E) 19,75 s; 195 m/s; 201m
 - https://youtu.be/jwGminnr-KY
- 3. Una partícula alfa se desplaza dentro de un tubo recto de 20 metros como parte de un acelerador de partículas. Si

ingresa al tubo con una velocidad de 3000 m/s y sale con una velocidad de 5000 m/s, determinar el tiempo que la partícula alfa permaneció en el tubo.

A) 0,003 s B) 0,004 s C) 0,0041 s D) 0,005 s

E) 0,006 s

https://youtu.be/Jh-Y9CM-GTo

- 4. Un bote de vela se desplaza con una velocidad constante de 5 m/s. Si de repente, debido al viento en contra, el bote experimenta una aceleración de 0.25 m/s² en dirección opuesta a su velocidad, calcular la distancia recorrida por el bote en un lapso de 8 segundos desde el inicio del viento en contra.
 - A) 32 m B) 48 m C) 50 m D) 60 m E) 64 https://youtu.be/WPAcmIBMQ7s
- 5. Un tren de 120 metros de longitud entra a un túnel de 180 metros de longitud con una velocidad de 36 km/h, y cuando el último vagón sale del túnel, su velocidad es de 144 km/h. Determinar a qué distancia del túnel el tren inició su movimiento desde el reposo.

A) 20 m

B) 40 m C) 80 m

D) 160 m

E) 180 m

https://youtu.be/ UX2 bNKdro

6. Un automóvil y una motocicleta parten simultáneamente desde el reposo, con el automóvil ubicado a

cierta distancia detrás de la motocicleta, ambos vehículos se desplazan con aceleraciones de 4 m/s² y 2 m/s² respectivamente. Si el automóvil logra alcanzar a la motocicleta a una distancia de 50 m desde su lugar de partida, determinar, a) el tiempo que tarda el automóvil en alcanzar a la motocicleta, b) la distancia inicial que los separaba, c) la velocidad de cada vehículo cuando se encuentran a la par.

- A) 15 s; 20 m; 20 m/s; 10 m/s
- B) 5 s; 25 m; 10 m/s; 20 m/s
- C) 5 s; 20 m; 10 m/s; 10 m/s
- D) 10 s; 25 m; 20 m/s; 5 m/s
- E) 5 s; 25 m; 20 m/s; 10 m/s https://youtu.be/eS0wdtleH6o
- 7. El director de Gestión Académica de la UNJ se desplaza en su automóvil por una autopista con una velocidad de 30 m/s, en ese momento, una abuelita sale a la pista, ubicada a una distancia de 90 m delante del automóvil, y se detiene. Determinar la desaceleración mínima necesaria para asegurar que el vehículo se detenga justo antes de atropellar a la abuelita, considerando que el chofer demora 0.5 s en reaccionar.
 - A) 2 m/s^2
- B) 4 m/s^2 C) 6 m/s^2
- D) 7 m/s^2
- E) 8 m/s^2

https://youtu.be/daazZv90uRw

8. Un ciclista comienza a moverse por una calle del centro poblado de Penachí con una aceleración constante hasta alcanzar una velocidad de

36 km/h en un tiempo de 10 s. Determinar el valor de la aceleración y la distancia recorrida en esos 10 s.

- A) 0.5 m/s^2 ; 70 m
- B) 1 m/s^2 ; 50 m
- $\dot{\text{C}}$ 2 m/s²; 25 m
- D) 0.5 m/s^2 ; 50 m
- E) 1 m/s^2 ; 25 m

https://youtu.be/R3IdFR-fCNc

- 9. Dos móviles parten simultáneamente de un mismo lugar, desplazándose en la misma dirección y sentido, el primer móvil se mueve con una velocidad constante de 20 m/s. Si el segundo móvil parte desde el reposo, determinar la aceleración necesaria para que pueda alcanzar al primero en un lapso de 10 s.
 - A) 1 m/s^2
- B) 2 m/s^2 C) 3 m/s^2
- \dot{D}) 4 m/s²
- E) 5 m/s^2

https://youtu.be/0Mx6hO1sSBo

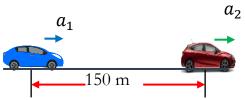
- 10. Dos móviles parten simultáneamente del reposo desde un mismo punto, acelerando en la misma dirección con aceleraciones de 4 m/s² y 16 m/s², respectivamente. Determinar el tiempo que tomará para que estén separados por una distancia de 600 m.
 - A)2s
- B) 4 s
- C) 10 s

- D) 12 s
- E) 18 s

https://youtu.be/Jr8tQB52HpU

11. Dos automóviles parten del reposo con aceleraciones constantes, siendo a₁ = 7 m/s² la aceleración del automóvil 1 y a₂ = 4 m/s² la aceleración del automóvil 2. Si inicialmente, los automóviles se encuentran separados

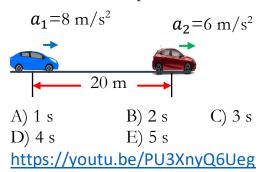
por una distancia de 150 m, determinar el tiempo en el cual el automóvil 1 alcanzará al automóvil 2, así como las velocidades de cada automóvil en ese momento.



- A) 10 s; 70 m/s y 40 m/s
- B) 12 s; 35 m/s y 40 m/s
- C) 12 s; 70 m/s y 20 m/s
- D) 10 s; 35 m/s y 20 m/s
- E) 14 s; 35 m/s y 20 m/s

https://youtu.be/PD4CGF0fly8

12. Dos móviles se encuentran inicialmente en reposo, separados por una distancia de 20 metros. Si ambos móviles parten en la misma dirección, como se muestra en la figura, determinar el tiempo mínimo que tomará para que ambos móviles se encuentren distanciados por 4 metros.



13. Un automóvil está detenido en un semáforo esperando a que se ponga en verde. En el momento en que el semáforo cambia a verde, un camión lo adelanta con una velocidad con-

stante de 72 km/h. Si después de 2 segundos, el automóvil comienza a acelerar con una aceleración constante de 2 m/s², y después de 15 segundos de aceleración, mantiene la velocidad adquirida, calcular: a) a qué distancia del semáforo el automóvil alcanza al camión, y b) qué velocidad tiene el automóvil en ese instante.

- A) 150 m; 10 m/s
- B) 200 m; 20 m/s
- C) 470 m; 15 m/s
- D) 550 m; 25 m/s
- E) 670 m; 20 m/s

https://youtu.be/0jCGbL UKT0

- 14. Dos móviles parten simultáneamente del mismo punto sobre una recta, ambos en el mismo sentido; el primero se desplaza con movimiento uniforme a una velocidad constante de 100 cm/s, el segundo móvil, que inicialmente está en reposo, se mueve con una aceleración constante de 4 cm/s², ¿cuánto tiempo tardarán en encontrarse nuevamente y qué distancia habrán recorrido hasta ese momento?
 - A) 25 s; 50 m
- B) 50 s; 25 m
- C) 50 s; 50 m
- D) 25 s; 25 m
- E) 20 s; 20 m

https://youtu.be/WhWBdW2KESc

15. Un automóvil se desplaza en línea recta a una velocidad de 54 km/h, de repente, se aplican los frenos y se detiene después de recorrer 15 m. Si el automóvil estuviera moviéndose a 108 km/h y se aplicaran los frenos con la misma desaceleración, ¿cuál

sería la distancia que recorrería desde el momento en que se aplican los frenos hasta que se detiene?

- A) 20 m B) 30 m C) 50 m
- D) 55 m E) 60 m

https://youtu.be/6-LfUJj cEo

- 16. Un automóvil se desplaza a una velocidad de 108 km/h. El conductor nota la presencia de un pozo y decide aplicar los frenos, reduciendo la velocidad a 1/5 de la inicial en un lapso de 4 s. Considerando una aceleración constante, determinar la distancia que recorrió el automóvil durante ese tiempo.
 - A) 18 m B) 36 m C) 48 m D) 60 m E) 72 m

https://youtu.be/FOiaOwiTz o

- 17. Dos ciclistas se encuentran inicialmente en reposo, separados por una distancia de 61 m. Si ambos ciclistas parten en la misma dirección con aceleraciones de 6 m/s² y 4 m/s² respectivamente, calcular el tiempo mínimo que tomará para que ambos ciclistas se encuentren distanciados por 12 metros.
 - A) 1 s B) 3 s C) 5 s
 - D) 7 s E) 9 s

https://youtu.be/ksnhjE5 Gv8

18. Un ciclista comienza desde el reposo y acelera constantemente a una tasa de 10 m/s². Si después de cierta distancia recorrida, el ciclista comienza a desacelerar a una tasa de 5 m/s² hasta detenerse por completo, determinar la distancia total recorrida por el ciclista

si estuvo en movimiento durante 30 segundos.

- A) 1500 m B) 2450 m C) 2480 m D) 2550 m
- E) 2580 m

https://youtu.be/bCSJ5eCSEzE

- 19. Determinar el recorrido que realiza un automóvil en el tercer segundo de su movimiento, considerando que parte del reposo y experimenta un MRUV. Se sabe que en el 2^{do} segundo recorre 4 m más que en el primer segundo de su movimiento.
 - A) 15 m B) 20 m C) 10 m
 - D) 12 m E) 8 m

https://youtu.be/bl9dnOj9tJ0

- **20.** José se encuentra a una distancia de 40 m de un taxi y corre a una velocidad constante de 4 m/s para intentar alcanzarlo. Si después de 2 s, Pedro, que está a 25 m del taxi, comienza a moverse con una aceleración de 0.5 m/s², determinar quién llegará primero al taxi.
 - A) José
 - B) Ambos llegan al mismo tiempo
 - C) Pedro
 - D) Ninguno alcanza al taxi
 - E) Falta información

https://youtu.be/OMF8NsnmWQc

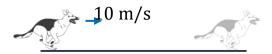
21. Un ingeniero se encuentra diseñando una pista de despegue para aviones con el objetivo de permitirles alcanzar una velocidad de despegue de 144 m/s. Estos aviones son capaces de acelerar de manera uniforme a una

tasa de 2 m/s², en este contexto, determinar: a) el tiempo necesario para que los aviones adquieran la velocidad de despegue, y b) la longitud mínima requerida para la pista de despegue.

- A) 25 s; 504 m
- B) 41 s; 2435 m
- C) 50 s; 5050 m
- D) 72 s; 5184 m
- E) 90 s; 7020 m

https://youtu.be/EWu XyeyZno

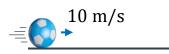
22. Se busca determinar la aceleración experimentada por un galgo que se desplaza sobre una pista horizontal, como se muestra en la figura, dado que después de 2 s tiene una velocidad de 20 m/s



- A) 9 m/s^2
- B) 7 m/s^2
- C) 5 m/s^2
- D) 3 m/s^2
- $E) 1 m/s^2$

https://youtu.be/jwQGqmpPl9I

23. Se desea determinar la aceleración experimentada por una pelota que se desliza sobre una superficie áspera, según se muestra en la figura, dado que después de transcurridos 4 s tiene una velocidad de 2 m/s.



- A) 6 m/s^2 B) 5
- B) $5m/s^2$ C) $3 m/s^2$ E) $1 m/s^2$
- D) 2 m/s^2 E) 1 m/s^2

https://youtu.be/ QyPYHxsajs

- 24. En una situación en la que un automóvil se desplaza a una velocidad constante de 36 m/s y pasa junto a una patrulla de tránsito estacionada al costado de la carretera, la patrulla decide perseguir al infractor y comienza a acelerar a una tasa constante de 6 m/s². En este escenario, determinar: a) el tiempo que le toma a la patrulla alcanzar al automóvil, y b) la distancia total recorrida por ambos vehículos durante ese lapso.
 - A) 12; 432 m
- B) 6 s; 432 m
- C) 12 s; 532 m
- D) 6 s; 532 m
- E) 12 s; 864 m

https://youtu.be/KJebk4SY6 g

- 25. Un automóvil parte del reposo y acelera a una tasa de 1 m/s² durante 1 s, luego, el motor se apaga y el automóvil experimenta una desaceleración debido a la fricción durante 10 s, con una aceleración promedio de 5 cm/s². Si se aplican los frenos y el automóvil se detiene luego de 2 s, determinar: a) la distancia total recorrida por el automóvil. b) Graficar la posición (x) en función del tiempo (t). c) Graficar la velocidad (v) en función del tiempo (t).
 - A) 1,8 m B) 3,6 m C) 4,8 m
 - D) 6,0 m E) 8,5 m

https://youtu.be/7GX914z1hfk

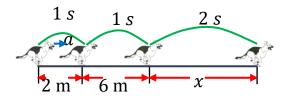
26. Un automóvil comienza desde el reposo y se mueve con una aceleración constante de 4 m/s² durante 4 s, luego, durante los siguientes 10 s, el automóvil se mueve con velocidad constante, posteriormente, se aplican los frenos y el automóvil desacelera a

una tasa de 8 m/s² hasta detenerse por completo. Trazar una gráfica de la velocidad en función del tiempo y demostrar que el área bajo la curva representa la distancia total recorrida.

- A) 108 m
- B) 306 m
- C) 208 m
- D) 600 m
- E) 702 m

https://youtu.be/25Eq6MHJzlk

27. Calcule el valor de x en un escenario donde un galgo experimenta un MRUV, según se muestra en la figura.



- A) 30 m
- B) 27 m
- C) 24 m
- D) 20 m
- E) 16 m

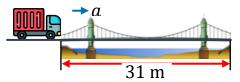
https://youtu.be/JQhXFIMK264

- **28.** Un automóvil parte del reposo y experimenta un MRUV con una aceleración de 4 m/s². Calcular la distancia recorrida por el automóvil cuando alcanza una velocidad de 32 m/s.
 - A) 128 m
- B) 130 m
- C) 135 m
- D) 142 m
- E) 170 m

https://youtu.be/tlnAPPQUUY4

29. En la figura se muestra un camión de 8 m de longitud que se desplaza con un MRUV. Si el camión comienza a cruzar un puente con una rapidez inicial de 16 m/s y termina de cruzarlo

con una rapidez final de 10 m/s, determinar el módulo de la aceleración del camión.



- A) 1 m/s^2
- $B) 2 m/s^2$
- C) 3 m/s²
- D) $4m/s^2$
- $E) 5 m/s^2$

https://youtu.be/H wUUNSbtL4

- 30. Una bala se desplaza con un MRUV y entra en una caja de longitud 50 cm con una velocidad de 10 m/s. Si la bala atraviesa la caja en un tiempo de 1 s, determina el módulo de la aceleración experimentada por la bala.
 - A) 15 m/s^2
- B) 18 m/s^2
- C) 19 m/s^2
- D) 20 m/s^2
- E) 21 m/s²

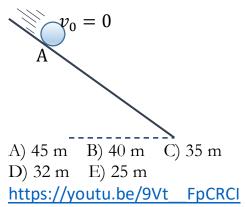
https://youtu.be/vAIE6nQq2tg

- **31.** Una combi experimenta un desperfecto mecánico y comienza a disminuir su velocidad mientras se desplaza. Si la combi se mueve con un MRUV, determinar la distancia que recorre en el antepenúltimo segundo antes de detenerse.
 - A) 60 m
- B) 52 m
- C) 55 m
- D) 50 m E) 75 m

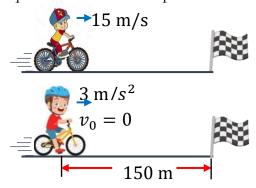
https://youtu.be/A523LTXfSwo

32. Una canica es soltada en el punto A y se desplaza con un MRUV. Si en el tercer segundo recorre una distancia de 10 m, determinar el recorrido total

de la canica durante los primeros 4 s de su movimiento.



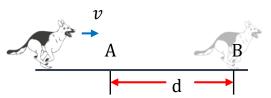
33. En una emocionante carrera, los niños Kevin y Diego compiten en bicicleta desde el mismo punto de partida, como se muestra en la figura. Sin embargo, hay una diferencia fundamental en su movimiento: mientras Kevin se desplaza con un MRU a una velocidad constante de 15 m/s, Diego parte del reposo y se desplaza con un MRUV con una aceleración de 3 m/s², determinar que ocurre en la competencia.



- A) La bicicleta A llega 1 s antes.
- B) La bicicleta B llega 2 s antes
- C) Llegan al mismo tiempo.
- D) B llega 5 s después.
- E) A llega 2 s antes.

https://youtu.be/tpWUKcj32c4

34. El perro representado en la figura se desplaza con un movimiento rectilíneo uniformemente variado. Considerando que en el punto A el perro tiene una velocidad de 48 m/s y recorre una cierta distancia "d" hasta llegar al punto B, donde se detiene, además, el perro tarda 3 segundos en desplazarse desde el punto A hasta el punto B, determinar la distancia "d" que separa al punto A del punto B.



A) 72 m B) 90 m C) 95 m D) 100 m E) 110 m https://youtu.be/u1R9CSmZ2gl

35. Un tráiler se desplaza de Jaén a Fila Alta con una velocidad constante de 180 km/h. Si cuando se acerca a un desperfecto de la pista, el conductor frená el tráiler con una desaceleración constante de 0,5 m/s², determinar a qué distancia del desperfecto de la pista el conductor debe aplicar los frenos para detener el tráiler.

- A) 0,5 km
- B) 1,0 km
- C) 1,5 km
- D) 2,4 km
- E) 2,5 km

https://youtu.be/xgiU2J37pKU

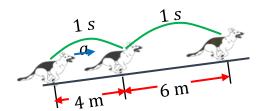
36. Un policía se encuentra en una situación en la que necesita desplazarse lo más rápido posible para llegar a la comisaría. Si después de 3,5 s de iniciar su MRUV, la policía nota que el velocímetro del patrullero indica una

velocidad de 21 m/s, calcular el módulo de la aceleración del patrullero.

- A) 8 m/s^2
- B) 6 m/s^2
- C) 5 m/s²
- D) 4 m/s^2
- $E) 2 m/s^2$

https://youtu.be/K2jb-HLfYWA

37. El galgo se desplaza en una superficie inclinada y desarrolla un MRUV, como se muestra en la figura. Determinar el módulo de su aceleración.

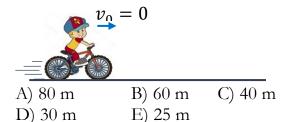


- A) 5 m/s² B) 6 m/s² C) 7 m/s² D) 9 m/s² E) 11 m/s² https://youtu.be/dvLuYbbiWAI
- **38.** Un estudiante de la Institución Educativa Cruz de Yanahuanca está conduciendo un automóvil. Si parte del reposo y experimenta una aceleración constante de 20 km/h², calcular el tiempo que tarda el automóvil en alcanzar una velocidad de 60 km/h.
 - A) 3 h
- B) 4 h
- C) 5 h

- D) 7 h
- E) 8 h

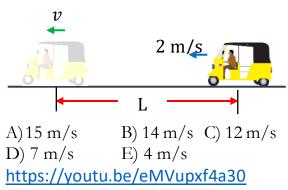
https://youtu.be/PcquvtRstBY

39. Un niño en su bicicleta, comienza un MRUV partiendo del reposo. Si durante los primeros 2 s de su movimiento, logró recorrer una distancia de 20 m, determinar cuánto recorrerá en los siguientes 2 s.

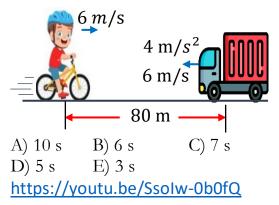


https://youtu.be/qu1Uk3JbE5s

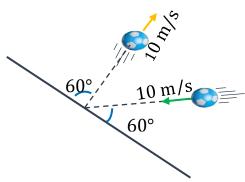
40. En la figura mostrada, un mototaxi se desplaza en línea recta y aumenta su velocidad a razón de 5 m/s². Si inicia su movimiento con una velocidad de 2 m/s, determinar la velocidad del mototaxi después de 2 s.



41. Un niño en una bicicleta se desplaza con un MRU y un camión se mueve con un MRUV. Determinar el tiempo que debe transcurrir a partir del instante mostrado, para que los móviles estén separados por segunda vez una distancia de 64 m.



42. Una pelota impacta en una pared y rebota con la misma rapidez. Si el contacto entre la pelota y la pared dura 0.5 s, determinar el módulo de la aceleración que experimenta la pelota durante el contacto con la pared.



- A) $10\sqrt{3} \text{ m/s}^2$ B) $20\sqrt{3} \text{ m/s}^2$
- C) $30\sqrt{3} \text{ m/s}^2$ D) $40\sqrt{3} \text{ m/s}^2$
- E) $50\sqrt{3} \text{ m/s}^2$

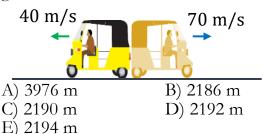
https://youtu.be/H4UMk6CJ75s

43. Un taxista experimenta un MRUV y emplea 3 s para desplazarse desde el poste 1 hasta el poste 2. Si al pasar por el poste 1 tiene una rapidez de 10 m/s y al llegar al poste 2 su rapidez es de 16 m/s, determinar el módulo de aceleración del taxi.



- A) 5 m/s^2 B) 4 m/s^2 C) 3 m/s^2 D) 2 m/s^2 E) 1 m/s^2 https://youtu.be/6OtCAc kD5c
- 44. Una moto taxi sale del punto con una velocidad de 40 m/s y una aceleración de 3 m/s², luego de 4 segundos, otra moto taxi parte del mismo punto en la misma dirección, pero con sentido contrario, y mantiene una velocidad constante de 70 m/s. Determinar la

distancia que separa a ambas motos luego de 24 s desde que partió la segunda moto taxi.

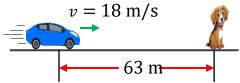


https://youtu.be/CTxLs_uVB30

- **45.** Un móvil tiene una velocidad inicial de 18 m/s y experimenta una aceleración constante de 2 m/s². Calcular la distancia que recorre el móvil durante el cuarto segundo.
 - A) 8 m B) 11 m C) 14 m
 - D) 25 m E) 30 m

https://youtu.be/21jAoutCW8M

46. Un conductor viaja por una autopista a una velocidad constante de 18 m/s. En el camino, un perro sale a la pista, ubicada a 63 metros más adelante del vehículo, y se detiene. Si el conductor demora 0.50 segundos en reaccionar, determinar la desaceleración mínima que el conductor debe aplicar para garantizar que el vehículo se detenga justo antes de atropellar al perro.

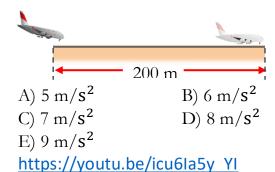


- A) $1,5 \text{ m/s}^2$
- B) 3 m/s^2
- C) 4.5 m/s^2
- D) 6 m/s^2
- $E) 9 m/s^2$

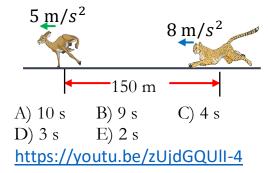
https://youtu.be/ IZubO2dsGw

47. Un avión se acerca a una vía de aterrizaje de 200 m de longitud con una rapidez de 60 m/s. Si el sistema

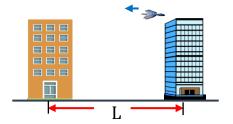
hidráulico permite que el avión vaya deteniéndose uniformemente, calcular la desaceleración suficiente que debe tener el avión para detenerse justamente al finalizar la vía de aterrizaje.



48. Un leopardo persigue a una gacela que se encuentra inicialmente ubicada a una distancia de 150 m. Si ambos parten del reposo simultáneamente, calcular el tiempo que tarda el leopardo en atrapar a la gacela.



49. Una paloma parte desde el reposo en un edificio y se dirige hacia otro. Si al llegar al segundo edificio, la paloma alcanza una velocidad de 72 km/h en un lapso de 6 s, calcular la distancia que separa a ambos edificios.



- A) 70 m B) 60 m C) 85 m D) 40 m E) 15 m https://youtu.be/cSMpx09FhuU
- **50.** Un carro de bomberos parte desde el reposo en línea recta y aumenta su velocidad de forma constante. Si en los primeros 6 s recorre una distancia de 20 m, determine la distancia recorrida en los siguientes 10 s de su trayecto.
 - A) 120 m B) 130m C) 140m D) 150m E) 160m https://youtu.be/pyW8X8 M128

Alternativas

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	C	D	A	A	Е	C	В	D	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	D	В	С	Е	Е	D	A	С	A
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
D	С	D	Е	Е	С	С	Α	В	C
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
D	D	С	A	Е	В	A	A	В	С
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
В	В	D	A	D	В	Е	A	В	C

5 MOVIMIENTO VERTICAL DE CAÍDA LIBRE (MVCL)

Definición

Se le llama caída libre al movimiento que se debe únicamente a la influencia de la gravedad, es decir al movimiento determinado exclusivamente por fuerzas gravitatorias que adquieren los cuerpos al caer, partiendo del reposo hacia la superficie de la Tierra y sin estar impedidos por un medio que pudiera producir una fuerza de fricción o de empuje. Algunos ejemplos son el movimiento de la Luna alrededor de la Tierra o la caída de un objeto a la superficie terrestre.

Ecuaciones para caída libre.

Teniendo claro que la caída libre de un cuerpo es gracias a la aceleración de la gravedad, las ecuaciones son similares a los de movimiento rectilíneo uniformemente variado, para la cual se debe tener en cuenta las precisiones siguientes: en donde el vector aceleración \vec{a} es reemplazado por el vector gravedad \vec{g} , así mismo el vector posición horizontal \vec{x} es sustituido por el vector posición \vec{y} en donde se tiene:

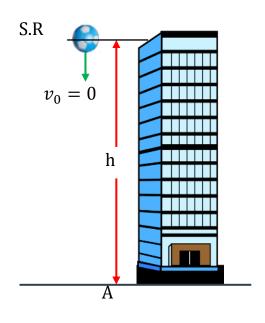
$$\begin{split} \vec{y} &= \vec{y}_0 + \vec{v}_0 (t - t_0) + \frac{1}{2} \vec{g} (t - t_0)^2 \\ \vec{v}_f &= \vec{v}_0 + \vec{g} (t - t_0) \\ \vec{v}^2 &= \vec{v}_0^2 + 2 \vec{g} (\vec{y} - \vec{y}_0) \end{split}$$

Demostración para caída libre

Si dejamos caer un cuerpo desde una altura h, y el sistema de referencia se considera en la parte en donde inicia el movimiento, se cumple que:

Para la primera ecuación

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2$$



$$-h = 0 + 0 - \frac{1}{2}gt^2$$

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \dots (1)$$

Para la segunda ecuación

$$\vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{f}} = \vec{\mathbf{v}}_{0} + \vec{\mathbf{g}}(\mathbf{t} - \mathbf{t}_{0})$$

$$-v_A = 0 - gt$$

$$v_A = gt (2)$$

Para la tercera ecuación

$$\vec{v}^2 = \vec{v}_0^2 + 2\vec{g}(\vec{y} - \vec{y}_0)$$

$$v_A^2 = 0 - 2g(-h)$$

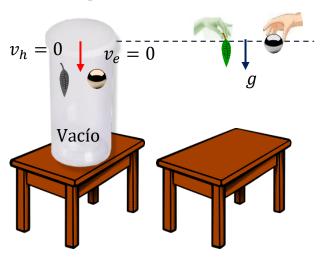
$$v_A^2 = 2gh (3)$$

Las ecuaciones (1), (2) y (3) permiten determinar las magnitudes que intervienen cuando un cuerpo se deja caer.

Tubo de newton

El tubo de Newton es un instrumento que sirve para demostrar que la acción de la gravedad se ejerce por igual sobre todos los cuerpos.

Por ejemplo, si dejamos caer desde una cierta altura a una hoja y una esfera de acero, estos no caen juntos, la esfera de acero cae más rápido que la hoja; pero si estos dos cuerpos son dejados caer dentro de un tubo de vidrio al cual se le ha extraído previamente todo el aire, es decir se ha hecho el "vacío", se observará que la esfera de acero y la hoja caen juntas. Este tubo empleado es el denominado "TUBO DE NEWTON"



Aceleración de la gravedad.

La aceleración gravitatoria que ejerce la tierra sobre todos los cuerpos que le rodean hacen que estos se aceleran cuando son dejados en libertad. Esta aceleración producida por la fuerza de "Gravitación Universal" se le llama aceleración de la gravedad (g), y para efectos de estudio, el valor de g en el sistema internacional de medidas se obtiene considerando el radio medio, es decir 9,8 m/s²

Sabemos que nuestro planeta no es una esfera perfecta, esto quiere decir que el valor de g varía, según la fórmula:

$$g = g_T \left[\frac{R_T}{R_T + h} \right]$$

g: Valor de la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre.

RT: Radio de la tierra.

g_T: Gravedad a nivel del mar.

Experiencia de galileo

Galileo Galilei, físico italiano, nacido en Pisa realizó la siguiente experiencia.

Desde lo alto de la torre de Pisa dejó caer dos objetos de masas diferentes, uno de madera y la otra de fierro y observó su caída comprobando que llegaban al suelo al mismo tiempo.

Las personas que se encontraban con él le preguntaron entonces, ¿Por qué no ocurre lo mismo con una hoja papel y una esfera de acero? Galileo les respondió que la causa era la presencia del aire que opone resistencia a la caída de todos los cuerpos. Ello parece recibir el apoyo de los experimentos desarrollados es clase en la cual se demuestra que cuando una canica y una hoja de papel se dejan caer en el mismo instante, la canica llega al suelo mucho antes que el papel. Sin embargo, si se arruga primero fuertemente el papel y luego se realiza la demostración, tanto la canica como el papel golpean el suelo esencialmente al mismo tiempo. Precisamente por eso, los dos cuerpos que arrojó Galileo tenían que tener la misma forma y tamaño para una mejor demostración.

Velocidad límite.

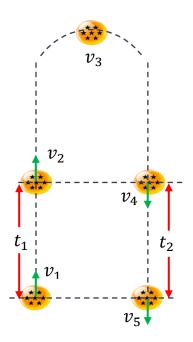
Ciertos cuerpos por su forma hacen que el aire ofrezca bastante resistencia. Inicialmente el movimiento es uniformemente variado, pero luego se convierte en un movimiento uniforme. A esta velocidad uniforme que alcanza el cuerpo se le llama Velocidad Límite.

Propiedades.

Un cuerpo alcanza su altura máxima cuando su velocidad de ascenso se hace igual a cero.

Cuando un cuerpo se lanza hacia arriba verticalmente, el tiempo que emplea en subir es igual al tiempo que emplea en bajar hasta su punto de partida.

Cuando se lanza un cuerpo, verticalmente hacia arriba, el valor de la velocidad inicial, con la que se lanza dicho cuerpo, es igual al valor de la velocidad final con la que regresa a su punto de partida; pero sus sentidos son opuestos.



Problemas resueltos

1. Desde un globo que se está elevando a una velocidad constante de 2 m/s, se deja caer un paquete cuando el globo se encuentra a una altitud de 60 m. Calcular los siguientes valores: a) El tiempo que tarda el paquete en llegar al suelo. b) La velocidad con la que el paquete llega al suelo. c) La ubicación del globo cuando el paquete llega al suelo. https://youtu.be/LLBdalpmp38

Solución

Identificación de datos y sus unidades de medida:

Velocidad constante del globo: 2 m/s Altitud inicial del globo: 60 m

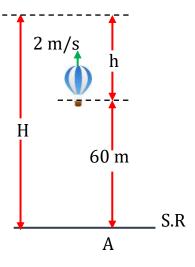
Tiempo que tarda el paquete en llegar al suelo: ?

Velocidad con la que el paquete llega al suelo: ?

Altura total del globo cuando el paquete llega al suelo: ?

Representación gráfica del problema:

Un globo elevándose con un paquete cayendo desde él.



Identificación de la ecuación física adecuada:

a) Usaremos la ecuación de movimiento vertical bajo la influencia de la gravedad para calcular el tiempo que el paquete tarda en llegar al suelo:

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2$$

b) Usaremos la ecuación de velocidad final en caída libre para encontrar la velocidad con la que el paquete llega al suelo:

$$\vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{f}} = \vec{\mathbf{v}}_{0} + \vec{\mathbf{g}}(\mathbf{t} - \mathbf{t}_{0})$$

 c) Usaremos la ecuación de posición vertical para el globo en función del tiempo:

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}(t - t_0)$$

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

Hallando el tiempo que el paquete demora en caer al suelo.

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2$$

$$0 = 60 + 2t - \frac{1}{2}10t^2$$

$$5t^2 - 2t - 60 = 0$$

Aplicamos la fórmula general para hallar el tiempo

hallar el tiempo

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$t = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(5)(-60)}}{2(5)}$$

$$t = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 1200}}{10}$$

$$t = \frac{2 \pm \sqrt{1204}}{10}$$

Solo tomaremos la fórmula general con el signo (+), porque no existe tiempo negativo.

$$t = \frac{2 + \sqrt{1204}}{10}$$

$$t = 3,67 s$$

Para hallar la velocidad con la que llega el paquete al suelo reemplazamos el "t" (tiempo) hallado en la ecuación anterior en la siguiente ecuación.

$$\vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{f}} = \vec{\mathbf{v}}_{0} + \vec{\mathbf{g}}(\mathbf{t} - \mathbf{t}_{0})$$

$$v_f = 2 - 10(3,67)$$

$$v_f = -34.7 \text{ m/s}$$

El signo negativo significa que el cuerpo se dirige hacia la tierra.

$$v_f = 34,7 \text{ m/s}$$

Luego para hallar la altura en la que se encuentra el globo cuando el paquete llega al suelo, tenemos.

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}(t - t_0)$$

$$60 + h = 60 + 2(3,67)$$

h = 7,34 m

Ahora para hallar la altura total reemplazamos:

$$H = 60 + h$$

$$H = 60 + 7.34$$

$$H = 67,34 \text{ m}$$

Análisis de los resultados obtenidos:

Los resultados son coherentes y cumplen con las expectativas del problema, proporcionando información sobre el tiempo, velocidad y altura relacionados con el movimiento del paquete y el globo.

2. Se lanza una pelota verticalmente hacia arriba desde una posición inicial de 70 m sobre el suelo, con una velocidad inicial de 20 m/s. Determinar la altura a la que se encontrará la pelota después de: a) Transcurridos 2 segundos. b) Transcurridos 6 segundos. https://youtu.be/40VJJApyXx8

Solución

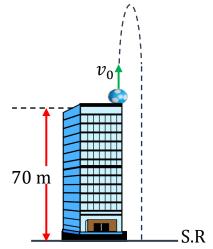
Identificación de datos y sus unidades de medida:

Altura inicial de la pelota sobre el suelo: 70 m

Velocidad inicial de la pelota hacia arriba: 20 m/s

Representación gráfica del problema:

Una pelota siendo lanzada verticalmente hacia arriba desde una altura de 70 metros sobre el suelo.



Identificación de la ecuación física adecuada:

Utilizaremos la ecuación de movimiento vertical bajo la influencia de la gravedad para determinar la altura a la que se encuentra la pelota en función del tiempo:

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2$$

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

a) La altura para el tiempo en 2 s.

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2$$

$$y = 70 + 20t - \frac{1}{2}10t^2$$

$$y = 70 + 20(2) - \frac{1}{2}10(2)^2$$

$$y = 90 \text{ m}$$

b) La altura para el tiempo en 6 s.

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2$$

$$y = 70 + 20t - \frac{1}{2}10t^2$$

$$y = 70 + 20(6) - \frac{1}{2}10(6)^2$$

$$y = 10 \text{ m}$$

Análisis de los resultados obtenidos:

- a) Después de transcurridos 2 s, la pelota se encuentra a una altura de 90 m sobre el suelo.
- b) Después de transcurridos 6 s, la pelota se encuentra a una altura de 10 m sobre el suelo.

3. Se lanza una pelota verticalmente hacia arriba, y se observa que alcanza una altura máxima de 53,7 m. Determinar la velocidad de lanzamiento de la pelota y el tiempo que estuvo en el aire.

https://youtu.be/RqgkMPn8cW8

Solución

Identificación de datos y sus unidades de medida:

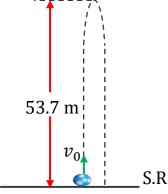
Altura máxima alcanzada por la pelota: 53,7 m

Velocidad de lanzamiento de la pelota:?

Tiempo de vuelo de la pelota hacia arriba: ?

Representación gráfica del problema:

Una pelota siendo lanzada verticalmente hacia arriba y alcanzando una altura máxima de 53.7 metros.



Identificación de la ecuación física adecuada:

Utilizaremos la ecuación de movimiento vertical bajo la influencia de la gravedad para determinar el tiempo de vuelo de la pelota y su velocidad en lanzamiento:

$$\begin{split} \vec{y} &= \vec{y}_0 + \vec{v}_0 (t - t_0) + \frac{1}{2} \vec{g} (t - t_0)^2 \\ \vec{v}_f &= \vec{v}_0 + \vec{g} (t - t_0) \end{split}$$

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

Dado que el móvil alcanza una altura máxima de 53.7 m tenemos

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2$$
53,7 = 0 + v₀t - $\frac{1}{2}$ 10t²
53,7 = v₀t - 5t².........(1)
Parala velocidad inicial se tiene:
$$\vec{v}_f = \vec{v}_0 + \vec{g}(t - t_0)$$
0 = v₀ - 10t
$$v_0 = 10t \dots \dots (2)$$
Reemplazando la ecuación 2 en la ecuación 1

$$53.7 = 10t^2 - 5t^2$$

 $53.7 = 5t^2$
 $t = 3.27 s$

Reemplazando el tiempo en la ecuación 2 se obtiene la velocidad de lanzamiento.

$$v_0 = 10(3,27)$$

 $v_0 = 32,7 \text{ m/s}$

Finalmente, para determinar el tiempo que el móvil estuvo en el aire, debemos saber que el tiempo de vuelo es 2 veces el tiempo de subida.

$$t_v = 2t_s = 2(3,27)$$

$$t_{\rm v} = 6,54 \, {\rm s}$$

Análisis de los resultados obtenidos:

La velocidad de lanzamiento de la pelota es 32,7 m/s (hacia arriba) y el tiempo que estuvo en el aire, tanto en su subida como en su caída, es aproximadamente 6,54 s.

4. Las gotas de lluvia caen desde una nube que se encuentra a una altura de 1805 m sobre la superficie del suelo. Si no hay resistencia del aire, determinar a qué velocidad descenderán las gotas cuando lleguen al suelo.

https://youtu.be/470WbZ1s9g4

Solución

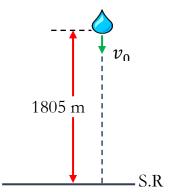
Identificación de datos y sus unidades de medida:

Altura de la nube sobre el suelo: 1805 m

Velocidad final de las gotas cuando llegan al suelo: ?

Representación gráfica del problema:

Gotas de lluvia cayendo desde una nube a una altura de 1805 metros sobre el suelo.



Identificación de la ecuación física adecuada:

Utilizaremos la ecuación de velocidad final en el movimiento vertical bajo la influencia de la gravedad:

$$\vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{f}} = \vec{\mathbf{v}}_{0} + \vec{\mathbf{g}}(\mathbf{t} - \mathbf{t}_{0})$$

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2$$

$$0 = 1805 + 0 - \frac{1}{2}10t^2$$

t = 19 s

Velocidad de la gota un instante antes de que llegue al suelo.

$$\vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{f}} = \vec{\mathbf{v}}_{0} + \vec{\mathbf{g}}(\mathbf{t} - \mathbf{t}_{0})$$

$$v_f = 0 - 10(19)$$

$$v_f = -190 \text{ m/s}$$

Análisis de los resultados obtenidos:

Las gotas de lluvia alcanzarán una velocidad de 190 m/s al llegar al suelo.

5. Se dejan caer dos esferas desde distintas alturas, y una esfera se arroja 3 s después de la otra. Si ambas esferas llegan al suelo al mismo tiempo, 5 s después de haber sido

arrojada la primera esfera, determinar la altura desde la cual se dejaron caer cada una de las esferas.

Solución

Identificación de datos y sus unidades de medida:

Tiempo transcurrido entre el lanzamiento de las esferas: 3 s

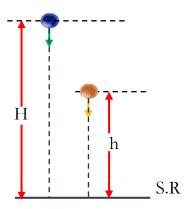
Tiempo transcurrido despues de haber sido arrojado la primera esfera: 5 s

Altura desde la cual se dejó caer la primera esfera: ?

Altura desde la cual se dejó caer la segunda esfera: ?

Representación gráfica del problema:

Dos esferas cayendo desde diferentes alturas, con la segunda esfera lanzada 3 segundos después de la primera. Ambas esferas llegan al suelo al mismo tiempo, 5 segundos después del lanzamiento de la primera esfera.



Identificación de la ecuación física adecuada:

Utilizaremos la ecuación de posición en el movimiento vertical bajo la influencia de la gravedad:

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2$$

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

Para el móvil que cae desde la altura H

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2$$

$$0 = H - \frac{1}{2}10(5)^2$$

$$H = 125 \text{ m}$$

Para el móvil que cae desde la altura h

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2$$

$$0 = h - \frac{1}{2}10(2)^2$$

$$h = 20 \text{ m}$$

Análisis de los resultados obtenidos:

La primera esfera se dejó caer desde una altura de 125 m y la segunda esfera se dejó caer desde una altura de 20 m.

Problemas propuestos

- 1. Desde un globo que se está elevando a una velocidad de 5 m/s, se deja caer un paquete cuando el globo se encuentra a una altitud de 60 m. Determinar: a) El tiempo que tarda el paquete en llegar al suelo. b) La velocidad con la que el paquete llega al suelo. c) Establecer la ubicación del globo cuando el paquete llega al suelo.
 - A) 1 s; 30 m/s; 80 m
 - B) 2 s; 35 m/s; 40 m
 - C) 3 s; 70 m/s; 80 m
 - D) 4 s; 35 m/s; 80 m
 - E) 5 s; 35 m/s; 160 m

https://youtu.be/WxnGGnc-50M

- 2. Durante el campeonato de los cachimbos de la Universidad Nacional de Jaén, un estudiante decide patear la pelota verticalmente hacia arriba. Determinar: a) ¿Con qué velocidad debe patear la pelota para que alcance una altura máxima de 80 m? b) ¿Cuánto tiempo estará la pelota en el aire?
 - A) 20 m/s; 4 s B) 40 m/s; 2 s
 - C) 40 m/s; 4 s D) 50 m/s; 2 s
 - E) 10 m/s; 1 s

https://youtu.be/yOQYL23Hf80

- 3. Una piedra se deja caer desde un acantilado y un segundo después se lanza una segunda piedra, verticalmente hacia abajo, con una rapidez de 20 m/s. La pregunta es: ¿A qué distancia por debajo de la parte superior del acantilado alcanzará la segunda piedra a la primera?
 - A) 11,25 m
- B) 11,50 m

- C) 10,25 m D) 10,50 m
- E) 13,25 m

https://youtu.be/cVUkcCSBBnw

- 4. Una piedra se lanza hacia abajo con una velocidad de 5 m/s desde una altura de 30 m. En ese mismo instante, una moto que se encuentra a 25 m del punto donde caerá la piedra, parte del reposo y acelera a razón de 2 m/s², dirigiéndose hacia ese punto. Se solicita calcular la separación entre la piedra y la moto cuando la piedra llega al suelo.
 - A) 20 m B) 21 m C) 22 m
 - D) 23 m E) 24 m

https://youtu.be/7aU8YQlpZB8

- 5. Desde un trampolín ubicado a una altura de 20 m sobre el nivel del agua, se deja caer una piedra, la cual golpea el agua con una cierta velocidad y luego se hunde con esa misma velocidad. Si se observa que la piedra llega al fondo del lago 3 segundos después de soltarla, calcular la velocidad de la piedra al llegar al fondo y determinar la profundidad del lago.
 - A) 11 m/s; 22 m
 - B) 14 m/s; 11 m
 - C) 20 m/s; 20 m
 - D) 14 m/s; 11 m
 - E) 14 m/s; 22 m

https://youtu.be/J9z7UQtvv58

6. Esteban decide comprobar por sí mismo la ley de la gravedad y se deja caer desde la cornisa de un edificio de 500 m de altura. Sin embargo, 5 s

después de la caída de Esteban, "Superman" aparece en la cornisa con el objetivo de salvarlo. Calcular la velocidad inicial con la que "Superman" debe lanzarse para poder alcanzar a Esteban justo antes de que este se estrelle contra el suelo.

- A) 15 m/s
- B) 30 m/s C) 60 m/s
- D) 75 m/s
- E) 85 m/s

https://youtu.be/ Yc6WNhC WM

7. Se deja caer un cuerpo desde la azotea de un edificio. Determinar desde qué altura debe soltarse el cuerpo para que recorra una distancia "L" durante el último segundo de su caída.

- A) $\frac{1}{2}g\left(\frac{L}{g} + \frac{1}{2}\right)^2$ B) $\frac{1}{3}g\left(\frac{L}{g} + \frac{1}{2}\right)^2$ C) $\frac{1}{2}g\left(\frac{L}{g} + \frac{1}{3}\right)^2$ D) $\frac{1}{4}g\left(\frac{L}{g} + \frac{1}{2}\right)^2$

- E) $\frac{1}{5}g\left(\frac{L}{g} + \frac{1}{2}\right)^2$

https://youtu.be/zI8YtUjElvs

8. Se deja caer un balín de acero desde la azotea de un edificio, un observador ubicado en una ventana de 4 pies de altura nota que el balín tarda 1/8 de segundo en caer desde la parte superior hasta la parte inferior de la ventana. Si el balín sufre una colisión elástica en el pavimento y reaparece en la parte inferior de la ventana 2 s después de pasar por ella durante el descenso, determinar la altura del edificio.

- A) 67,35 ft
- B) 67,25 ft
- C) 67,50 ft
- D) 67,85 ft
- E) 68 ft

https://youtu.be/p8CI2qC-Llg

- Un pintor de fachadas, al resbalar del andamio, cae al vacío y desciende 25 m en el último segundo antes de estrellarse contra el suelo. Determinar la altura desde la cual cayó el pintor.
 - A) 30 m
- B) 45 m C) 60 m
- D) 75 m E) 85 m

https://youtu.be/LUqyAtLeX9U

- 10. Si un objeto cae desde el reposo y viaja la mitad de su trayectoria total en los dos últimos segundos de su caída, Determinar: a) El tiempo total de la caída. b) La altura desde la cual cayó el objeto.
 - A) 6,8 s; 137 m
 - B) 5,8 s; 341,2 m
 - C) 6,8 s; 231,2 m
 - D) 6,8 s; 268 m
 - E) 4,8 s; 268 m

https://youtu.be/iwafvADAmuw

- 11. Desde el borde de la azotea de un edificio de 100 metros de altura, se lanza una pelota verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 40 m/s. Calcula: a) La máxima altura alcanzada por la pelota. b) El tiempo total que tarda la pelota en regresar al piso. c) La velocidad de la pelota en el instante en que llega al piso.
 - A) 190 m; 12 s; 70 m/s
 - B) 180 m; 10 s; 60 m/s
 - C) 180 m; 12 s; 70 m/s
 - D) 190 m; 12 s; 60 m/s
 - E) 190 m; 10 s; 70 m/s

https://youtu.be/eief1tkKKK4

12. Desde un punto situado a una altura h, se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial

v₀. Sabemos que la velocidad del cuerpo se anula a los 3 s y que el cuerpo llega al suelo a los 9 s desde su partida. Determinar a) La altura desde la que se lanza el cuerpo. b) La velocidad inicial v₀. c) Obtener la ecuación de la posición del cuerpo con respecto a la tierra en cualquier instante. d) Utilizando la ecuación obtenida en el apartado anterior, calcular la posición del cuerpo a los 6 s.

- A) 135 m; 30 m/s; $135 + 30t 5t^2$; 135 m
- B) 135 m; 15 m/s; $135 + 30t 5t^2$; 135 m
- C) 135 m; 30 m/s; $135 + 15t 5t^2$; 135 m
- D) 135 m; 30 m/s; $130 + 30t 5t^2$; 130 m
- E) 130 m; 30 m/s; $130 + 30t 5t^2$; 135 m

https://youtu.be/06Rmxrm2fQM

- 13. Se deja caer un objeto desde una ventana en el piso 40 de un edificio de oficinas, que se encuentra a una altura de 125 m sobre el nivel de la calle. En el mismo instante en que el primer objeto es soltado, se arroja hacia abajo un segundo objeto desde el techo del edificio, a una altura de 215 m sobre el nivel de la calle. La pregunta es: ¿Cuál debe ser la velocidad inicial del segundo objeto para que llegue al suelo en el mismo instante que el primero?
 - A) 10 m/s
- B) 15 m/s
- C) 18 m/s
- D) 20 m/s
- E) 24 m/s

https://youtu.be/2W-G6p CMBw

- 14. Desde un puente de 30 m de altura, se lanza verticalmente hacia abajo una piedra con una velocidad inicial de 5 m/s, con el objetivo de impactar un objeto flotante en el río. Si se sabe que la corriente del río tiene una velocidad de 4 m/s. Determinar a qué distancia de la vertical debe de estar el objeto para que la piedra impacte sobre él.
 - A) 30 m
- B) 24 m C) 15 m
- D) 12 m
- E) 8 m

https://youtu.be/MCA_kFG9HAg

- agradable tarde en el campo. La distracción favorita de Newton es arrojar piedras al aire sin un objetivo específico. En un momento determinado, mientras Eva está pensando en la clase de física, le dice a Newton: "Lanza una piedra verticalmente hacia arriba con toda tu fuerza, y mediré la altura que alcanza con un cronómetro". Newton lanza la piedra, y Eva observa en su cronómetro que tarda 12 segundos desde que la piedra es lanzada hasta que regresa al suelo. a) ¿Con qué velocidad lanzó Newton la piedra? b) ¿A qué altura llega la piedra?
 - A) 30 m/s; 180 m
 - B) 60 m/s; 90 m
 - C) 30 m/s; 90 m
 - D) 60 m/s; 180 m E) 120 m/s; 90 m
 - https://youtu.be/OdtrIIFJJoY
- **16.** Un cuerpo se encuentra en caída libre y pasa por un punto con una velocidad de 18 m/s. Determinar la velocidad que

tendrá el cuerpo después de transcurridos 4 s, y la distancia que recorrerá en el intervalo de tiempo anterior.

- A) 18 m/s; 16,2 m
- B) 58 m/s; 32,4 m
- C) 58 m/s; 16,2 m
- D) 18 m/s; 32,4 m
- E) 29 m/s; 16,2 m

https://youtu.be/kP9VeoUH7hc

- 17. En la Universidad Nacional de Jaén, hay un caño malogrado que se encuentra a una altura de 7,2 m. Cada 0,1 s, cae una gota de agua de la llave del caño. Justo antes de que caiga la tercera gota, el caño se malogra completamente y comienza a salir un chorro de agua. Determinar la velocidad con la que sale el chorro de agua para que alcance a la primera gota en el preciso momento en que esta choca con el piso.
 - A) $2,2 \text{ m/s}^2$
- B) $4,4 \text{ m/s}^2$
- C) $5,2 \text{ m/s}^2$
- D) $5,4 \text{ m/s}^2$
- E) $6,2 \text{ m/s}^2$

https://youtu.be/Skpbj7cKLkM

- 18. En el baño, hay una regadera que gotea hacia el piso, que se encuentra a una distancia de 180 cm. Las gotas caen en intervalos regulares de tiempo. Si la primera gota golpea el piso justo cuando la cuarta gota comienza a caer, determinar las ubicaciones de la segunda y tercera gota en el momento en que la primera gota golpea el piso.
 - A) 1m; 1,2 m
- B) 1 m; 1,4 m
- C) 2 m; 1,4 m
- D) 2 m; 1,6 m
- E) 1m; 1,6 m

https://youtu.be/JtXP0KcH1MY

- 19. Se dispara un cohete verticalmente, y durante el primer minuto asciende con una aceleración vertical constante de 20 m/s². Si luego, el combustible se agota por completo y el cohete continúa ascendiendo como una partícula libre. Determinar: a) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada por el cohete en kilómetros? b) ¿Cuánto tiempo ha transcurrido desde el despegue hasta que el cohete regresa nuevamente a la Tierra?
 - A) 270,6 km; 300.5 s
 - B) 108 km; 326,96 s
 - C) 172,6 km; 200,5 s
 - D) 70,6 km; 200,5 s
 - E) 160,6 km; 300,5 s

https://youtu.be/gUZ4NrvZUO0

- 20. Una estudiante lanza un llavero verticalmente hacia arriba a su hermana del club femenino de estudiantes, que está en una ventana situada 6 m de altura. Si las llaves son atrapadas 1,2 s después por el brazo extendido de la hermana, determinar la velocidad inicial con la que fueron lanzadas las llaves y la velocidad de las llaves justo antes de ser atrapadas.
 - A) 12 m/s; 1 m/s
 - B) 11 m/s; 2 m/s
 - C) 12 m/s; 2 m/s
 - D) 11 m/s; 1 m/s
 - E) 13 m/s; 1 m/s

https://youtu.be/Ywji5hcsOrU

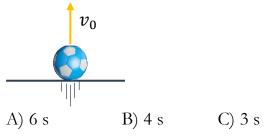
- 21. El cañón antiaéreo dispara verticalmente una granada con una velocidad inicial de 500 m/s. Despreciando el rozamiento con el aire, calcular: a) ¿Cuál es la máxima altura que puede alcanzar la granada? b) ¿Cuánto tiempo tarda en llegar a la altura máxima? c) ¿Cuál es la velocidad instantánea de la granada después de 60 s?
 - A) 12,7 km; 50 s; 98 m/s
 - B) 12,5 km; 50 s; 100 m/s
 - C) 12,8 km; 51 s; 88 m/s
 - D) 12,8 km; 51 s; 108 m/s
 - E) 12,6 km; 51 s; 105 m/s

https://youtu.be/m2wbleuxgQ4

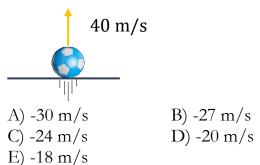
- 22. Una gota de agua cae cada 0,2 s desde un caño malogrado. Justo antes de que caiga la tercera gota, se abre el caño y comienza a salir un chorro de agua. Cuál debe ser la velocidad con la que sale el chorro de agua para alcanzar a la primera gota en el momento en que ésta choca con el piso, que se encuentra a una distancia de 10 m debajo del caño.
 - A) 3 m/s B) 4 m/s C) 4.79 m/s
 - D) 6 m/s E) 7 m/s

https://youtu.be/fjSLGDBZKFE

23. Determinar el tiempo que tarda una pelota en alcanzar una altura máxima de 45 m, al ser lanzada tal como se muestra en la figura.

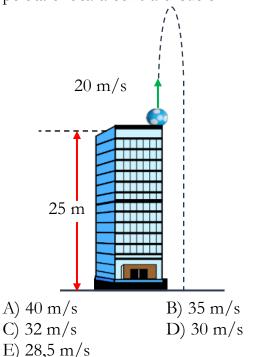


- D) 2 s E) 1 s https://youtu.be/HkzqK0mC-h4
- 24. Una pelota es lanzada verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 40 m/s. Determinar la velocidad de la pelota luego de 6 s desde que fue lanzada.



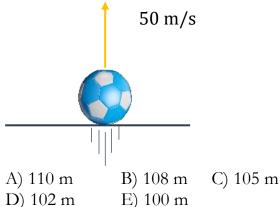
https://youtu.be/ZE0yUga9IQA

25. Desde la parte superior de un edificio de 25 m de altura, se lanza una pelota hacia arriba con una velocidad de 20 m/s. Determinar con qué rapidez la pelota chocará contra el suelo.



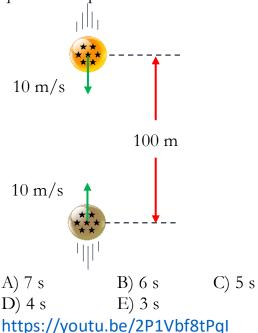
https://youtu.be/Gbjfl9aZEvg

26. Una pelota es lanzada verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 50 m/s. Determinar la altura a la que se encontrará la pelota después de 7 segundos desde su lanzamiento.

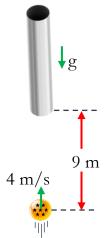


https://youtu.be/FdBNZdVKEEI

27. Dos cuerpos son lanzados al mismo instante en direcciones opuestas, como se muestra en el gráfico. Determinar el tiempo que transcurre hasta que los cuerpos colisionan.

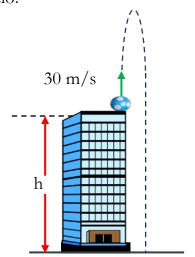


28. En el gráfico se muestra el momento en que se suelta un tubo de 1 m de longitud y, al mismo tiempo, se lanza verticalmente hacia arriba un objeto. Determinar el tiempo que el objeto permanecerá dentro del tubo.

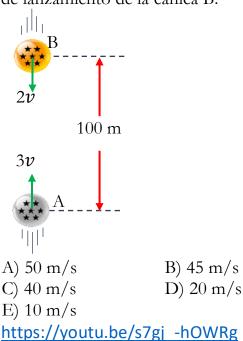


A) 1,25 s B) 1,00 s C) 0,50 s D) 0,40 s E) 0,25 s https://youtu.be/Pe6LzrdSWQY

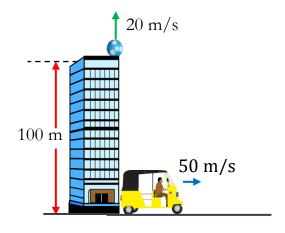
29. Desde la azotea de un edificio se lanza una pelota verticalmente hacia arriba con una velocidad de 30 m/s. Si después de 8 segundos, la pelota llega al piso, determinar la altura del edificio.



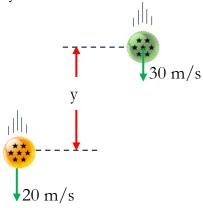
- A) 100 m B) 80 m C) 60 m D) 50 m E) 40 m https://youtu.be/btODuNx1yh8
- **30.** En el instante mostrado, dos canicas (A y B) son lanzadas simultáneamente. Si ambas canicas impactan después de 2 s, determinar la rapidez de lanzamiento de la canica B.



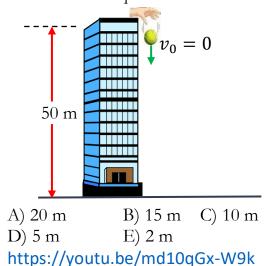
31. En el instante mostrado, hay una mototaxi y una pelota que se encuentran separadas verticalmente por una distancia de 100 m. La mototaxi se desplaza con un MRU, mientras que la pelota es lanzada verticalmente hacia arriba. Determinar la separación entre la mototaxi y la pelota cuando esta última regrese a su posición de lanzamiento.



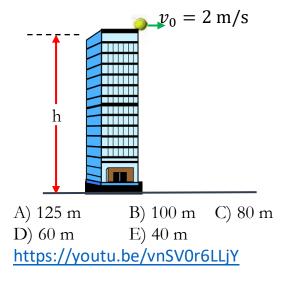
- A) 200 m B) 100 m C) 80 m D) $100\sqrt{5} \text{ m}$ E) $100\sqrt{2} \text{ m}$ https://youtu.be/ EeioHNLxlg
- 32. En el instante mostrado, se lanzan dos esferas con velocidades de 20 m/s y 30 m/s respectivamente. Si ambas esferas llegan al suelo simultáneamente después de 4 s, calcular el valor de "y".



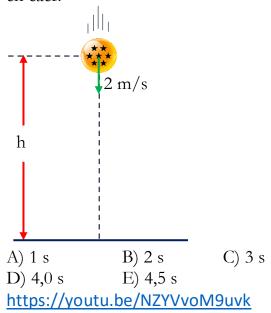
A) 50 m B) 40 m C) 30 m D) 20 m E) 10 m https://youtu.be/3K35ia6a-kY **33.** Desde una altura de 50 m, se suelta una pelota de basquetbol, tal como se muestra en la figura. Determinar a qué altura se encuentra la pelota con respecto al suelo después de transcurridos 3 s desde que fue soltada.



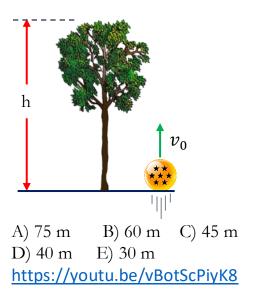
34. Desde la azotea de un edificio, un basquetbolista lanza horizontalmente una pelota con una velocidad de 2 m/s. Si la pelota tarda 5 s en llegar al suelo, calcular la altura del edificio.



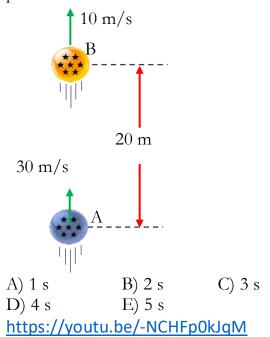
35. Se lanza una esfera verticalmente hacia abajo con una velocidad inicial de 2 m/s. Si al llegar al piso se observa que su velocidad se ha multiplicado por seis, calcular el tiempo que tarda en caer.



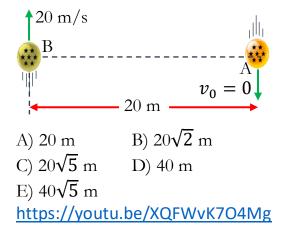
36. Si, después de lanzar una canica, esta pasa por segunda vez por la punta de un árbol con una rapidez de 20 m/s, 6 s después del lanzamiento, calcular la altura del árbol.



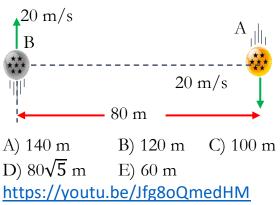
37. Dos esferas (A y B) son lanzadas simultáneamente, como se muestra en la figura. Calcular el tiempo que transcurre hasta que ambas esferas impacten.



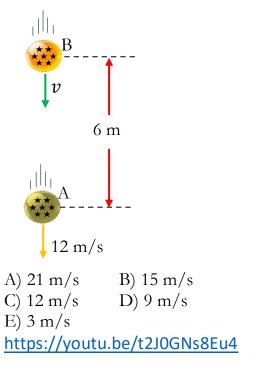
38. En el instante mostrado, la partícula B es lanzada verticalmente hacia arriba, mientras que una pelota A es soltada. Determinar la separación entre ambas después de transcurrido 2 s.



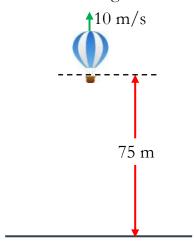
39. En el instante mostrado, se lanzan verticalmente dos pelotas, una hacia arriba y la otra hacia abajo. Determinar la separación entre ambas pelotas después de transcurridos 4 segundos.



40. En el instante mostrado, se lanzan verticalmente hacia abajo dos pelotas, A y B. Si ambas pelotas impactan después de 2 segundos, determinar la rapidez de lanzamiento de la pelota B.



41. Desde un globo aerostático que asciende verticalmente con un Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU), un joven que se encuentra dentro del globo suelta una pelota de baloncesto; se desea determinar la separación entre el globo y la pelota, cuando ésta llega al suelo.

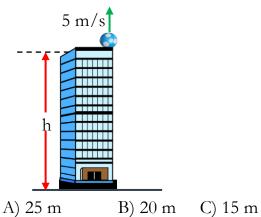


- A) 125 m
- B) 105 m
- C) 90 m

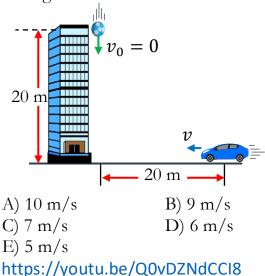
- D) 85 m
- E) 75 m

https://youtu.be/SnLCi221FtQ

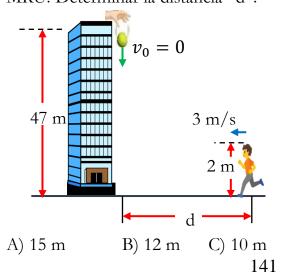
42. Desde la azotea de un edificio, un joven lanza verticalmente hacia arriba una pelota con una velocidad inicial de 5 m/s. Si la pelota impacta en el suelo con una rapidez de 15 m/s, se desea determinar la altura 'h' del edificio.



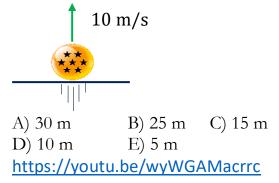
- D) 10 m E) 5 m https://youtu.be/236JOdN1stl
- **43.** Un joven suelta una pelota de baloncesto desde la parte superior de un edificio y cae sobre un taxi. Si el movimiento del taxi se describe como un MRU, determinar la rapidez del taxi. Ver figura.



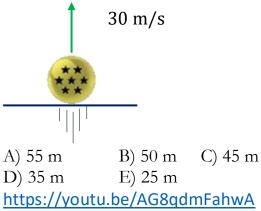
44. Un estudiante universitario suelta una pelota de baloncesto desde la parte superior de un edificio. La pelota cae e impacta en la cabeza de su compañero que se acerca al edificio en un MRU. Determinar la distancia "d".



- D) 9 m E) 6 m https://youtu.be/WtX7MJxvx2M
- **45.** Se lanza una pelota según se muestra en la figura. Determinar a qué altura se encuentra la pelota con respecto a su posición de lanzamiento después de transcurrir 3 s.



46. Se lanza una esfera verticalmente hacia arriba, como se muestra en la figura. Determinar el recorrido total que realiza la esfera durante los primeros cuatro segundos de su movimiento.



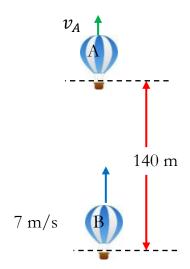
47. Un gavilán suelta su presa desde el mismo nivel que la punta de un árbol de mango. La presa tarda 0,1 segundos en cruzar dos frutos de mango que están alineados verticalmente y separados por una distancia de 1,05

- m. Se busca determinar a qué distancia de la parte superior del árbol se encuentra el fruto más elevado.
- A) 10 m
- B) 5 m
 - C) 4 m

- D) 2,5 m
- E) 2 m

https://youtu.be/PPuvEAn8W0k

48. Dos globos aerostáticos suben en línea recta a velocidad constante. Si en el momento mostrado en la figura, desde A se deja caer una moneda y al transcurrir 9 s es atrapada por un joven que se encuentra en el globo B, determinar la velocidad a la que se está elevando el globo A.

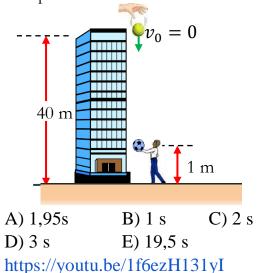


- A) 54,5 m/s
- B) 38,6 m/s
- C) 36,4 m/s
- D) 30 m/s
- E) 27 m/s

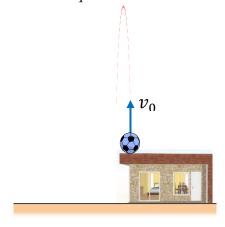
https://youtu.be/ZfcqwdkDh0M

49. Dos estudiantes universitarios con la finalidad de demostrar las teorías de caída libre deciden realizar lo siguiente, uno de ellos decide lanzar un objeto verticalmente hacía arriba con una velocidad de 20 m/s y el otro en el mismo instante desde la azotea del

edificio de 40 m de altura de la escuela profesional de ingeniería civil deja caer otro objeto tal como se muestra en figura. Si se desprecia la resistencia del aire, determinar al cabo de cuánto tiempo se cruza.



50. Un estudiante de la Institución Educativa N° 10063 quiere comprobar la teoría de caída libre, para lo cual lanza hacia arriba un cuerpo desde la azotea de una casa de 5 m de altura, tal como se muestra en la figura. Si el tiempo que el cuerpo demora en llegar al suelo es de 5 s, determinar la velocidad con la que fue lanzado.



A) 26 m/s

B) 24 m/s

- C) 30 m/s D) 15 m/s E) 21 m/s
- https://youtu.be/gL6dGvdYo4c
- 51. Una pequeña ventana de un edificio se halla a 40 metros del suelo, a través de esta, juan, un estudiante de ingeniería, ve pasar un proyectil hacia arriba y 4 segundos después lo ve pasar hacia abajo, ¿con qué velocidad fue lanzada este proyectil desde el suelo?
 - A) 25 m/s
- B) $27 \ m/s$
- C) 30 m/s
- D) $20\sqrt{3} \ m/s$
- E) $10\sqrt{17}$ m/s

https://youtu.be/xGQ6l4dAUoE

Alternativas

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	С	Α	Е	С	D	Α	Е	В	С
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
В	Α	С	Е	D	С	Α	Е	В	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
В	С	С	D	D	С	С	Е	Е	D
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
D	В	D	Α	Α	В	Α	С	D	Е
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Α	D	Α	D	Α	В	В	С	Α	В

6 MOVIMIENTO PARABÓLICO DE CAÍDA LIBRE

Definición

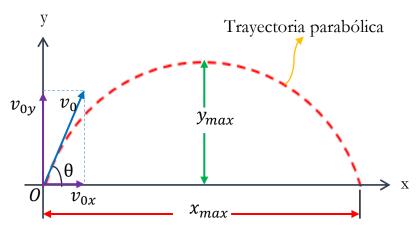
Se denomina así a todo movimiento resultante de la suma de dos o más movimientos simples o elementales. Se entiende por movimiento simple al Movimiento Rectilíneo Uniforme (M.R.U.) y al Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (M.R.U.V.). Ejemplos. Cuando un cuerpo se desplaza tiene dos componentes: x e y.

Principio de independencia de movimientos.

Este principio fue formulado por Galileo, quien lo anunció así: "Los movimientos componentes en un movimiento compuesto se desarrollan independientemente uno de otro, es decir, el desarrollo de un movimiento no se ve alterado por la presencia de otro".

Movimiento parabólico.

El movimiento parabólico resulta de la composición de un movimiento horizontal rectilineo uniforme (M.R.U.) y un movimiento vertical uniformemente variado (M.R.U.V.). Para su estudio se tiene que descomponer en estos dos movimientos.



La velocidad inicial v_0 se descompone en una componente horizontal $v_{oy} = v_0 sen\theta$ y otra vertical $v_{ox} = v_0 cos\theta$

Movimiento vertical

Se observa que la componente vertical de la velocidad (v_y) va disminuyendo a medida que el cuerpo sube, hasta que se anula cuando alcanza la máxima altura, y luego cambia de dirección y va aumentando gradualmente a medida que el cuerpo desciende. Las ecuaciones vectoriales del movimiento vertical son:

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_{0y}(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2$$

$$\vec{v}_{fy} = \vec{v}_{0y} + \vec{g}(t - t_0)$$
$$v_{fy}^2 = v_{0y}^2 + 2\vec{g}(\vec{y} - \vec{y}_0)$$

Movimiento horizontal

La componente v_x permanece constante, pues de acuerdo con el principio de independencia de los movimientos, no se ve afectado por la gravedad que actúa en el eje vertical. La ecuación del movimiento horizontal está dada por: $\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_{0x}(t-t_0)$

Ecuación de la trayectoria

Para el caso de un proyectil que es disparado con una velocidad v_0 y que forma un ángulo θ con la horizontal (+x), la ecuación de la trayectoria en el plano xy está definido en función de la velocidad y ángulo, para lo cual se tiene:

Del movimiento horizontal se tiene

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_{0x}(t - t_0)$$
Cuando $x_0 = 0$ y $t_0 = 0$

$$x = v_0 cos\theta(t)$$

$$t = \frac{x}{v_0 cos\theta}$$

Del movimiento vertical se tiene

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_{0y}(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2$$

Cuando
$$y_0 = 0$$
 y $t_q = 0$
 $y = v_0 sen\theta(t) - \frac{1}{2}g(t)^2$

Reemplazando el tiempo se tiene:
$$y = v_0 sen\theta \left(\frac{x}{v_0 cos\theta}\right) - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 cos\theta}\right)^2$$

$$y = tg\theta x - \frac{1}{2}g\frac{x^2 sec^2\theta}{{v_0}^2}$$

$$y = tg\theta x - \frac{g(1 + tg^2\theta)x^2}{2{v_0}^2}$$

Teniendo en cuenta que v_0 , θ y g son constantes, la ecuación precedente es la de una parábola.

Tiempo de vuelo

Es el tiempo que el proyectil permanece en el "aire".

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_{0y}(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2$$

Cuando la posición inicial y final se encuentran al mismo nivel se cumple que: $y=0; y_0=0$ y para $t_0=0$

$$0 = 0 + v_0 sen\theta t_v - \frac{1}{2}gt_v^2$$

$$t_v = \frac{2v_0 sen\theta}{a}$$

Alcance horizontal máximo

Es la distancia horizontal que recorre el proyectil durante su tiempo de vuelo.

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_{0x}(t - t_0)$$

Cuando
$$x_0 = 0$$
 y $t_0 = 0$

$$x_{m\acute{a}x} = v_0 cos\theta t_v$$

$$x_{m\acute{a}x} = v_0 cos\theta \left(\frac{2v_0 sen\theta}{g}\right)$$

$$x_{m \land x} = \frac{2cos\theta sen\theta v_0^2}{q}$$

$$x_{m\acute{a}x} = \frac{v_0^2 sen2\theta}{g}$$

Altura máxima

La altura máxima alcanzada por el proyectil con una trayectoria parabólica se determina siguiendo los siguientes pasos.

En primer lugar, se determina el tiempo de subida con la siguiente ecuación.

$$\vec{v}_{fy} = \vec{v}_{0y} + \vec{g}(t - t_0)$$

Cuando el proyectil alcanza la máxima altura la velocidad vertical es cero.

$$0 = v_0 sen\theta - gt_s$$

$$t_{\scriptscriptstyle S} = \frac{v_0 sen\theta}{g}$$

Reemplazando en tiempo de subida y teniendo en cuenta que el tiempo inicial es cero, se tiene:

$$\begin{split} \vec{y} &= \vec{y}_0 + \vec{v}_{0y}(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2 \\ y_{m\acute{a}x} &= 0 + v_0 sen\theta \, \frac{v_0 sen\theta}{g} - g \left(\frac{v_0 sen\theta}{g} \right)^2 \\ y_{m\acute{a}x} &= \frac{v_0^2 sen^2\theta}{g} - \frac{v_0^2 sen^2\theta}{2g} \\ y_{m\acute{a}x} &= \frac{v_0^2 sen^2\theta}{2g} \end{split}$$

Propiedades del movimiento parabólico

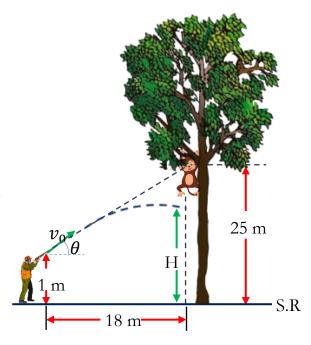
- El módulo de la velocidad de subida y de bajada de un proyectil a un mismo nivel o altura tiene el mismo valor.
- ➤ La velocidad horizontal para toda la trayectoria del proyectil con movimiento parabólico se mantiene constante.
- Al lanzar un móvil con diferentes ángulos de inclinación, pero con la misma velocidad inicial, se logra el máximo alcance con un ángulo de 45°.
- Al disparar un cuerpo con diferentes ángulos complementarios y con la misma velocidad inicial, se logra el mismo alcance horizontal.

Velocidad de escape

Si un cuerpo es lanzado con una gran velocidad puede salir del campo gravitatorio de la Tierra, y por lo tanto no retornaría. A esta velocidad se le conoce como "velocidad de escape" y su valor aproximado es mayor de 11,2 km/s.

Ejercicios resueltos

1. Un mono escapa del zoológico y trepa a un árbol que se encuentra a una altura de 25 metros sobre el suelo. A medida que el cuidador intenta atraer al mono sin éxito, decide apuntar su rifle con un dardo sedante directamente hacia el mono. El dardo es disparado con una velocidad de 15 m/s. El astuto mono, en ese mismo instante, decide dejarse caer intentando llegar al suelo y escapar, si el cuidador se encuentra a una distancia de 18 metros respecto a la vertical que pasa por el mono. Determinar a) El ángulo con el cual el dardo sedante debe ser disparado para lograr impactar y neutralizar al mono. b) Calcular la altura a la cual el mono es impactado en relación al suelo.



https://youtu.be/7Xgs6so23-M

Solución.

Identificación de datos y sus unidades de medida:

Altura del árbol: = 25 m

Velocidad inicial del dardo: 15 m/s

Distancia del cuidador con respecto

a la vertical del mono: 18 m

Velocidad inicial del mono: 0 m/s

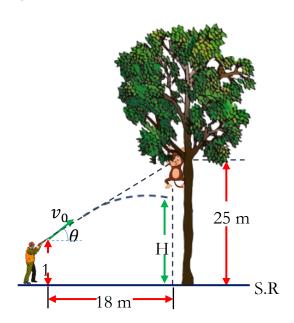
El ángulo con el cual debe ser

lanzado: $\theta = ?$

Altura en la cual el mono es im-

pactado: H=?

Finalidad y representación gráfica



Ecuación física a utilizar determinar lo solicitado en el problema

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_{0y}(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2$$

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_{0x}(t - t_0)$$

Reemplazado los datos en la ecuación precedente

Considerando el sistema de referencia a nivel del suelo, y la altura del mono a la que es impactado por el dardo sedante.

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_{0y}(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2$$

$$H = 25 - \frac{1}{2}10t^2 \dots \dots \dots (1)$$

Altura a la impacta el dardo sedante al mono.

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_{0y}(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2$$

$$H = 1 + 15sen\theta t - \frac{1}{2}10t^2 \dots \dots (2)$$

Igualando la ecuación 1 y 2.

$$25 - \frac{1}{2}10t^2 = 1 + 15sen\theta t - \frac{1}{2}10t^2$$

$$15sen\theta t = 24 \dots \dots \dots (3)$$

Alcance horizontal que alcanza el dardo sedante

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_{0x}(t - t_0)$$

18 = 15cos\theta t (4)

Dividiendo la ecuación 3 y 4

$$\frac{\frac{15sen\theta t}{15cos\theta t}}{\frac{24}{18}} = \frac{24}{18}$$
$$tg\theta = \frac{4}{3}$$

$$\theta = 53^{\circ}$$

Reemplazando el ángulo en la ecuación 3 para hallar el tiempo

$$15sen\theta t = 24$$
$$15 sen(53^{\circ})t = 24$$
$$t = 2 s$$

Reemplazando el tiempo en la ecuación 1 tenemos

$$H = 25 - \frac{1}{2}10(2)^2$$
$$H = 5 m$$

Análisis de los resultados obtenidos:

Podemos decir que la persona debe inclinar un ángulo de 53° la escopeta, para que el dardo impacte al mono. Además, la altura respecto al suelo con la que será impactado el mono será de 5 m.

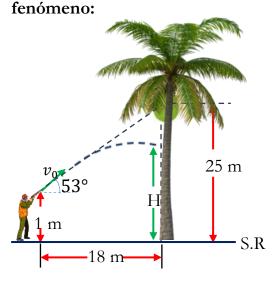
2. José apunta con su escopeta directamente a un coco que cuelga de un árbol, como se muestra en la figura. En el momento en que se dispara, el coco se desprende del árbol y comienza a caer. Si el proyectil sale de la escopeta con una velocidad de 75 m/s y forma un ángulo de 53° con la horizontal, determinar la distancia que recorre el coco en caída libre hasta ser impactado por la bala.https://www.youtube.com/watch

Solución

Identificación de datos y sus unidades de medida:

Altura inicial del coco: 25 m Velocidad inicial del proyectil: 75 m/s Ángulo formado del proyectil con la horizontal (θ): 53°

Velocidad inicial del coco : 0 m/s Representación gráfica del

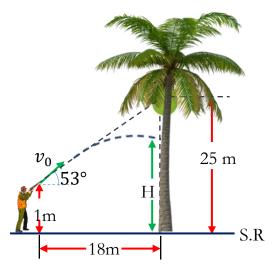


Identificación de la ecuación física adecuada:

Utilizaremos la ecuación de la posición vertical en caída libre: Considerando el sistema de referencia a nivel del suelo, y la altura del coco a la que es impactado por la bala.

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_{0y}(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2$$

$$H = 25 - \frac{1}{2}10t^2 \dots \dots (1)$$



Altura a la que impacta el cartucho al coco.

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_{0y}(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2$$

$$H = 1 + 75 \operatorname{sen53^{\circ}t} - \frac{1}{2} 10t^{2} \dots (2)$$

Realización de los cálculos sustituyendo los datos proporcionados:

En el momento en que la bala impacta al coco, la altura es igual a H.

Sustituyendo los valores:

$$25 = 1 + 75 \text{ sen}53^{\circ}t$$

$$t = \frac{(25-1)}{75 \text{ sen}53^{\circ}}$$

$$t = 0,401 \text{ s}$$

Reemplacemos en la ecuación 1 el tiempo en la que el cartucho impacta al coco

$$H = 25 - \frac{1}{2}10(0.401)^2$$

$$H = 24,196 m$$

Análisis de los resultados obtenidos:

Al analizar los resultados, se encuentra que 24,196 m es la altura a la que la bala impacta al coco. Los resultados cumplen con las expectativas, tienen sentido físico y se ajustan a las condiciones establecidas en el enunciado del problema.

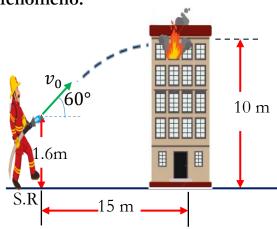
3. Un bombero desea extinguir un incendio en el penúltimo piso de un edificio que se encuentra a una altura de 10 m, para lograrlo sostiene una manguera con una inclinación de 60° respecto a la horizontal y una altura de 1,6 m., la distancia horizontal desde el bombero hasta el edificio es de 15 m. Determinar la velocidad requerida para que el agua salga de la manguera y alcance la ubicación del fuego. https://youtu.be/BD mlbpPyJc

Solución

Identificación de datos y sus unidades de medida:

Altura del incendio (h): 10 m Inclinación de la manguera (θ): 60° Altura de la manguera respecto al suelo (y₀): 1.6 m Distancia horizontal desde el bombero hasta el edificio (x): 15 m Gravedad (g): 10 m/s²

Representación gráfica del fenómeno:



Identificación de la ecuación física adecuada:

Utilizaremos la ecuación de posición vertical en caída libre para determinar el tiempo necesario para alcanzar la altura del incendio:

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_{0y}(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2$$

Realización de los cálculos sustituyendo los datos proporcionados:

En este caso, nos interesa determinar la velocidad inicial (vo) para que el agua alcance la altura del incendio. Primero, encontraremos el tiempo (t) necesario para alcanzar la altura del incendio utilizando la ecuación de la posición vertical en caída libre:

 $10 = 1.6 + v_0 sen60^{\circ}t - \frac{1}{2}10t^2 \dots (1)$ Luego, utilizaremos la ecuación del recorrido horizontal para relacionar el tiempo (t) y la velocidad inicial (vo):

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_{0x}(t - t_0)
15 = 0 + v_0 cos 60t
v_0 t = \frac{15}{cos 60} \dots \dots (2)$$
Reemplayando la ecuación

Reemplazando la ecuación 2 en 1

$$10 = 1.6 = \frac{15}{\cos 60} sen 60^{\circ} - \frac{1}{2} 10t^{2}$$

 $t = 1.875 s$

Reemplazando en tiempo en la ecuación 1

$$v_0(1.875) = \frac{15}{\cos 60}$$

 $v_0 = 16 \text{ m/s}$

Análisis de los resultados obtenidos:

Por lo tanto, la velocidad requerida para que el agua salga de la manguera y alcance la ubicación del fuego es aproximadamente 16 m/s

4. Un jugador de baloncesto, sostiene a una altura de 1,5 m el balón y lo lanza hacia la canasta desde una distancia horizontal de 30 metros, como se muestra en la figura. Si desea que el balón entre en el aro sin tocar el tablero, se busca determinar la velocidad inicial con la cual debe lanzar el balón, tomando un ángulo de 53° respecto a la horizontal.

https://youtu.be/4AbwAZsK5al

Solución

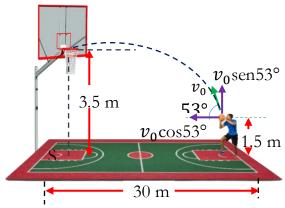
Identificación de datos y sus unidades de medida:

Altura de lanzamiento del balón: 1,5

Altura de la canasta: 3,5 m Distancia horizontal 30 m Ángulo de lanzamiento: 53°

Velocidad inicial de lanzamiento: ?

Representación gráfica del problema:

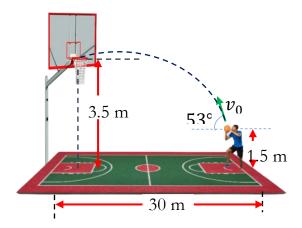


Identificación de la ecuación física adecuada:

Utilizaremos las ecuaciones de la cinemática para el movimiento en dos dimensiones (horizontal y vertical) del balón.

Para el movimiento horizontal:

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_{0x}(t - t_0)$$



Para el movimiento vertical:

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_{0y}(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2$$

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

Para el recorrido horizontal de la pelota:

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_{0x}(t - t_0)$$

$$30 = 0 + v_0 cos 60t$$

$$v_0 t = 50 \dots \dots (1)$$

Para el recorrido vertical de la pelota

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_{0y}(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2$$

$$3.5 = 1.5 + v_0 sen 53^{\circ}t - 5t^2 \dots (2)$$

Reemplazando la ecuación 1 en 2

$$2 = \frac{4}{5}(50) - 5t^2$$

$$t = 2,76 s$$

Reemplazando el tiempo en la ecuación 1 se tiene

$$v_0(2,76) = 50$$

$$v_0 = 18,14 \text{ m/s}$$

Análisis de los resultados obtenidos:

Se debe lanzar el balón con una velocidad inicial de 18,14 m/s para que entre en la canasta sin tocar el tablero, tomando un ángulo de 53° respecto a la horizontal.

5. Un avión se desplaza a velocidad constante con un ángulo de ascenso denotado como β con respecto a la horizontal. Mientras el avión se encuentra a una altitud de 6000 metros, en la misma vertical que un cañón enemigo que abre fuego en ese mismo instante con una velocidad de 600 m/s, la bala pasa rozando al avión poco después. A medida que el avión alcanza una altitud de 9604 metros, el proyectil vuelve a pasar rozando y finalmente explota en el suelo 20 segundos después. Calcular: a) el ángulo de elevación del cañón, b) el ángulo β, c) la velocidad del avión.

Solución

Identificación de datos y sus unidades de medidas

ángulo de ascenso del avión con respecto a la horizontal: β

Segunda posición del avión: 6000 m

Velocidad inicial del cañón: 600 m/s

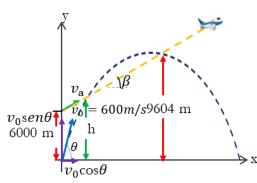
Tercera posición de elevación del

avión: 9604 m

Tiempo entre el segundo rose y la

explosión del proyectil: 20 s

Finalidad y representación gráfica:



Identificación de la ecuación física adecuada

Ecuación para el movimiento del avión en línea recta

Movimiento horizontal

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_{0x}(t - t_0)$$

$$x = 0 + v_a cos \beta t$$

$$x = v_a cos \beta t_2 \dots \dots (1)$$

Movimiento vertical

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_{0y}(t - t_0)$$

$$9604 = 6000 + v_a sen\beta t$$

$$v_a sen\beta t_2 = 3604 \dots (2)$$

Ecuación para el movimiento del proyectil disparado por el cañón enemigo.

Movimiento horizontal

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_{0x}(t - t_0)$$

$$x = 0 + v_0 cos\theta t_2$$

$$x = v_0 cos\theta t_2 \dots (3)$$

Movimiento vertical

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_{0y}(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2$$

$$y = v_0 sen\theta t_2 - \frac{1}{2} 10 t_2^2 \dots \dots (4)$$

Del enunciado del problema se puede concluir que el tiempo de vuelo de la bala es: $t_v = t_2 + 20$ por lo que se cumple:

Par el movimiento vertical en la ecuación (4)

$$0 = v_0 sen\theta(t_2 + 20) - \frac{1}{2}10(t_2 + 20)^2$$

$$v_0 sen\theta = 5(t_2 + 20) \dots (5)$$

Para el movimiento horizontal en la ecuación (3)

$$x = v_0 cos\theta t$$

$$x = v_0 cos\theta(t_2 + 20) \dots \dots (6)$$

De la ecuación (4) se cumple que el movimiento vertical para el proyectil del cañon enemigo para el segundo rozamiento es:

$$9604 = v_0 sen\theta t - 5t^2 \dots (7)$$

Realización de los cálculos sustituyendo los datos proporcionados:

Reemplazando la ecuación (5) en la ecuación (7)

$$9604 = 5(t_2 + 20)t_2 - 5t_2^2$$

$$9604 = 5t_2^2 + 100t_2 - 5t_2^2$$

$$9604 = 100t_2$$

$$t_2 = 96,04 s$$

Para hallar el θ en la ecuación (5)

$$600sen\theta = 5(96,04 + 20)$$

$$sen\theta = 0.967$$

$$\theta = 75,24^{\circ}$$

Igualando la ecuación (1) y la ecuación (3)

$$v_a cos \beta = 600 cos(75.24^\circ)$$

$$v_a cos \beta = 152,87 \dots (8)$$

En la ecuación (2) para el segundo rozamiento

$$v_a sen\beta(96,04) = 3604$$

$$v_a sen \beta = 37,56 \dots (9)$$

Dividiendo la ecuación (9) y (8)

$$\frac{v_{\rm a}sen\beta}{v_{\rm a}cos\beta} = \frac{37,56}{152,87}$$

$$tg\beta = 0.246$$

$$\beta = 13,80^{\circ}$$

Reemplazando el ángulo β y t_2 en la ecuación (2)

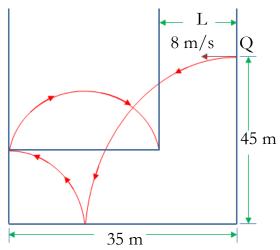
$$v_{a}sen(13.80)(96.04) = 3604$$

 $v_{a} = 157.32 \frac{m}{s}$

Análisis de los resultados obtenidos:

El ángulo de elevación del canon es 75,24°, el ángulo de ascenso del avión es 13,80° y la velocidad del avión es de 157,32 m/s

6. Una pelota es lanzada por un estudiante de una universidad muy prestigiosa desde el punto "Q" en la forma que se muestra. Determine el valor de "L" si todos los impactos son elásticos.



https://youtu.be/cnlqPDzb2jo

Solución

Identificación de datos y sus unidades de medida:

Altura del punto "Q" sobre el suelo: 45 m

Velocidad inicial de lanzamiento de la pelota: 8 m/s

Valor de L:?

Representación gráfica del problema:

Un estudiante lanza una pelota desde el punto "Q" con trayectorias horizontales y verticales, realizando impactos elásticos en tres tramos diferentes, tal como se muestra en la figura del planteamiento del problema.

Identificación de la ecuación física adecuada:

Utilizaremos las ecuaciones de la cinemática para calcular las distancias horizontales y los tiempos de vuelo en cada tramo, así como la velocidad vertical antes del segundo impacto.

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

Primer tramo

$$\vec{y} = \vec{y}_o + \vec{v}_{y0}t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2$$

Remplazado los datos en la ecuación precedente

La pelota del punto "Q" es lanzada horizontalmente por lo que $\vec{v}_{y0} = 0$ y considerando el sistema de referencia en el punto de inicio se tiene

$$45 = \frac{1}{2} 10t_1^2$$

$$t_1 = 3 s$$

Para determinar la distancia horizontal que recorre en el primer tramo

$$\vec{x} = \vec{x}_o + \vec{v}_{x0}t$$

$$d_1 = 8(3)$$

$$d_1 = 24 m$$

La velocidad horizontal y vertical un instante antes y después del primer del impacto son iguales

$$v_{fy} = v_{0y} + gt$$

$$v_{fv} = 10(3)$$

$$v_{fv} = 30 \ m/s$$

Segundo tramo

Se sabe que la distancia horizontal para ese tramo es $d_2 = 11m$, con el cual se puede determinar el t_2 son la siguiente ecuación

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_{x0}t$$

$$11 = 8(t_2)$$

$$t_2 = 1.38 \, s$$

Calculando la velocidad vertical un instante antes y después del segundo impacto

$$v_{fy} = v_{0y} + gt$$

$$v_{fy} = 30 - 10(1.38)$$

$$v_{fy} = 16.25 \, m/s$$

Para determinar en el último tramo el tiempo

$$\vec{y} = \vec{y}_o + \vec{v}_{y0}t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2$$

$$0 = 0 + 16.25 t_3 - \frac{1}{2} 10 t_3^2$$

$$16.25 = \frac{1}{2}10t_3$$

$$t_3 = 3.25 s$$

La distancia horizontal para el último tramo

$$\vec{x} = \vec{x}_o + \vec{v}_{x0}t$$

$$d_3 = 8(3.25)$$

$$d_3 = 26 \ m$$

Por lo tanto, el valor de L es

$$L = 35 - d_3$$

$$L = 35 - 26$$

$$L = 9 m$$

Análisis de los resultados obtenidos:

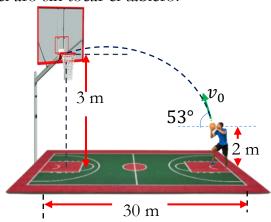
El valor de L, la distancia horizontal entre los puntos "Q" y "P", es 9 metros.

Problemas propuestos

- 1. Desde un globo que se eleva verticalmente con una velocidad constante de v₁ = 6 m/s, se lanza una piedra horizontalmente (con respecto al globo) con una velocidad de v₂ = 5 m/s. Si la piedra recorre un alcance horizontal de 15 m antes de alcanzar el suelo, determinar desde qué altura H se lanzó la piedra.
 - A) 21 m
- B) 23 m
- C) 25 m
- D) 27 m
- E) 29 m

https://youtu.be/K_CGBgJdlgE

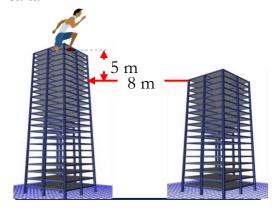
2. Un jugador de baloncesto, que se encuentra a una altura de 2 metros, realiza un tiro a la canasta desde una distancia horizontal de 30 metros, según se muestra en la figura. Si el jugador lanza el balón con un ángulo de 53° respecto a la horizontal, se busca determinar la velocidad inicial necesaria para que el balón entre en el aro sin tocar el tablero.



- A) 17,9 m/s
- B) 12,5 m/s
- C) 10.8 m/s
- D) 9.6 m/s
- E) 6,5 m/s

https://youtu.be/3Bxrb5JB2qI

3. En las películas es común ver escenas de persecución, en donde alguien salta de un lado a otro, tal como se muestra en la figura. Si el actor salta horizontalmente y cae al otro lado del callejón, determinar la velocidad mínima con la que debe saltar.



- A) 17 m/s
- B) 12 m /s
- C) 10 m/s
- \vec{D}) 9 m/s
- \dot{E}) 8 m/s

https://youtu.be/mfq4I9H QPQ

- 4. Hernán desea disparar una bala desde un cañón ubicado a una distancia de 120 m del pie de un edificio. El objetivo es hacer que la bala entre horizontalmente por el centro de una ventana situada a una altura de 45 m sobre el suelo. Para lograr esto, se desea determinar la velocidad inicial necesaria para disparar la bala con un ángulo de 37° respecto a la horizontal.
 - A) 25 m/s
- B) 50 m/s
- (c) 70 m/s
- \dot{D}) 75 m/s
- E) 80 m/s

https://youtu.be/SrtnBp5Hpjo

- 5. Desde la parte superior de un edificio de altura H, se dispara horizontalmente un proyectil con una velocidad de 30 m/s. Si alcanza la superficie del suelo en un tiempo de 5 segundos, determinar H y la distancia desde la base del edificio hasta el punto de impacto, así como la velocidad vertical en el momento del impacto.
 - A) 110 m; 150 m; 50 m/s
 - B) 125 m; 180 m; 50 m/s
 - C) 125 m; 150 m; 50 m/s
 - D) 125 m; 150 m; 20 m/s
 - E) 110 m; 180 m; 20 m/s

https://youtu.be/z-hR4qDzDP4

- 6. Un avión vuela a una altitud de 2000 m y suelta una bomba a una distancia horizontal de 4200 m desde el avión hasta la línea vertical que pasa por la catedral de la ciudad de Jaén. Si la bomba impacta en la catedral, determinar la velocidad del avión.
 - A) 210 m/s
- B) 250 m/s
- C) 270 m/s
- D) 275 m/s
- E) 280 m/s

https://youtu.be/kjwfVqs-j8o

7. De un campanario de 5 m de altura, un estudiante universitario lanza un petardo hacia arriba durante la noche del señor de Huamantanga, con una velocidad inicial de 30 m/s y un ángulo de lanzamiento de 53° respecto a la horizontal del petardo, a) el alcance horizontal del petardo, b) la velocidad del petardo justo antes de impactar el suelo, c) la altura máxima alcanzada por el petardo desde el suelo.

- A) 144 m; 35 m/s; 140,45 m
- B) 144 m; 53 m/s; 180,25 m
- C) 160 m; 53 m/s; 140,45 m
- D) 160m; 53 m/s; 180,25 m
- E) 90 m; $10\sqrt{10}$ m/s; 33,8 m

https://youtu.be/-8iTHJz1bPs

- 8. Un muchacho, con una estatura de 1,8 metros, se encuentra a una distancia de 20 metros frente a una cerca de 4 metros de altura, si se lanza una piedra bajo un ángulo de 37 grados con respecto a la horizontal. Determinar la velocidad mínima con la cual debe lanzar la piedra para que este pase por encima de la cerca.
 - A) 12,250 m/s
- B) 15,625 m /s
- C) 18,750 m/s
- D) 19,225 m/s
- E) 22,250 m/s

https://youtu.be/iQURNHv2Dg4

- 9. En el contexto del movimiento parabólico, se desea determinar el ángulo de lanzamiento "0" para el cual el alcance horizontal de un proyectil sea cuatro veces la altura máxima alcanzada.
 - A) 16°
- B) 30°
- C) 37°

- D) 45°
- E) 60°

https://youtu.be/-4AP3fLoyi0

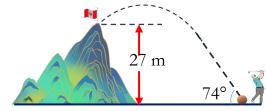
10. Un futbolista patea una pelota con una velocidad inicial de 25 m/s y un ángulo de 53° respecto al piso. Otro jugador, situado a una distancia de 76 m del primero, corre para recoger la pelota, determinar la velocidad media a la cual el segundo jugador debe correr para interceptar la pelota justo cuando esta toca el suelo.

- A) 2 m/s B) 3 m/s C) 4 m/s D) 5 m/s E) 6 m/s
- https://youtu.be/jVE2ORAiDS8
- 11. En un barranco de 125 metros de altura, un niño lanza una piedra desde la cima con una velocidad de 15 m/s y un ángulo de 37 grados respecto a la horizontal, dos segundos más tarde, su amigo que se encuentra por debajo de él, sobre la misma vertical, pero a una altura h del suelo, lanza otra piedra horizontalmente con una velocidad de 18 m/s. Determinar el valor de h para que ambas piedras lleguen al mismo punto en el suelo al mismo tiempo.
 - A) 90 m
- B) 80 m
- C) 60 m

- Ď) 40 m
- E) 30 m

https://youtu.be/Uq23GcxNMFU

12. Se golpea una pelota de golf con una velocidad inicial de 25 m/s y un ángulo de elevación de 74°, como se muestra en la figura. La pelota cae sobre un morro que se encuentra a 27 m de altura respecto al punto de partida, determinar: a) el tiempo que la pelota permanece en el aire, b) el alcance horizontal de la pelota y c) la altura máxima alcanzada durante el vuelo.



- A) 1 s; 21 m; 28,8 m
- B) 3 s; 20 m; 28,8 m
- C) 3 s; 21 m; 30 m

- D) 3 s; 21 m; 28,8 m
- E) 2 s; 21 m; 30 m

https://youtu.be/X0qhYjnX8xc

- 13. Se dispara un proyectil con una velocidad inicial de 400 m/s y se quiere que impacte en un objetivo ubicado a 15360 m de distancia. Se necesita calcular: a) el ángulo de lanzamiento del proyectil y b) la altura máxima alcanzada durante su trayectoria.
 - A) 16° y 2880 m B) 37° y 2800 m
 - C) 37° y 2880 m D) 53° y 2800 m
 - E) 60° y 2000 m

https://youtu.be/TFqhQMX0SU0

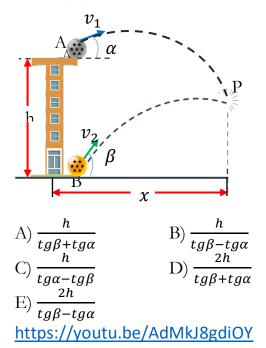
- 14. ¿Cuál debe ser la velocidad inicial de un proyectil disparado verticalmente hacia arriba desde un automóvil que se mueve horizontalmente a 25 m/s, para que vuelva a caer sobre el automóvil después de que este haya avanzado 100 m?
 - A) 20 m/s
- B) 30 m/s
- C) 40 m/s
- D) 50 m/s
- E) 60 m/s

https://youtu.be/hgmH03x6W5M

- de un edificio de 60 m de altura con una velocidad inicial de 10 m/s y un ángulo de 30° respecto a la horizontal. ¿Cuánto tiempo tardará en llegar al suelo y cuál será su velocidad vertical cuando se encuentre a una altura de 30 m sobre el suelo?
 - A) 2 s; 25 m/s
- B) 4 s; 15 m/s
- C) 2 s; 15 m/s
- D) 3 s; 30 m/s
- E) 4 s; 25 m/s

https://youtu.be/vU-W9DYv9oA

16. Dos proyectiles son lanzados simultáneamente desde los puntos A y B con velocidades v_1 y v_2 y con ángulos de disparo β y α, respectivamente (siendo β mayor que α). Cuál es la distancia horizontal x en la cual los proyectiles impactaron. La respuesta debe ser dada en términos de h, α y β.

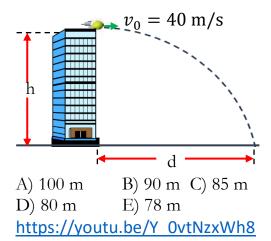


17. Un cohete se eleva desde la superficie terrestre con un ángulo de 37° con respecto a la horizontal y una velocidad inicial de 100 m/s. Durante los primeros 4 s, el cohete se mueve en la misma dirección con una aceleración constante de 30 m/s², después de lo cual los motores fallan y el cohete sigue un movimiento libre. Encuentre: a) la altura máxima alcanzada por el cohete, b) su tiempo total en el aire, y c) la distancia horizontal recorrida por el cohete.

- A) 1255,2 m; 33 s; 5623 m
- B) 1200,8 m; 33 s; 5615 m
- C) 1255,2 m; 53 s; 6615 m
- D) 1200,8 m; 53 s; 5615 m
- E) 1255,2 m; 53 s; 6615 m

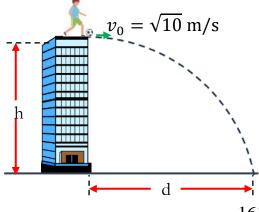
https://youtu.be/dhSMv04fVMc

18. Una pelota de futbol es lanzada horizontalmente desde la azotea de un edificio, tal como se muestra en la figura, con una rapidez de 40 m/s e impacta en el piso luego de 2 s, determine el alcance horizontal "d".



19. Un niño patea horizontalmente una pelota desde la azotea de un edificio, tal como se muestra en la figura. Si impacta en el piso luego de 2 segundos, determinar cuál es la altura del

edificio.

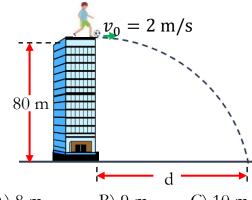


- A) 10 m
 - B) 12 m
- C) 15 m

- D) 18 m
- E) 20 m

https://youtu.be/NZTMD5iZ58M

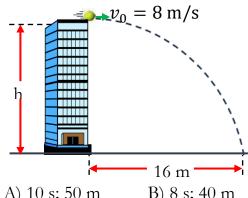
20. Se tiene un edificio de 80 m de altura, desde el cual un niño patea una pelota con una velocidad horizontal de 2 m/s. Se desea conocer la distancia a la que la pelota caerá en el piso.



- A) 8 m D) 12 m
- B) 9 m
- C) $10 \, \text{m}$
- E) 15 m

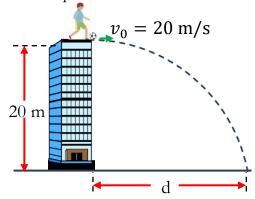
https://youtu.be/2bioN3gWQ6Q

21. movimiento Se presenta el parabólico de caída libre de una canica en la figura. Calcular el tiempo que dura su vuelo y la altura máxima alcanzada durante su trayectoria.



- A) 10 s; 50 m
- B) 8 s; 40 m
- C) 6 s; 35 m
- D) 5 s; 25 m
- E) 2 s; 20 m

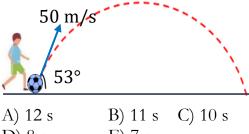
- https://youtu.be/OhKmYd61JJ0
- 22. Un balón es pateado horizontalmente por un niño desde una azotea, con una velocidad de 20 m/s, según se muestra en la figura. Se requiere determinar la velocidad con la que el balón impacta en el suelo.



- A) $20\sqrt{2} m/s$
- B) $30\sqrt{2} m/s$
- C) $40\sqrt{2} \ m/s$
- D) $45\sqrt{2} \ m/s$
- E) $46\sqrt{2} \, m/s$

https://youtu.be/C7eZN22NXjg

23. Determine el tiempo que la pelota lanzada por un estudiante universitario estará en el aire, según se muestra en la figura.



D) 8 s E)7s

https://youtu.be/IZ8gxQEMSMQ

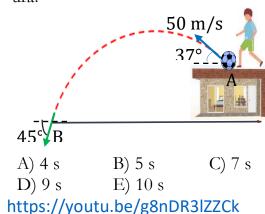
Se solicita determinar la velocidad de 24. un balón pateado por un estudiante de la Universidad Nacional de Jaén, según se muestra en la figura, con la condición de que su velocidad mínima sea de 20 m/s.



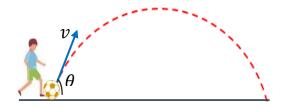
- A) 30 m/s
- B) 34 m/s
- C) 36 m/s
- D) 40 m/s
- E) 42 m/s

https://youtu.be/ubKOFoK1QSk

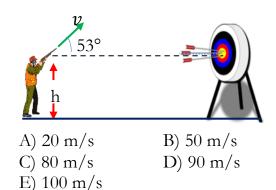
25. Determinar el tiempo que la pelota tarda en desplazarse desde A hasta B cuando es pateada por un estudiante de la Universidad Nacional de Jaén, según se muestra en la figura.



26. Un jugador de fútbol del Club Deportivo San Mateo patea una pelota como se muestra en la figura. Determine el tiempo de subida, tiempo de vuelo, altura máxima y alcance horizontal máximo en función de v y θ.

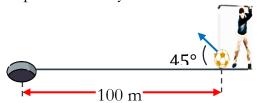


- A) $\frac{vsen\theta}{g}$; $\frac{2vsen\theta}{g}$; $\frac{(vsen\theta)^2}{2g}$; $\frac{v^2}{g}sen(2\theta)$ B) $\frac{vsen\theta}{g}$; $\frac{2vcos\theta}{g}$; $\frac{sen\theta}{g}$; $\frac{v}{g}cos(4\theta)$ C) $\frac{2vsen\theta}{g}$; $\frac{sen\theta}{g}$; $\frac{v}{g}cos(4\theta)$; $\frac{v^2}{g}sen(2\theta)$ D) $\frac{vsen\theta}{g}$; $\frac{2vsen\theta}{g}$; $\frac{2vcos\theta}{g}$; $\frac{v^2}{g}sen(2\theta)$ E) $\frac{2vsen\theta}{g}$; $vcos\theta$; $\frac{2vsen\theta}{g}$; $\frac{v^2}{g}sen(2\theta)$ https://youtu.be/duVfwveeNXs
- 27. En una competencia de tiro al blanco, se observa que un joven acierta en el blanco después de 12 s de lanzar una flecha. Determine la rapidez con la que fue lanzada la flecha.

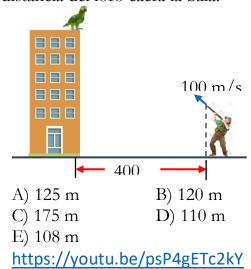


https://youtu.be/zie-1oLCxV0

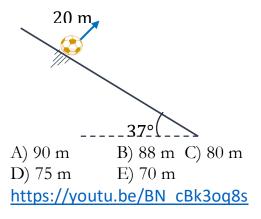
28. Durante una competición de golf, el señor Nuñes da un golpe a la pelota con una velocidad inicial de 20√2 m/s, tal como se muestra en la figura. ¿Cuál es la distancia a la que cae la pelota del hoyo?



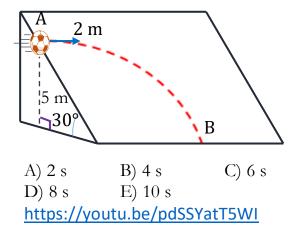
- A) 45 m B) 40 m C) 30 m D) 35 m E) 20 m https://youtu.be/6nGvg4NH6AY
- 29. En una situación en la que un cazador ve un loro a una distancia de 500 m, si dispara en dirección al loro con una velocidad de 100 m/s, ¿a qué distancia del loro caerá la bala?



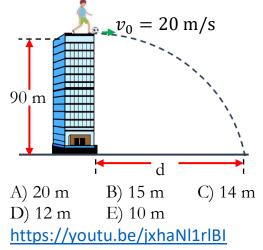
30. Una esfera es lanzada perpendicularmente a la superficie inclinada. ¿Cuál es la distancia desde su punto de lanzamiento hasta el punto de impacto en la superficie?



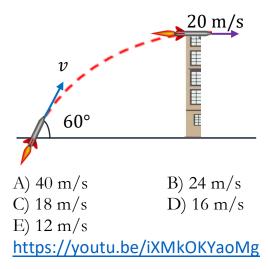
31. Calcule el tiempo que tarda una esfera en recorrer la distancia A hasta B en el plano inclinado, cuando esta es lanzada horizontalmente.



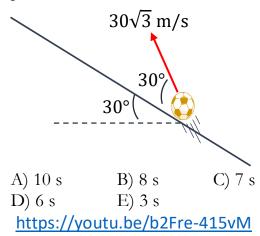
32. Un niño en la azotea de un edificio patea una pelota horizontalmente.
Calcular la altura a la que se encuentra la pelota en el instante en que su rapidez es de 20√5 m/s.



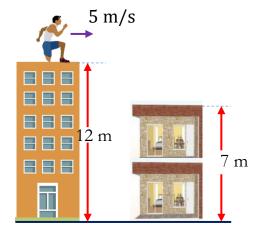
33. En el gráfico se muestra el lanzamiento de un misil con un ángulo de inclinación de 60°. Se pide determinar la rapidez inicial del lanzamiento para que el misil pase una barrera con velocidad horizontal de 20 m/s



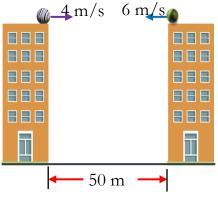
34. Una pelota es lanzada en un plano inclinado con un ángulo tal como se muestra en la figura y una rapidez de 30√3 m/s. Determine el tiempo que tarda la pelota en impactar en el plano inclinado.



35. En la figura se muestra un actor saltando desde la azotea de un edificio hacia una casa de dos niveles. Si el actor alcanza la azotea de la casa justo a tiempo, calcula la separación entre el edificio y la casa.

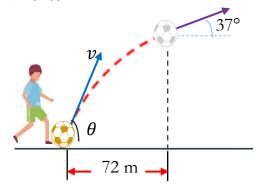


- A) 7 m B) 5 m C) 4 m D) 3 m E) 2,5 m https://youtu.be/9-aMTmYH4O8
- **36.** Dos canicas son arrojadas simultáneamente desde las azoteas de dos edificios, como se muestra en la figura. Se desea saber cuántos metros han descendido las canicas hasta el momento del impacto.



- A) 150 m D) 100 m
- B) 130 m (E) 80 m
- C) 125 m
- https://youtu.be/Psc7kvPHjts
- 37. En el gráfico se pueden observar dos posiciones de un balón que ha sido pateado por un niño, y que sigue una trayectoria de movimiento parabólico en caída libre. Si se sabe que la velocidad mínima del balón es

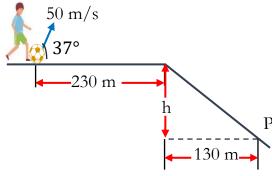
de 24 m/s, calcular la velocidad inicial del balón al momento del lanzamiento.



- A) 48 m/s
- B) 24 m/s
- C) $48\sqrt{3} \text{ m/s}$
- D) 12 m/s
- E) $24\sqrt{5} \text{ m/s}$

https://youtu.be/2UXYYwxFv5U

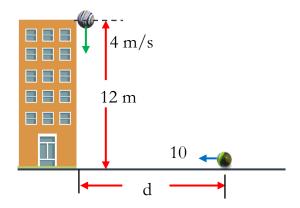
38. Un futbolista golpea una pelota con una velocidad inicial de 50 m/s, según se muestra en la figura. Calcular la altura h alcanzada por la pelota cuando impacta en el punto P."



- A) 421 m
- B) 405 m C) 320 m
- D) 270 m
- E) 135 m

https://youtu.be/DFSx-rUOb1o

En la figura se muestran dos esferas, 39. una lanzada horizontalmente y la otra verticalmente de forma simultánea. Calcular la distancia d entre el punto de lanzamiento y el punto de impacto de ambas esferas.

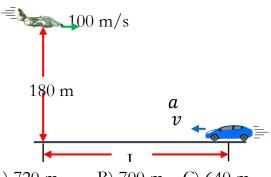


- A) 16 m
- B) 12 m
- C) 10 m

- D) 8 m
- E) 4 m

https://youtu.be/9vLns EOB88

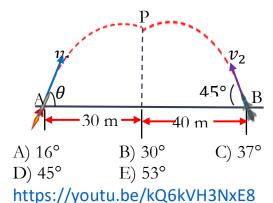
40. En la situación representada en la figura, un avión de guerra suelta una bomba en un instante determinado. Si la bomba impacta en un automóvil que se mueve con un movimiento rectilíneo formemente variado, se pide calcular el valor de L.



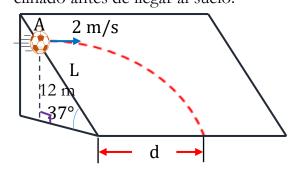
- A) 720 m
- B) 700 m
 - C) 640 m
- D) 620 m
- E) 540 m

https://youtu.be/zzJMOhsGauU

Se lanzan dos misiles A y B al 41. mismo tiempo, según se muestra en la figura, y se sabe que chocan en un punto P. Encontrar la medida del ángulo θ .



42. Una esfera es lanzada horizontalmente desde una altura de 12 m con una velocidad de 15√3 m/s sobre un plano inclinado liso. Se quiere calcular la distancia que la esfera recorre sobre el plano inclinado antes de llegar al suelo.

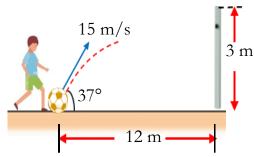


- A) 30 m
- B) $30\sqrt{2} \text{ m}$
- C) $30\sqrt{3}$ m
- D) $30\sqrt{5}$ m
- E) $30\sqrt{6}$ m

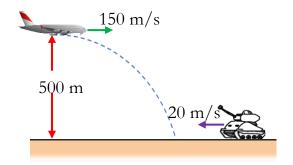
https://youtu.be/BhboBLSmzBY

- 43. Una pelota es lanzada con una velocidad inicial de 300 m/s y un ángulo de inclinación de 37° respecto a la horizontal. Determinar la velocidad de la pelota después de transcurrido 8 segundos desde su lanzamiento.
 - A)100 m/s
- B) 240 m/s
- C) 260 m/s
- D) 280 m/s

- E) 340 m/s https://youtu.be/9cWNwVaOkU8
- 44. En un partido de fútbol, un jugador patea la pelota con una velocidad de 15 m/s y un ángulo de 37° con respecto a la horizontal, si la portería se encuentra a una distancia de 12 m y tiene una altura de 3 m, ¿habría posibilidad de gol?



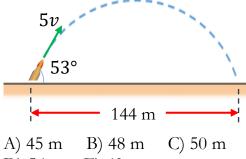
- A) sí habría posibilidad de gol
- B) no habría posibilidad de gol
- C) no es posible saber
- D) faltan datos
- E) el ejercicio está mal planteado https://youtu.be/e6qiZTM8vCc
- 45. Un piloto está volando en un bombardero a una velocidad horizontal de 150 m/s y a una altura de 500 m sobre el suelo, si el piloto divisa un tanque enemigo que se desplaza en sentido opuesta al bombardero a una velocidad constante de 20 m/s, ¿a qué distancia horizontal debe soltar una bomba el piloto para que impacte en el tanque?



- A) 1450 m
- B) 1500 m
- C) 1550 m
- D)1600 m
- E) 1700 m

https://youtu.be/kFutw5mzpOU

En un enfrentamiento, los solda-46. dos con el fin de alcanzar al enemigo, que se encuentra a 144 m de distancia, lanzan un proyectil con una inclinación de 53°, para encontrar su altura máxima.



D) 56 m E) 62 m

https://youtu.be/jlm6vOBCIrY

47. Un estudiante universitario está jugando a lanzar bolitas de papel por encima de un muro que tiene una altura de 4 m. Si el universitario se encuentra a una distancia de 11,25 m del muro y lanza las bolitas desde una altura de 1,5 m con una velocidad inicial de 15 m/s, determinar con qué ángulo debe lanzar el estudiante las bolitas para que pasen justo por encima del muro.

A) 30°

B) 37°

C) 45°

- D) 53°
- E) 60°

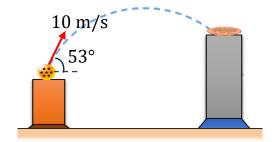
https://youtu.be/SKGx r qhSQ

- 48. Un cuerpo se lanza con una velocidad inicial de 20 m/s desde un punto A, ubicado a una altura de 15 m sobre el suelo. El cuerpo se mueve en un ángulo de 37° respecto a la horizontal. Simultáneamente, desde el suelo y a una distancia de 30 m de A, otro cuerpo se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 12 m/s. Determinar el tiempo cuando los dos cuerpos colisionan en el aire.
 - A) 1 s
- B) 2 s
- C) 3 s

- D) 4 s
- E) los cuerpos en ningún momento van a colisionar.

https://youtu.be/ZcOa7tb5ryA?si

En una feria, se puede obtener un premio al lanzar una moneda hacia un platito ubicado en una repisa por encima del punto de lanzamiento de la moneda a una distancia horizontal de 6 m, si la moneda se lanza con una velocidad de 10 m/s y un ángulo de 53° con respecto a la horizontal, la moneda caerá en el platito, determinar la altura a la que se encuentra el platito con respecto al punto de lanzamiento de la moneda.



- A) 9 m B) 5 m C) 4 m
- D) 3 m E) 1 m

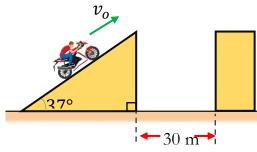
https://youtu.be/ep6LPizMJBM

- 50. En un emocionante juego olímpico de tiro con arco, un estudiante de ingeniería civil se enfrenta al desafío de ensartar una manzana colocada sobre la cabeza de su compañera, que se encuentra a una distancia horizontal "d" y 10 m por debajo del punto de lanzamiento de la flecha. Si la velocidad inicial de flecha es de 25 m/s y sale con un ángulo inclinación de 53° con respecto a la horizontal, determinar a) la distancia horizontal "d" y b) la altura máxima alcanzada por la flecha desde el punto de impacto con la manzana.
 - A) 80 m y 20 m
 - B) 80 m y 60 m
 - C) 66.74 m y 30 m
 - D) 57 m y 60 m
 - E) 50 m y 27 m

https://youtu.be/vpX4WLTHGas

51. Un motociclista quiere atravesar un pozo de 30 m de ancho. Considerando que la pendiente que recorre antes de llegar al pozo tiene un

ángulo de 37° con la horizontal, ¿cuál es la velocidad mínima para que el hombre logre su objetivo?



- A) 17,32 m/s
- B) 17,67 m/s
- C) 18,61 m/s
- D) 22,32 m/s
- E) 32,99 m/s

https://youtu.be/G6jyvc4HHi8

Alternativas

micmanyas									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	Α	Е	В	С	Α	Е	В	D	С
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
В	D	С	Α	Е	В	Α	D	Е	Α
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Е	Α	D	D	С	Α	Е	Е	С	D
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Α	Е	Α	D	В	С	Е	Е	В	Α
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Е	D	С	В	Е	В	С	Е	D	С
51									
В									

7 MOVIMIENTO CIRCUNFERENCIAL

Definición

Móvil cuya trayectoria es una circunferencia o arco de ella, en este movimiento el vector velocidad varía constantemente de dirección, y su módulo puede también variar o no. Este nombre es más difundido, aunque no es tal vez el correcto, pues te habrás dado cuenta, que el móvil se mueve por la circunferencia y no dentro del círculo; por lo tanto, el nombre que le corresponde a este movimiento es el de Movimiento Circunferencial.

Elementos del movimiento circular

Radio de giro: Denominamos así al vector cuyo origen se encuentra en el eje de giro, su extremo final señala al móvil y permanece constante a lo largo de toda la trayectoria.

Ángulo barrido o desplazamiento angular: Es una magnitud vectorial que señala la dirección en que gira el radio vector o cuerpo rígido. Su dirección es normal al plano de giro, y su sentido viene dado por la regla de la mano derecha. Expresado en radianes (rad), unidad de medida angular en el SI.

La longitud de arco y el desplazamiento angular se relacionan por la siguiente expresión: $s = \theta r$

Periodo (T): Es el tiempo requerido por el móvil con M.C.U., para completar una revolución o para dar una vuelta completa.

Frecuencia (f): Es la cantidad de veces que se repite o el número de vueltas que dicho móvil da en cada unidad de tiempo. Periodo y frecuencia están relacionados de modo siguiente. $f = \frac{1}{T}$

Velocidad tangencial o lineal: Se denomina velocidad tangencial o lineal a aquella que posee una partícula cuando desarrolla un movimiento curvilíneo, su dirección estará determinada en cada momento por la recta tangente a la circunferencia y su módulo nos da la rapidez con que recorre un arco. Esta velocidad se determina así: $v = \frac{s}{t}$

Velocidad angular: Es la razón a la cual cambia el ángulo central θ , es así que la velocidad angular se define como el número de radianes que cambia éste ángulo dividido entre el tiempo transcurrido, cuyo módulo también es constante y se calcula mediante la siguiente fórmula.

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$
 o $\omega = \frac{2\pi}{T}$

La velocidad angular y la velocidad lineal se relacionan mediante la siguiente expresión. $v = \omega r$

Aceleración tangencial: El módulo de esta aceleración es igual al ritmo con que cambia la celeridad, y por tanto representa la variación del módulo de la velocidad; si la celeridad no varía, la aceleración tangencial es cero; si la celeridad aumenta o disminuye, la aceleración tangencial es positiva o negativa respectivamente

Aceleración centrípeta: También llamada normal o radial, describe el cambio en la dirección de la velocidad tangencial mientras que su rapidez se mantiene constante. Entonces, de acuerdo con la segunda ley de Newton, toda aceleración es producida por una fuerza que recibe el nombre de fuerza centrípeta, se puede hallar mediante la siguiente expresión.

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Aceleración total: Sabemos que la componente tangencial de aceleración se debe a que la rapidez cambia; la componente centrípeta de la aceleración se debe al cambio en la dirección.

Cuando ambas contribuciones de la aceleración existen simultáneamente, la componente vectorial asociada con la aceleración tangencial es tangente a la trayectoria circular, y la componente vectorial asociada con la aceleración centrípeta apunta hacia el centro de la trayectoria circular. Debido a que estos vectores componentes son perpendiculares entre sí, podemos hallar la magnitud de la aceleración total del móvil con el uso del teorema de Pitágoras:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_c^2}$$

Dirección de la aceleración total: La dirección del vector aceleración no coincide con la tangente a la trayectoria en el punto, pero siempre la podemos descomponer en dos direcciones: uno tangente a la trayectoria en un punto considerado y la otra perpendicular a dicha tangente en ese punto. Las componentes que resultan se denominan aceleración tangencial, y aceleración normal.

Aceleración angular: Es la variación por unidad de tiempo de la velocidad angular. La unidad de aceleración angular es el radián por segundo (rad/s²)

Movimiento circular uniforme

Es un movimiento a lo largo de una circunferencia de radio R con una velocidad constante. Aun cuando la velocidad se mantiene constante, la aceleración total no es nula porque la dirección del vector velocidad varía continuamente. Por tanto, la aceleración tangencial es la única nula, ya que el módulo de la velocidad permanece constante en el tiempo, y la aceleración normal es constante.

De la relación de a longitud de arco y el desplazamiento angular:

$$s = \theta r$$

Derivando con respecto al tiempo

$$\frac{ds}{dt} = r\frac{d\theta}{dt} = r\omega$$

$$v = r\omega$$
(1)

Se define la velocidad angular instantánea:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}....(2)$$

Integrado se deduce que:

$$\theta = \theta_0 + \omega(t - t_0)......(3)$$

Donde la ecuación 3 representa la fórmula para el movimiento circular uniforme.

Característica.

Describe longitudes de arcos iguales en tiempos iguales y se barren ángulos centrales iguales.

Movimiento circular uniformemente variado

Este movimiento se caracteriza porque su trayectoria es una circunferencia y tanto el módulo como la dirección de la velocidad varían constantemente con el tiempo. Por tanto, la aceleración tangencial es constante, ya que el módulo de la velocidad varía uniformemente con el tiempo, y la aceleración normal es constante puesto que el vector velocidad varía constantemente de dirección y el radio de curvatura de la trayectoria es constante.

De la relación de la velocidad angular y la velocidad lineal tenemos.

$$12 = r(.)$$

Derivando con respecto al tiempo

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{dt}} = r \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}}{\mathrm{dt}} = r\boldsymbol{\alpha}$$

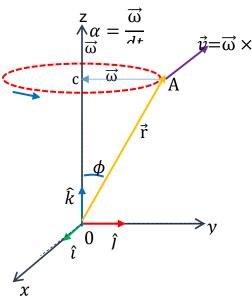
Se define la aceleración angular instantánea:

$$\alpha = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha(t-t_0).....(1)$$

Cuando la aceleración es constante se define la velocidad angular media:

$$\overline{\omega} = \frac{\omega_f + \omega_0}{t}$$

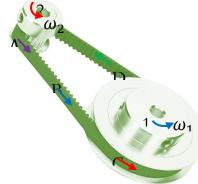


 $\theta = \theta_0 +$

Traslación de movimiento de rotación

Se puede realizar mediante

Poleas unidas por fajas



Todos los puntos de la faja tienen la misma rapidez.

$$|\vec{v}_A| = |\vec{v}_B| = |\vec{v}_C| = |\vec{v}_D|$$

Esto quiere decir que las velocidades tangenciales de la polea son iguales.

Luego tenemos que:

$$|\vec{v}_A| = |\vec{v}_C|$$

$$\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$$

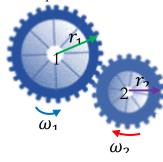
$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

$$\omega_1 > \omega_2$$

Lo cual significa que las poleas chicas giran con más rapidez que las poleas grandes.

Ruedas dentadas o engranajes

Si el engranaje 2 gira en sentido horario, el engranaje 1 girará en sentido antihorario. En el punto de contacto las velocidades tangenciales son iguales.



$$v_1 = v_2$$

$$\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

$$\omega_1 > \omega_2$$

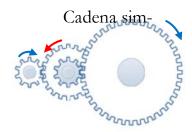
Cadena de engranajes

Se llama así cuando se tiene una transmisión mediante varios engranajes; también se les conoce como "tren de engranajes".

A. Cadena simple: Cuando todos los engranajes se encuentran en un plano.



B. **Cadena compuesta**: Cuando el conjunto de engranajes está situado en planos distintos.



Problemas resueltos

1. Una canica se mueve en una canaleta circular de radio 25 m con movimiento circular uniforme variado (M.C.U.V.), de tal manera que su velocidad lineal disminuye de manera uniforme a 15 m/s al finalizar un intervalo de tiempo de 5 s. Además, se sabe que, durante este tiempo, la canica ha recorrido 250 m de arco. Se pide calcular la velocidad lineal que tenía la canica al inicio de su movimiento circular uniforme. https://youtu.be/eggd-985gdw

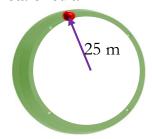
Solución

Identificación de datos y sus unidades de medida:

Radio de la canaleta circular: 25 m Velocidad final de la canica: 15 m/s Intervalo de tiempo: 5 s Distancia recorrida en arco: ? Aceleración del movimiento: ? Velocidad lineal inicial de la canica: ?

Representación gráfica del problema:

Una canica moviéndose en una canaleta circular.



Identificación de la ecuación física adecuada:

Utilizaremos la ecuación que relaciona la distancia recorrida en un movimiento circular uniforme con el radio y el ángulo en radianes:

$$s = \theta r$$

Además, utilizaremos la ecuación que relaciona la velocidad lineal, la velocidad angular y el radio en un movimiento circular uniforme:

v = rw

También, usaremos la ecuación para la aceleración:

 $a = \alpha r$

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

Dado que la distancia recorrida en arco es igual al radio multiplicado por el ángulo en radianes, y sabiendo que la longitud de la circunferencia completa es $2\pi r$, podemos establecer la siguiente relación:

$$250 = 2\pi r \frac{\theta}{2\pi}$$

$$250 = 25\theta$$

$$\theta = 10 \text{ rad}$$

La velocidad angular inicial se puede calcular utilizando la relación entre la velocidad lineal y la velocidad angular:

$$v_0 = r\omega_0$$
$$\omega_0 = \frac{v_0}{r}$$

La velocidad angular final se puede calcular utilizando la relación entre la velocidad lineal final y la velocidad angular final:

$$15 = r\omega_{f}$$

$$\omega_{f} = \overline{\omega}_{0} + \overline{\alpha}t$$

$$\frac{15}{r} = \frac{v_{0}}{r} + \alpha t$$

$$15 = v_{0} - r\alpha 5$$

$$v_{0} = 15 + \alpha 125 \dots (1)$$

Dado que la aceleración angular es constante, podemos utilizar la ecuación que relaciona el ángulo, la velocidad angular inicial, la aceleración angular y el tiempo:

$$\vec{\theta} = \vec{\theta}_0 + \vec{\omega}_0 t + \frac{1}{2} \vec{\alpha} t^2$$

Sustituyendo los valores conocidos:

velocidad angular final se puede cular utilizando la relación entre la locidad lineal final y la velocidad an-
lar final:
$$10 = \frac{v_0}{25} 5 - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = 3 + \alpha 25 - \frac{25}{2} \alpha$$

$$10 = 3 + \alpha 25 - \frac{25}{2} \alpha$$

$$10 = 3 + \alpha 25 - \frac{25}{2} \alpha$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{1}{2} \alpha 5^2$$

$$10 = \frac{15 + \alpha 125}{5} - \frac{15 + \alpha$$

Reemplazando la aceleración en la ecuación 1.

$$v_0 = 15 + \frac{14}{25}125$$

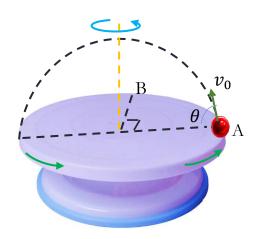
 $v_0 = 85 \text{ m/s}$

Análisis de los resultados obtenidos:

La velocidad lineal inicial de la canica al inicio de su movimiento circular uniforme variado es 85 m/s.

2. Una rueda de trayectoria circular de diámetro 60 m está girando uniformemente en un plano horizontal alrededor de un eje que pasa por su centro. En el instante que se muestra en la figura, una esferilla es lanzada desde un punto cercano a la periferia de la rueda con un ángulo de lanzamiento de 37°. Se sabe que llega a un punto diametralmente opuesto en el mismo instante en que por dicho lugar pasa el punto B marcado en la plataforma. Se pide calcular la velocidad angular del disco.





Solución

Identificación de datos y sus unidades de medida:

Diametro de la rueda: 60 m Ángulo de lanzamiento: 37°

Representación gráfica del fenómeno:

No necesario representar gráficamente el fenómeno en este caso, ya que se pueden utilizar la figura que es parte del problema.

Identificación de la ecuación física adecuada:

La ecuación física adecuada para resolver el problema es la ecuación de la posición vertical de un objeto en caída libre:

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2$$

Realización de los cálculos sustituyendo los datos proporcionados:

$$0 = 0 + v_0 \text{sen} 37^{\circ} t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_0 = \frac{g t^2}{2(\text{sen}37^\circ)}.....1$$

La posición horizontal final de la esferilla.

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}(t - t_0)$$

 $60 = v_0 \cos 37^{\circ} t \dots 2$

Reemplazando la ecuación 1 en 2.

$$60 = \frac{gt^2}{2(\text{sen}37^\circ)}(\cos 37)t$$

$$t = 3.007s.$$

Luego encantamos la velocidad angular

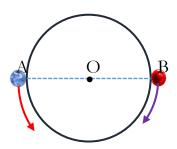
$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{\frac{3}{2}\pi}{3.007}$$

$$\omega = 1.567 \text{ rad/s}$$

Análisis de los resultados obtenidos:

Resultados obtenidos tienen sentido físico y se ajustan a las condiciones y limitaciones establecidas en el problema.

3. Dos partículas parten simultáneamente de los extremos de un diámetro AB y en los sentidos indicados en la figura. Si giran con períodos $T_A = 20$ s y $T_B = 30$ s respectivamente, calcular al cabo de qué tiempo logran cruzarse por segunda vez.



https://youtu.be/v1yPXx26m8A

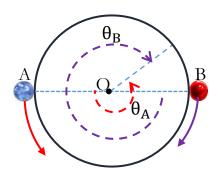
Solución

Identificación de datos y sus unidades de medida:

Período de la partícula A: $T_A = 20 \text{ s}$ Período de la partícula B: $T_B = 30 \text{ s}$ Ángulo total barrido por ambas partículas: $3\pi \ rad$

Tiempo en el que se cruzan por segunda vez: ?

Representación gráfica del problema:



Identificación de la ecuación física adecuada:

La relación entre el ángulo barrido en función de la velocidad angular y el tiempo puede usarse para relacionar los movimientos de ambas partículas.

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

Por condición del problema

$$\theta_A + \theta_B = 3\pi \text{ rad } \dots (1)$$

Utilizando la relación del ángulo barrido en función de la velocidad angular y el tiempo tendremos en la ecuación (1).

$$\omega_A t + \omega_B t = 3\pi_{\text{rad}}$$

$$\frac{2\pi}{T_A} t + \frac{2\pi}{T_B} t = 3\pi$$

Remplazando datos

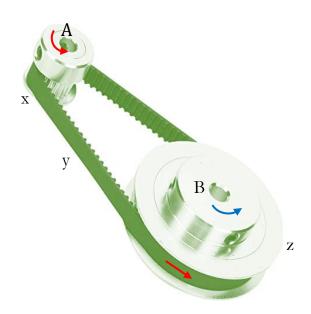
$$\frac{\frac{2}{20}t + \frac{2}{30}t = 3}{\frac{2}{2}t + \frac{2}{3}t = 30}$$
$$\frac{10}{6}t = 30$$
$$t = 18s$$

Análisis de los resultados obtenidos:

Las dos partículas logran cruzarse por segunda vez después de 18 s.

4. Se tiene un mecanismo de transmisión compuesto por dos ruedas dentadas, cuyos ejes A y B están separados por una distancia fija. Los radios de las ruedas son 3 cm y 9 cm, respectivamente. La rueda A gira con velocidad angular constante en el sentido indicado, a una velocidad de 100 revoluciones por minuto. Se desea determinar lo siguiente: a) El módulo de la velocidad del eslabón en cada punto X, Y, Z del mecanismo. b) La frecuencia de giro de la rueda B. c) La aceleración experimentada por el eslabón en cada punto.

https://youtu.be/pBFCliSM9HA



Solución

Identificación de datos y sus unidades de medida:

 $\omega_A = 100 \text{ rpm}$ (velocidad angular de la rueda A)

 $\omega_A = 100 * 2\pi / 60 \text{ rad/s}$ (conversión de rpm a rad/s)

 $\omega_A = 10.472 \text{ rad/s}$

 $r_A = 3$ cm (radio de la rueda A)

 $r_B = 9$ cm (radio de la rueda B)

Representación gráfica del fenómeno:

No necesario es representar gráficamente el fenómeno en este caso, ya que se pueden utilizar la figura que es parte del problema.

Identificación de la ecuación física adecuada:

Por definición se sabe que la velocidad tangencial en función de la rapidez angular y el radio, está dada por la fórmula:

 $v = \omega r$

En el problema, como las dos poleas están unidas por una faja, el valor de las velocidades tangenciales de estos es iguales, entonces:

$$v_A = v_B = v = \omega_A r_A$$

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

on de datos y sus uni-
dida:
$$v = 10.472(3)x10^{-2} \text{m/s}$$
$$v = 0.314 \text{ m/s}$$
Se sabe que la rapidez t

Se sabe que la rapidez tangencial en función de la frecuencia, está dada por la ecuación.

$$v = 2\pi f_B r_B$$

$$f_B = \frac{v}{2\pi r_B} = \frac{0.314}{2(\pi)9 \times 10^{-2}}$$

 $f_B = 0.556 \text{ Hz}$

Para hallar la aceleración nos apoyamos en el movimiento circular uniforme de una partícula.

Para el punto X

$$a_{\rm cx} = \omega_A^2 r_A$$

 $a_{\rm cx} = (10.472)^2 3x 10^{-2}$

$$a_{\rm cx} = 3.29 \; {\rm m/s^2}$$

En el punto Y no existe aceleración centrípeta por qué no existe curvatura en la trayectoria.

$$a_{\rm cY} = 0 \text{ m/s}^2$$

Para el punto Z.

$$a_{cz} = v_B^2 f_B^2 r_B$$

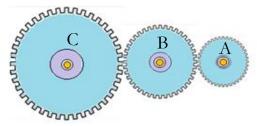
 $a_{cz} = (0.314x0.56)^29x10^{-2}$

$$a_{cz} = 0.003 \ m/s^2$$

Análisis de los resultados obtenidos:

Resultados obtenidos tienen sentido físico y se ajustan a las condiciones y limitaciones establecidas en el problema.

5. Si se tiene un sistema de ruedas en reposo, y se aplica una aceleración constante de $10\pi \text{rad/s}^2$ durante un minuto a la rueda "A" que tiene un radio de 10 cm, se quiere determinar el número de vueltas que dará la rueda "C" de radio 15 cm.



Solución

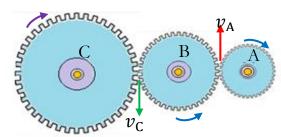
Identificación de datos y sus unidades de medida:

Aceleración aplicada a la rueda A: $10\pi \text{rad/s}^2$

Radio de la rueda A: 10 cm Radio de la rueda C: 15 cm

Tiempo: 60 s

Representación gráfica del problema:



Identificación de la ecuación física adecuada:

La relación entre el ángulo girado y la aceleración angular es:

$$\vec{\theta}_A = \vec{\omega}_0 t + \frac{1}{2} \vec{\alpha}_A t^2$$

Además, la longitud de arco s es igual al producto del ángulo θ y el radio r.

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

Para la rueda "A" después de un minuto:

$$\vec{\theta}_A = \vec{\omega}_0 t + \frac{1}{2} \vec{\alpha}_A t^2$$

$$\theta_A = 0 + \frac{1}{2}10\pi(60)^2$$

$$\theta_A=18000\pi$$
 rad

Como las ruedas representan engranajes, la longitud de arco que recorre "A" es igual al que recorre "C".

$$S_C = S_A$$

$$\theta_C r_C = \theta_A r_A$$

$$\theta_C = \theta_A \left(\frac{r_A}{r_C}\right)$$

$$\theta_C = 12000\pi \text{ rad}$$

Luego, el número de vueltas de la rueda "C" será:

$$n_C = \frac{\theta_C}{2\pi \text{ rad/vuelta}}$$

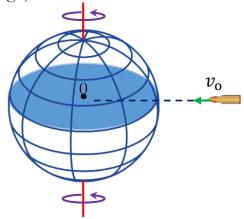
 $n_C = 6000 \text{ vueltas}$

Análisis de los resultados obtenidos:

La rueda C dará un total de 6000 vueltas después de que se aplique la aceleración constante a la rueda A durante un minuto.

Problemas propuestos

1. Un cascarón esférico de papel con radio de 10 m está girando con movimiento uniforme respecto a un eje vertical. Se dispara una bala con una velocidad de 200 m/s contra el cascarón en una dirección que pasa por el centro de la esfera. ¿Cuál es la velocidad angular mínima requerida para que el proyectil haga un solo agujero en la esfera?

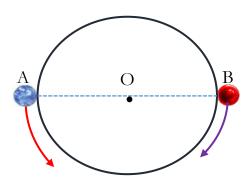


- A) 31,42 rad/s
- B) 31,82 rad/s
- C) 31,92 rad/s
- D) 32,42 rad/s
- E) 33,42 rad/s

https://youtu.be/JuZytY4x1H0

- 2. Un móvil se mueve con un M.C.U y da 280 vueltas en un tiempo de 20 minutos. Si la circunferencia que describe tiene un radio de 80 cm, calcular: a) Su velocidad angular. b) Su velocidad tangencial. c) Su aceleración centrípeta.
 - A) 1,2 rad/s; 1,38 m/s; 2,7 m/s²
 - B) 1,47 rad/s; 1,38 m/s; 3,7 m/s²
 - C) 1,17 rad/s; 1,28 m/s; 3,7 m/s²
 - D) 1,17 rad/s; 1,18 m/s; 0,7 m/s²

- E) 1,47 rad/s; 1,18 m/s; 1,7 m/s² https://youtu.be/VAly9cRcseE
- 3. Dos partículas parten simultáneamente desde los extremos opuestos de un diámetro AB y giran en sentidos opuestos, con períodos T_A= 20 s y T_B=30 s respectivamente, como se muestra en la figura. Se desea calcular el tiempo que transcurre hasta que las partículas se cruzan por primera vez.



- A) 10 s
- B) 8 s
- C) 7 s

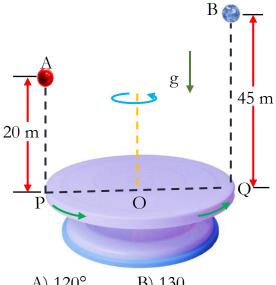
- D) 6 s
- É) 3 s

https://youtu.be/YTZGXcltOdU

- 4. Calcular la velocidad angular y la frecuencia necesarias para que los puntos, situados a una distancia de 50 cm del eje de una rueda, experimentan una aceleración que sea 500 veces mayor que la aceleración gravitatoria.
 - A) 80 rad/s; 15,8 Hz
 - B) 90 rad/s; 15 Hz
 - C) 95 rad/s; 15,7 Hz
 - D) 100 rad/s y 15.9 Hz
 - E) 160 rad/s; 15,4 Hz

https://youtu.be/7GpRYfp8mC8

5. Se sueltan simultáneamente pelotitas desde A y B sobre una horizontal plataforma movimiento circular uniforme con un periodo de 12 s. La primera pelotita marca el punto P en la plataforma y la segunda pelotita marca el punto Q. Calcular la medida del ángulo POQ.



- A) 120°
- B) 130
- C) 150°
- D) 160°
- E) 170°
- https://youtu.be/80IXICaxtvA
- 6. Un carro de juguete recorre a velocidad constante una distancia de 200 m alrededor de una pista circular, completando una vuelta en 25 s. Se desea saber: a) Cuál es la rapidez promedio del carro; b) Si su masa es de 1,5 kg, cuál es la fuerza centrípeta que lo mantiene en el círculo.
 - A) 5 m/s; 3 N
 - B) 8 m/s; 3,02 N
 - C) 8m/s; 3 N
 - D) 9 m/s; 3,02 N
 - E) 10 m/s; 3,04 N

https://youtu.be/sPnsIJef2dI

- 7. Un ciclista se desplaza a una velocidad de 36 Km/h y las ruedas de su bicicleta giran a una frecuencia de 5 hertz. Calcular: a) El radio de cada rueda; b)La velocidad angular de cada rueda.
 - A) 31,42 rad/s; 0,32 m
 - B) 31,82 rad/s; 0,64 m
 - C) 31,92 rad/s; 0,64 m
 - D) 32,42 rad/s; 0,32 m
 - E) 33,42 rad/s; 0,74 m

https://youtu.be/c-80m-95JVk

- 8. Una bicicleta tiene una rueda con un diámetro de 66 cm, que completa 40 rev en 1 minuto. ¿Cuál es la velocidad angular de la rueda y qué distancia recorre en cada revolución?
 - A) $0.5 \pi \text{ rad/s}$; $0.65 \pi \text{ m}$
 - B) $0.8 \pi \text{ rad/s}$; $0.53 \pi \text{ m}$
 - C) π rad/s; 0,33 π m
 - D) $1.2 \pi \text{ rad/s}$; $0.53 \pi \text{ m}$
 - E)1,3 π rad/s; 0,66 π m

https://youtu.be/kZ2vJqkl3Xk

- 9. Un ventilador gira a una velocidad de 900 rpm. a) Encuentre la velocidad angular de un punto cualquiera ubicado en una de las aspas del ventilador, b) Encuentre la velocidad tangencial del aspa si la distancia desde el centro hasta el extremo es de 20 cm.
 - A) 25 rad/s; 12.5 m/s
 - B) 30 rad/s; 18.8 m/s
 - C) 50 rad/s; 18.8 m/s
 - D) 50 rad/s; 12.5 m/s
 - E) 75 rad/s; 22.5 m/s

https://youtu.be/b8QmZ4K7quM

- 10. Una rueda de 40 cm de radio gira sobre un eje estacionario. Su rapidez aumenta uniformemente desde el reposo hasta 900 rpm en un tiempo de 20 s. Se pide encontrar: a) La aceleración angular de la rueda. b) La aceleración tangencial de un punto sobre el borde.
 - A) 0.75 rev/s^2 ; 1.98 m/s^2
 - B) 0.25 rev/s^2 ; 1.88 m/s^2
 - C) 4.71 rad/s^2 ; 1.88 m/s^2
 - D) 0.25 rev/s^2 ; 1.98 m/s^2
 - E) $0.75 \text{ rev}/\text{ s}^2$; 1.88 m/s^2

https://youtu.be/Fi89SSU3pbw

- 11. La pista circular tiene un radio de 500 m y un auto de carreras comienza desde el reposo en el área de pits. El auto acelera uniformemente y alcanza una velocidad de 35 m/s en 11 s. Se asume que la aceleración tangencial es constante. Determinar la aceleración tangencial y radial en el instante en que la rapidez del auto es de 15 m/s.
 - A) 2.2 m/s^2 ; 0.45 m/s^2
 - B) 3.2 m/s^2 ; 0.35 m/s^2
 - (c) 2.2 m/s²; 0.35 m/s²
 - D) 3.2 m/s^2 ; 0.45 m/s^2
 - E) 4.2 m/s^2 ; 0.65 m/s^2

https://youtu.be/uvlDdPmo_tE

12. Una lavadora comienza el ciclo de centrifugado desde el reposo y en 5 segundos alcanza una velocidad angular de 20 rev/s con aceleración angular constante. ¿Cuántas vueltas ha dado la tina de la lavadora hasta alcanzar esta velocidad?

- A) 100 vueltas
- B) 120 vueltas
- C) 125 vueltas
- D) 130 vueltas
- E) 50 vueltas

https://youtu.be/IpgCFZdpMsE

- 13. En una máquina lavadora, la centrífuga de secado está girando inicialmente a una velocidad de 900 rpm y disminuye uniformemente hasta 300 rpm mientras completa 50 revoluciones. Encontrar la aceleración angular del sistema y el tiempo necesario para realizar estas 50 revoluciones.
 - A) 1 rev/ s^2 ; 3 s
 - B) 2 rev/ s^2 ; 4 s
 - C) 2 rev/s^2 ; 5 s
 - D) 4 rev/ s^2 ; 3 s
 - E) 5 rev/ s^2 ; 5 s

https://youtu.be/iUgeqSKAQ4U

- 14. Se tiene una rueda con un diámetro de 20 cm, alrededor de la cual se encuentra enredado un cordel. Para desenredar el cordel se tira de él a una velocidad constante de 75 cm/s. Determinar cuántas revoluciones da la rueda mientras se desenredan 9 metros de la cuerda, y cuánto tiempo transcurre durante este proceso.
 - A) 12.5 rev; 13 s
 - B) 14.3 rev; 12 s
 - C) 12.5 rev; 15 s
 - D) 14.8 rev; 13 s
 - E) 15.3 rev; 15 s

https://youtu.be/S8j5asqClqE

15. Un coche se aproxima a una esquina a velocidad constante de 5 m/s v describe un arco circular de 8 m de radio. Se desea determinar el coeficiente de rozamiento necesario entre las ruedas del coche y la calle plana, para garantizar que el coche no derrape durante la curva.

A) 0.75

B) 0.65

C) 0.45

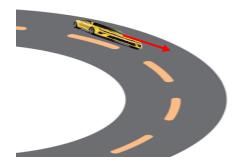
D) 0.38

E) 0.32

https://youtu.be/jUXEKYynb4w

La velocidad máxima a la cual un **16.** conductor puede atravesar curva en la carretera Fernando Belaunde Terry, sin que el automóvil pierda tracción, está determinada por el coeficiente de fricción cinético entre los neumáticos y la carretera, representado por "

"". Si la curva no cuenta con peralte y tiene un radio "R", calcular la velocidad máxima que permita que la fuerza centrípeta generada por el movimiento circular no exceda la fuerza de fricción.



A)
$$\sqrt{\mu \cdot G \cdot R}$$
B) $\frac{\mu^2}{G \cdot R}$
C) $\sqrt{\frac{R \cdot \mu^2}{G}}$

D)
$$\frac{G^2}{R}$$

E) $\mu \cdot R \cdot G^{2^2}$
https://youtu.be/54tD7fkam4s

17. Un piloto, cuya masa es de 60 kg, viaja en un planeador a una velocidad de 40 m/s. Desea realizar un giro vertical hacia adentro, de manera que ejerza una fuerza de 350 N sobre el asiento cuando el planeador se encuentre en la parte más alta del giro. Se busca determinar el radio de giro necesario para cumplir con estas condiciones.

A) 120 m

B) 110 m

C) 105 m

D) 102 m

E) 101 m

https://youtu.be/fGcP_iptKE4

18. Se tienen dos poleas unidas por una correa. La polea B, cuyo radio es de 30 cm, comienza en reposo y aumenta su velocidad angular uniformemente a una tasa de 4π rad/s². La polea B transmite su movimiento a la polea A, que tiene un radio de 12 cm. Calcular el tiempo necesario para que la polea A alcance una velocidad angular de 300 rpm.

A) 1 s

B) 2 s

C) 4 s

D) 6 s

E) 10 s

https://youtu.be/WDkLpPue6eY

19. Una partícula comienza su MCUV con una velocidad tangencial de 6 m/s. Si la aceleración tangencial de la partícula es de 4 m/s², su radio de giro es de 9 m. Calcular la velocidad tangencial y la velocidad angular de la partícula después de 12 segundos.

- A) 54 m/s; 3 rad/s
- B) 54 m/s; 6 rad/s
- C) 20 m/s; 6 rad/s
- D) 20 m/s; 3 rad/s
- E) 25 m/s; 6 rad/s

https://youtu.be/Fak5 7mDTsg

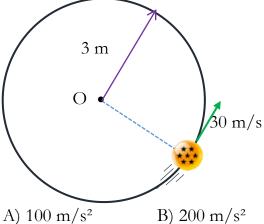
- Un móvil se mueve en un mo-20. vimiento circular de radio 2 m. El ángulo que describe el móvil en función del tiempo está dado por la ecuación $\theta = t^3 + 5t - 4$ (en unidades del SI). Calcular la velocidad angular y la aceleración tangencial del móvil en el instante t = 1 s.
 - A) 5 rad/s; 8 m/s^2
 - B) 8 rad/s; 8 m/s²
 - C) 6 rad/s; 7 m/s^2
 - D) 8 rad/s; 12 m/s²
 - E) 5 rad/s; 7 m/s²

https://youtu.be/VnxVs0Uq-ck

- 21. Una esferita se mueve con un MCUV, de tal manera que después de recorrer una distancia de 8 m, su velocidad aumenta de 4 m/s a 12 m/s. Si el radio de su movimiento circular es de 4 m, calcular la aceleración tangencial como la aceleración angular de la esferita.
 - A) 2 m/s^2 ; 2 rad/s^2
 - B) 4 m/s^2 ; 2 rad/s^2
 - C) $8m/s^2$; 4 rad/s^2
 - D) 4 m/s²; 4 rad/s²
 - E) $8m/s^2$; 2 rad/s²

https://youtu.be/gQ9xKkppLG8

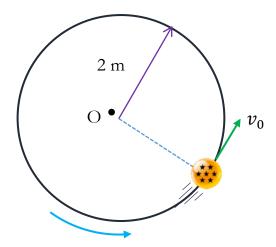
- 22. Una partícula inicia a moverse sobre una circunferencia con un movimiento uniformemente variado y en el quinto segundo de su movimiento, el radio de la circunferencia ha barrido un área de 6 cm². ¿Qué área barrerá la partícula en el undécimo segundo de su movimiento? $A)14 \text{ cm}^2$ $B)15 \text{ cm}^2$ $C)16 \text{ cm}^2$ D) 18 cm² E)20 cm²
 - https://youtu.be/gE8E7cNxA6E
- 23. Una pelota se mueve con MCU. Si el radio de giro es de 3 m y una velocidad constante de 30 m/s, determinar el módulo de la aceleración centrípeta que experimenta la pelota.



- C) 300 m/s^2
- D) 400 m/s^2
- E) 500 m/s^2

https://youtu.be/vmWhUXZevEg

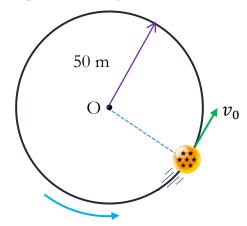
24. Una pelota comienza su MCUV desde el reposo con una aceleración angular constante de 4π rad/s². Determine el ángulo que el radio barre en los primeros 4 segundos.



- A) 4π rad
- B) 8π rad
- C) 16π rad
- D) 32π rad
- E) 36π rad

https://youtu.be/un rYVU YE4

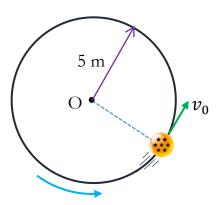
25. Una pelota comienza un MCUV con una velocidad tangencial de 4 m/s y una aceleración angular constante de 16 rad/s². Determine la velocidad tangencial de la pelota después de 4 segundos.



- A) 1604 m/s
- B) 2404 m/s
- C) 3004 m/s
- D) 3204 m/s
- E) 3604 m/s

https://youtu.be/QVktXxASMrY

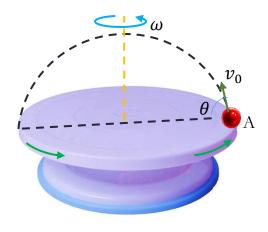
26. Una canica realiza un MCUV con una rapidez angular constante de π rad/s y experimenta una aceleración angular constante de 2π rad/s^2 . Calcule la rapidez angular de la canica después de transcurrir 7 s desde el inicio de su movimiento.



- A) $16 \pi \text{ rad/s}$
- B) 15 π rad/s
- C) $14 \pi \text{ rad/s}$
- D) $10 \pi \text{ rad/s}$
- E) 9 π rad/s

https://youtu.be/GYO0j m-GPY

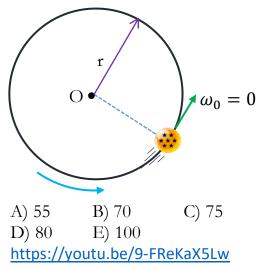
27. Se tiene una plataforma circular y de un punto del borde de ésta se dispara una bala con una velocidad $\vec{v} = (5i + 10j)$ m/s, tal como se muestra en la figura. Si la plataforma comienza a girar con velocidad angular constante justo en ese instante, determinar la mínima rapidez angular que debe tener la plataforma para que la bala impacte en el mismo lugar de lanzamiento.



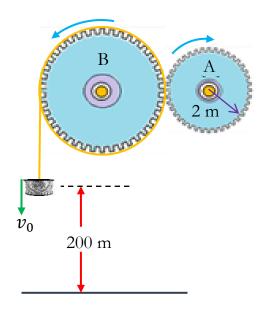
- A) π rad/s
- B) $2\pi \text{ rad/s}$
- C) $4\pi \text{ rad/s}$
- D) $0.5 \pi \text{ rad/s}$
- E) $3\pi \text{ rad/s}$

https://youtu.be/JRskP3nEQHo

28. Una pelota comienza a girar desde el reposo con una aceleración angular constante de 0.2π rad/s ² y la mantiene durante 10 s, luego continúa girando con velocidad angular constante durante 50 s. Determine cuántas vueltas da la pelota hasta el final de este intervalo de tiempo.



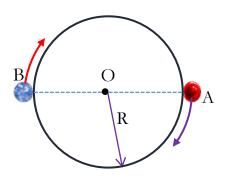
29. En el instante mostrado, se sabe que la polea A tiene una rapidez angular constante de 20 rad/s. Determinar el tiempo que transcurre hasta que el bloque que se encuentra en el extremo de la cuerda llegue al piso.



A) 4 s B) 5 s C) 6 s D)8 s E) 9 s https://youtu.be/JkxumgqpATY

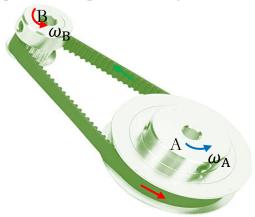
30. Dos esferas moviéndose en trayectorias circulares de igual radio con velocidad angular constante. Si se conocen las velocidades angulares de las esferas: $\omega_A = 2\frac{rad}{s}$; $\omega_B = 3 rad/s$, hallar el tiempo que debe transcurrir desde el instante en que se encuentran en posiciones opuestas, para que se produzca el al-

cance entre ellas por primera vez.



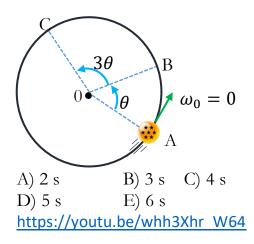
A) π s B) 2π s C) 3π s D) 4π s E) 5π s https://youtu.be/zjgnqUXcfSQ

31. Dos poleas están conectadas por una correa, y sus radios tienen una relación de 1 a 2. En el momento mostrado, la polea A está girando a una velocidad angular de 2 rad/s y acelerando a una tasa de 2 rad/s². ¿Cuál será la velocidad angular de la polea B después de 4 segundos?

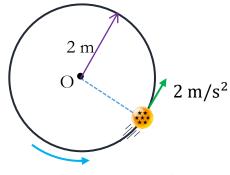


- A) $10 \pi \text{ rad/s}$ B) $15 \pi \text{ rad/s}$ C) $20\pi \text{ rad/s}$ D) $56 \pi \text{ rad/s}$ E) $60\pi \text{ rad/s}$ https://youtu.be/Q3I_hvVJpa0
- **32.** Si una canica comienza su movimiento con MCUV en la posición A, partiendo del reposo, y tarda 2 segundos en llegar por primera vez a la

posición B, tal como se muestra en la figura. ¿Cuánto tiempo tardará en llegar por primera vez desde la posición B hasta la posición C?



33. El siguiente gráfico representa un móvil unido a una cuerda que se mueve con MCUV. En un instante dado, la aceleración centrípeta del móvil es de 2 m/s². Si 4 segundos después su rapidez angular es de 9 rad/s, determinar el módulo de la aceleración angular.



- A) 1 rar/s² B) 2 rad/ s² C) 3 rad/ s² D) 4 rad/ s² E) 5 rad/ s² https://youtu.be/53HisIs 2Kw
- **34.** En un M.C.U.V, un fotón comienza su movimiento con una velocidad

tangencial de 6 m/s. Si su aceleración tangencial es 4 m/s² y el radio de giro es de 9 m, determinar su velocidad tangencial y angular después de 12 s.

- A) 45 m/s^2 ; 6 rad/s
- B) 54 m/s^2 ; 12 rad/s
- C) 54 m/s^2 ; 6 rad/s
- D) 50 m/s^2 ; 6 rad/s
- E) 30 m/s^2 ; 6 rad/s

https://youtu.be/zx6TSNtwcwg

- 35. Un disco con un radio de 300 cm comienza a moverse con MCUV desde el reposo y después de 16 s su velocidad es de 20 rad/s. ¿Cuál es el arco que ha recorrido en ese tiempo?
 - A) 160 m
- B) 220 m
- C) 320 m
- D) 400 m
- E) 480 m

https://youtu.be/mMzWELIRmRM

- 36. Se tiene un disco girando con velocidad angular constante, y se sabe que la velocidad lineal de los puntos periféricos del disco es de 6 m/s, mientras que la velocidad lineal de los puntos situados a una distancia de 0.15 m más cercanos al eje es de 5.5 m/s. Determinar el radio del disco
 - A) 1,5 m
- B)1,8 m
- C) 2,2 m
- D)2,5 m
- E)2,8 m

https://youtu.be/fOBAJnNyzyQ

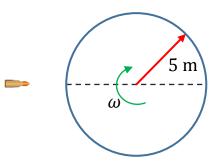
37. En un MCUV, un cuerpo se desplaza a lo largo de un arco de 34 m en un lapso de tiempo de 2 s. Si la velocidad inicial del cuerpo es de 9 m/s y el radio de giro es de 8 m,

¿cuál es la aceleración angular experimentada por el cuerpo?

- A) 1 rad/ s^2
- B) 2 rad/s^2
- C) 3 rad/s^2
- D) 4 rad/s^2
- E) 10 rad/s^2

https://youtu.be/YFfkCUkUETE

38. Una bala atraviesa un cilindro, de 5m de radio, que gira con una velocidad angular de 3 rad/s. Si pasa por el eje de giro, se observa que al salir, los agujeros hechos forman un ángulo de 60°, determinar la velocidad de la bala.



- A) 12, 6 m/s
- B) 9, 4 m/s
- C) 14.3 m/s
- D) 15, 6 m/s
- E) 28.64 m/s

https://youtu.be/a16SsijCoGs

- 39. Se tienen dos ruedas concéntricas con radios R=12 m y r=8 m, que giran alrededor del mismo eje fijo. Si en un punto periférico de la rueda mayor la velocidad tangencial es de 36 m/s, hallar la velocidad tangencial en un punto periférico de la rueda menor.
 - A) 12 m/s
- B) 24 m/s
- C)26 m/s
- D) 36 m/s
- E) 42 m/s

https://youtu.be/pM4BB3Y-tGc

- **40.** En un disco que gira a 120 rpm se encuentran dos insectos, uno a 20 cm del centro y el otro a 30 cm. Calcular la velocidad tangencial de cada uno de ellos, expresada en cm/s.
 - A) $100\pi \text{ cm/s}$; $110\pi \text{ cm/s}$
 - B)150 π cm/s; 130 π cm/s
 - C) $70\pi \text{ cm/s}$; $130 \pi \text{ cm/s}$
 - D) $30\pi \text{ cm/s}$; $40\pi \text{ cm/s}$
 - E) 80π cm/s; 120π cm/s https://youtu.be/f1lTQH2XkGc
- 41. Un ventilador de 1m de radio realiza un movimiento circular uniforme. Si completa 400 vueltas en un lapso de 120 segundos, calcula su velocidad angular y rapidez tangencial en el punto periférico de las aspas.

A) $20/3\pi$ m/s; 20,94 m/s

B) $21/3\pi$ m/s; 21,94 m/s

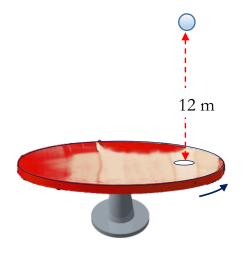
C) $25/3\pi$ m/s; 22,34 m/s

D) $30/3\pi$ m/s; 22,84 m/s

E) $32/3\pi$ m/s; 25,94 m/s

https://youtu.be/yDLvGctdSU4

42. En un plano horizontal, un disco con un agujero a 1 metro de su centro gira a velocidad angular constante. Si a una altura de 12 m sobre el plano horizontal, se deja caer una canica cuando el agujero y la canica están alineados verticalmente, determinar la velocidad tangencial mínima de una partícula del disco que se encuentra a 2 m del centro de giro para que la canica pueda pasar a través del agujero.



A) 4.07 m/s

B) 3.14 m/s

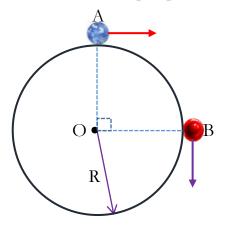
C) 8.14 m/s

D) 1.54 m/s

E) 4.54 m/s

https://youtu.be/MCvNtT5e9fc

43. Los móviles A y B parten simultáneamente desplazándose con velocidades angulares constantes de $W_A = \frac{5\pi \, rad}{s}$ y $W_B = 3\pi \, \frac{rad}{s}$, tal como se muestra en la figura. Determine cuál es el tiempo en el que el móvil A alcanza al móvil B por primera vez.



A) 0.10 s

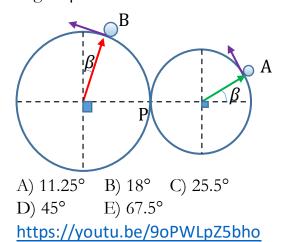
B) 0.25 s C) 0.50 s

D) 0.75 s

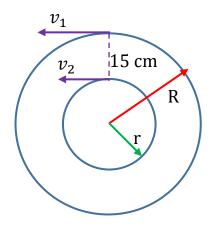
É) 1 s

https://youtu.be/5gysMr3uBtw

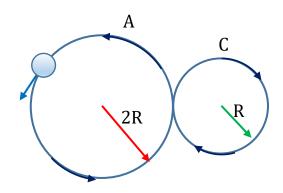
44. Sobre dos vías circulares tangentes se desplazan dos móviles, tal como se muestra en la figura. Si sus velocidades angulares constantes de A y B están en relación de 3 a 5 y se sabe que los móviles colisionan en "P" antes de completar su primera vuelta. Determinar el valor del ángulo β.



45. En una rueda que gira con movimiento circular uniforme, la velocidad lineal de los puntos situados en su superficie, es 4 veces mayor a la velocidad lineal de los puntos que se encuentran 15 cm más próximos al eje de giro de la rueda. Determine el radio de la rueda en cm.



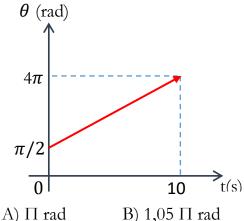
- A) 3 cm B) 4 cm C) 5 cm
 D) 6 cm E) 8 cm
 https://youtu.be/4Mm1GNuTq4o
- 46. En la figura se observa una partícula que se mueve con una rapidez constante en una pista formada por dos anillos que tiene radios 2R y R, respectivamente. Determinar la máxima velocidad angular de la partícula en cada anillo si el tiempo mínimo que emplea para recorrer toda la pista es de 30s.



- A) $\Pi/2 \text{ rad/s}$
- B) $\Pi/3$ rad/s
- C) $\Pi/4 \text{ rad/s}$
- D) $\Pi/5$ rad/s
- E) $\Pi/6 \text{ rad/s}$

https://youtu.be/AUtBLVtm_w8

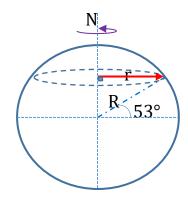
47. El ángulo que gira un punto de un disco está dado por el gráfico, ¿Cuál es el ángulo que gira ese punto, desde un tiempo t, hasta un tiempo t+3?.



- C)2 П rad
- B) 1,05 П rad D) 2,5 П rad
- E) 0,25 Π rad

https://youtu.be/xm4VOE2-7a0

48. ¿Cuánto dura el día del planeta "venus "cuyo radio promedio es 6000 km; si un punto superficial a latitud 53° N (medido desde su línea ecuatorial) tiene una velocidad lineal de 200 km/h?



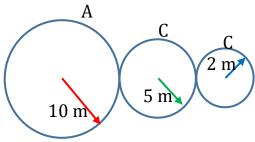
- A)18h
- B) 24h
- C) 30h

- D) 36h
- E) 40h

https://youtu.be/yHkAYygwJdU

49. Hallar la velocidad angular con la que gira la rueda "C", la rueda más

grande gira con una velocidad angular de 5Π rad/s .



- A) 10Π rad/s
- B) 16Π rad/s
- C) 25Π rad/s
- D) 32Π rad/s
- E) 40Π rad/s

https://youtu.be/xbH7o3vcdXU

- 50. En el aeropuerto de Shumba disponemos de un avión con hélice de maniobra que tiene una velocidad angular que desciende de manera uniforme de 1200 rpm, hasta 600 rpm, efectuando 60 revoluciones durante este tiempo. Determinar la aceleración angular en rad/s², que experimenta la hélice.
 - A) $\frac{1}{1}$ rad/s²
- B) 2 rad/s²
- C) 3 rad/s²
- D) 4 rad/s²
- E) 5 Π rad/s²

https://youtu.be/qCSsE7ixG1U

Alternativas 1 2 3 5 6 7 8 9 10 C Е D D В Α В C 12 15 17 19 11 13 14 16 18 20 Е В D Е C В A Е D 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 Е Α C D В D В D Α 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 Е C В В В Α C Е 42 47 43 44 45 46 48 49 50 C C В D В

8 MOVIMIENTO RELATIVO

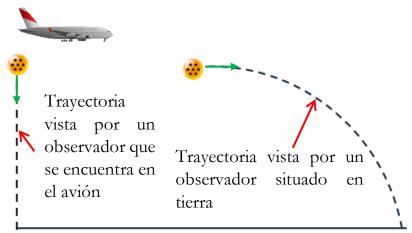
Definición

El movimiento es un concepto relativo porque depende del sistema de referencia elegido.

Relatividad de la trayectoria

Para entender este fenómeno nos apoyaremos en el siguiente ejemplo.

Supongamos el desplazamiento que realiza un objeto dejado caer por un avión, para el observador del avión se encuentra en forma vertical, pero para el observador que se encuentra en la tierra ve que está al caer describe una curva.

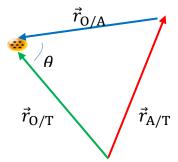


Este ejemplo nos demuestra que el movimiento de un cuerpo visto por un observador, depende del punto de referencia en el cual se halla situado.

El movimiento del objeto vista por el observador que se encuentra en la tierra está expuesto a la acción de la aceleración de la gravedad, podemos afirmar que su trayectoria es parabólica.

Posición relativa

En el ejemplo del objeto dejado caer por el avión tenemos dos sistemas de referencia; uno es el observador que se encuentra en la tierra y el otro el observador del avión.



Los vectores posición relativos quedan definidos de la siguiente manera:

 $\vec{r}_{A/T}$: Vector posición del objeto relativo a tierra.

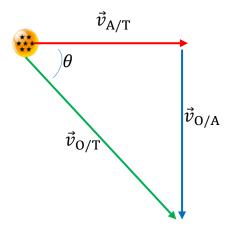
 $\vec{r}_{O/T}$: Vector posición del objeto relativo a tierra.

 $\vec{r}_{O/A}$: Vector posición del objeto relativo al avión.

Note que del diagrama de vectores se cumple: $\vec{r}_{O/T} = \vec{r}_{A/T} + \vec{r}_{O/A}$, es decir, la posición del objeto respecto a la tierra es igual a la suma vectorial de los vectores de posición del objeto respecto al sistema en movimiento y relativo de los sistemas tierra y avión.

Velocidad relativa

Si los vectores posición cambian en el tiempo, encontramos para las velocidades



$$\vec{v}_{O/T} = \vec{v}_{A/T} + \vec{v}_{O/A}$$

 $\vec{v}_{O/A} = \vec{v}_{O/T} - \vec{v}_{A/T}$

Físicamente significa: velocidad del objeto observado respecto al sistema en movimiento (avión).

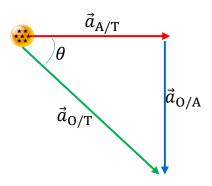
 $\vec{v}_{A/T}$ Velocidad del avión respecto al observador que se encuentra en tierra.

 $\vec{v}_{O/T}$ Velocidad del objeto respecto al observador que se encuentra en tierra.

$$v_{O/A} = \sqrt{(v_{O/T})^2 + (v_{A/T})^2 - 2v_{O/T}v_{A/T}COS\theta}$$

Aceleración relativa

Su interpretación física es similar al de las velocidades, es decir, si $\vec{a}_{A/T}$ es la aceleración del avión respecto a tierra y $\vec{a}_{O/T}$ es la aceleración absoluta del objeto con respecto al sistema fijo, entonces se tiene que la aceleración relativa del objeto con respecto al avión:



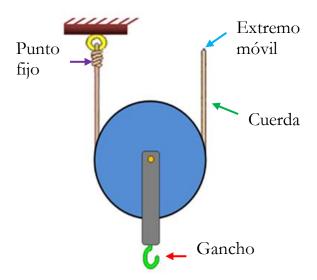
$$\vec{a}_{O/T} = \vec{a}_{A/T} + \vec{a}_{O/A}$$

$$\vec{a}_{O/A} = \vec{a}_{O/T} - \vec{a}_{A/T}$$

$$a_{O/A} = \sqrt{(a_{O/T})^2 + (a_{A/T})^2 - 2a_{O/T}a_{A/T}COS\theta}$$

Polea móvil

La polea móvil no es otra cosa que una polea de gancho conectada a una cuerda que tiene uno de su extremo anclado a un punto fijo y el otro (extremo móvil) conectado a un mecanismo de tracción y estas poleas disponen de un sistema armadura-eje que les permite permanecer unidas a la carga y arrastrarla en su movimiento (al tirar de la cuerda la polea se mueve arrastrando la carga).



Problemas resueltos

1. Una canoa se desplaza con una velocidad de 4√2 m/s al sureste con respecto a la tierra. La canoa navega en un río en la selva peruana que fluye al este a una velocidad de 1 m/s con respecto a la tierra. ¿Cuál es la magnitud y dirección de la velocidad de la canoa con respe

https://youtu.be/IVplMJ4xJ8Q

Solución

Identificación de datos y sus unidades de medida:

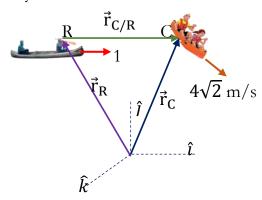
Velocidad de la canoa respect a tierra: $4\sqrt{2}$ m/s

Velocidad del río respecto a la tierra: 1 m/s

Velocidad de la canoa con respecto al río: ?

Representación gráfica del problema:

Una canoa que se desplaza al sureste con respecto a la tierra, en un río que fluye hacia el este.



Identificación de la ecuación física adecuada:

La relación entre la velocidad de la canoa con respecto al río $\vec{v}_{C/R}$ y la velocidad de la canoa con respecto a la tierra \vec{v}_C es:

$$\vec{v}_C = \vec{v}_R + \vec{v}_{C/R}$$

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

Describiendo la posición de la canoa desde dos marcos de referencia distintos. (Desde tierra y desde un observador que va a la misma velocidad de las aguas del rio)

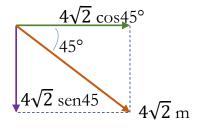
$$\vec{r}_C = \vec{r}_R + \vec{r}_{C/R}$$

Derivamos con respecto al tiempo para obtener una relación entre las velocidades.

$$\vec{v}_C = \vec{v}_R + \vec{v}_{C/R} \dots \dots (1)$$

 \vec{v}_C : es la velocidad de la canoa visto por el observador desde tierra. \vec{v}_R : es la velocidad del observador que va a la misma velocidad del rio y en el mismo sentido.

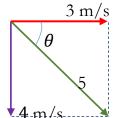
 $\vec{v}_{C/R}$: es la velocidad de la canoa visto por el observador que tiene la misma velocidad del rio.



Reemplazando los datos en la ecuación 1 tenemos

$$\begin{split} \vec{v}_C &= \vec{v}_R + \vec{v}_{C/R} \\ 4\sqrt{2}\cos 45^\circ \hat{\imath} - 4\sqrt{2}\sin 45^\circ \hat{\jmath} &= \\ 1\hat{\imath} + \vec{v}_{C/R} \end{split}$$

$$\begin{split} 4\sqrt{2} \ \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{\imath} - 4\sqrt{2} \ \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{\jmath} &= 1 \hat{\imath} + \vec{v}_{C/R} \\ \vec{v}_{C/R} &= 3 \hat{\imath} - 4 \hat{\jmath} \\ |\vec{v}_{C/R}| &= \sqrt{3^2 + 4^2} \\ |\vec{v}_{C/R}| &= 5 \ m/s \end{split}$$



53° al sur del este.

Análisis de los resultados obtenidos:

La magnitud de la velocidad de la canoa con respecto al río es 32 m/s y su dirección es 53° al sur del este. Esto significa que la canoa se está moviendo hacia el sureste con respecto al río.

2. Una "cinta transportadora" de un aeropuerto se mueve a una velocidad constante de 1 m/s y tiene una longitud de 35 m. Un joven con una velocidad relativa a la cinta de 1.5 m/s entra en un extremo y camina hacia el otro extremo. ¿Cuánto tiempo tardará en llegar al otro extremo si camina a) en la misma dirección que se mueve la cinta? b) ¿en la dirección opuesta?

https://youtu.be/CKPvxVhZ6U8

Solución

Identificación de datos y sus unidades de medida:

Velocidad de la cinta transportadora:

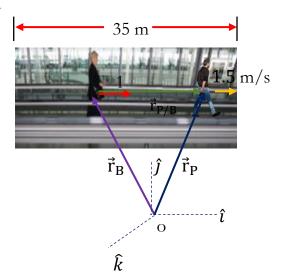
 $1 \, \text{m/s}$

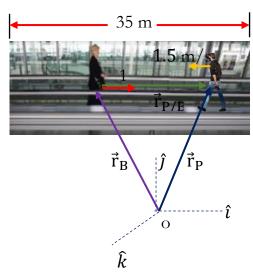
Longitud de la cinta transportadora:

Velocidad relativa del joven respecto a la cinta: 1.5 m/s

Representación gráfica del problema:

Una cinta transportadora en un aeropuerto, donde un joven camina en una dirección sobre la cinta.





Identificación de la ecuación física adecuada:

Utilizaremos la ecuación de movimiento para determinar el tiempo que el joven tarda en llegar al otro extremo de la cinta transportadora: $\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 t$

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación: $\vec{v}_P = \vec{v}_B + \vec{v}_{P/B}$

 \vec{v}_B es la velocidad de la banda móvil visto por el observador de tierra. $\vec{v}_{P/B}$ es la velocidad del joven becario visto por el observador en la banda

 \vec{v}_P es la velocidad del joven becario visto por el observador de tierra.

móvil.

$$\vec{v}_P = \vec{v}_B + \vec{v}_{P/B}$$

$$\vec{v}_P = 1\hat{\imath} + 1.5\hat{\imath}$$

$$v_P = 2.5 \text{ m/s}$$

Reemplazando la velocidad del joven becario visto por el observador de tierra tenemos

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 t$$

 $35 = 0 + 2.5t$
 $t = 14s$
 $\vec{v}_P = \vec{v}_B + \vec{v}_{P/B}$
 $\vec{v}_P = 1\hat{\imath} - 1.5\hat{\imath}$
 $v_P = 0.5 \text{ m/s}$

Reemplazando la velocidad del joven becario visto por el observador de tierra tenemos

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 t$$

 $0 = 35 - 0.5t$
 $t = 70s$

Análisis de los resultados obtenidos:

- a) Si el joven camina en la misma dirección que se mueve la cinta transportadora, tardará 14s en llegar al otro extremo.
- b) Si el joven camina en la dirección opuesta a la cinta transportadora, tardará 70s en llegar al otro extremo.

3. Un tren se desplaza hacia el este a una velocidad constante de 24 km/h. Un pasajero, que inicialmente está sentado junto a una ventana orientada hacia el norte, se levanta y camina hacia la ventana opuesta del vagón con una velocidad relativa al tren de 7 km/h. ¿Cuál es la velocidad absoluta del pasajero y en qué dirección se mueve con respecto al este



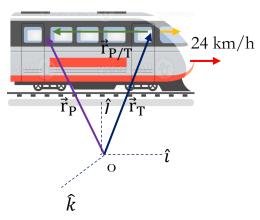
Solución

Identificación de datos y sus unidades de medida:

Velocidad del tren: 24 km/h

Velocidad del pasajero con respecto al tren: 7 km/h

Representación gráfica del fenómeno:



Identificación de la ecuación física adecuada:

Al analizar la gráfica, aplicando principios de análisis vectorial de donde encontramos la siguiente relación:

$$\vec{r}_P = \vec{r}_T + \vec{r}_{P/T}$$

Al obtener la siguiente relación de las posiciones. Para encontrar las velocidades que nos pide el ejercicio, vamos a derivar las posiciones con respecto al tiempo de lo que nos quedaría:

$$\vec{v}_P = \vec{v}_T + \vec{v}_{P/T}$$

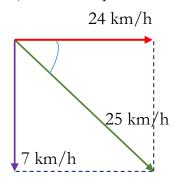
Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

Al encontrar la ecuación con las velocidades, vamos a reemplazar los datos que nos da el ejercicio analizando los vectores en tres dimensiones.

$$\vec{v}_P = 24\hat{\imath} - 7\hat{k}$$

$$|\vec{v}_{C/R}| = \sqrt{24^2 + 7^2}$$
$$v_P = 25 \text{ km/h}$$

Al encontrar la velocidad del pasajero, pasamos a analizar los vectores en dos dimensiones y encontrar en qué dirección se mueve el pasajero con respecto al este.

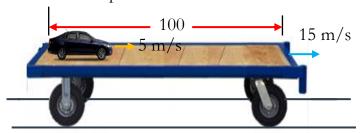


$$tg\theta = \frac{7}{24}$$
$$= 16^{\circ}$$

Análisis de los resultados obtenidos:

La velocidad absoluta del pasajero es de 25 km/h y la dirección en la que se mueve con respecto al este de de 16°

4. Se tiene un carrito a control remoto que se coloca en el extremo de una plataforma de 100 m de largo. En el instante que se coloca el carrito, éste tiene una velocidad absoluta de 5 m/s y la plataforma una velocidad de 15 m/s en la misma dirección. Si el carrito mantiene una aceleración constante de 1 m/s² y la plataforma una desaceleración de 3 m/s², se desea hallar el tiempo que demora el carrito en llegar al otro extremo de la plataforma.



https://youtu.be/4fHbKg3WBM4

Identificación de datos y sus unidades de medida:

Distancia de la plataforma: 100 m

de largo

Velocidad del carrito: 5 m/s

Solución

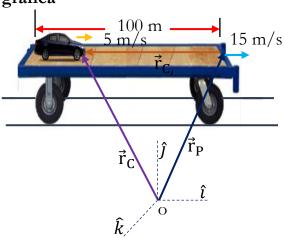
Velocidad de la plataforma: 15 m/s

Aceleración del carrito: 1 m/s^2

Desaceleración de la plata-

forma: $3 m/s^2$

Finalidad y representación gráfica



Ecuación física a utilizar determinar lo solicitado en el problema

El carrito recorre sobre la plataforma 100m para lo cual se toma la velocidad y aceleración relativa a la plataforma.

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_2 t + \frac{1}{2} \vec{a}_2 t^2$$

Reemplazado los datos en la ecuación precedente

Del enunciado y del gráfico del problema podemos afirmar para las velocidades.

$$\vec{v}_C = \vec{v}_p + \vec{v}_{C/P}$$
 $5\hat{\imath} = 15\hat{\imath} + \vec{v}_{C/P}$
 $|\vec{v}_{C/P}| = -10\hat{\imath}$

$$v_{C/P} = 10 \ m/s$$

Del enunciado del problema podemos afirmar para las aceleraciones.

$$\begin{aligned} \vec{a}_C &= \vec{a}_p + \vec{a}_{C/P} \\ 1\hat{\imath} &= -3\hat{\imath} + \vec{a}_{C/P} \\ \left| \vec{a}_{C/P} \right| &= 4\hat{\imath} \\ a_{C/P} &= 4 / s^2 \end{aligned}$$

Tomando como sistema de referencia el extremo en donde se coloca inicialmente el carrito.

$$100 = 0 - 10t + \frac{1}{2}4t^2$$

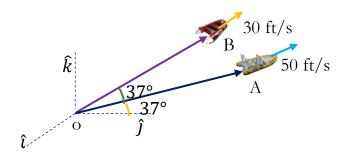
$$50 = 5t + t^2$$

$$t^2 - 5t - 50 = 0$$
de lo cual por aspa simple se obtiene dos valores para t:
$$t = 10 , t = -5$$
De donde tenemos que:
$$t = 10 s$$
ya que el tiempo no puede ser negativo.

Análisis de los resultados obtenidos:

el carrito demora un tiempo de 10 s para llegar al otro extremo de la plataforma.

5. Dos botes, A y B, navegan con rapidez constante de 50 ft/s y 30 ft/s, respectivamente, partiendo del mismo muelle al mismo tiempo. Determinar la distancia entre ambos botes después de 5 segundos.



https://youtu.be/5lHOEOuRl-Q

Solución

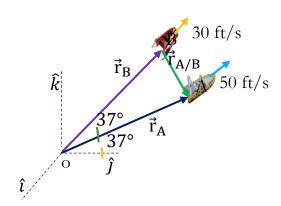
Identificación de datos y sus unidades de medida:

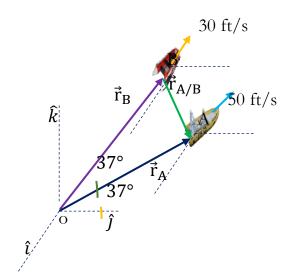
Rapidez del bote A: 50 ft/s Rapidez del bote B: 30 ft/s

Distancia entre ambos votes

después de 5 segundos: $\vec{r}_{A/B}$

Finalidad y representación gráfica





Ecuación física a utilizar determinar lo solicitado en el problema

Para determinar la distancia de separación de los botes en un determinado tiempo, aplicaremos el movimiento relativo de dos partículas.

$$\vec{r}_A = \vec{r}_B + \vec{r}_{A/B}$$

Reemplazado los datos en la ecuación precedente

Derivando respecto al tiempo:

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{v}_{A/B} \dots \dots \dots \dots (1)$$

Las ecuaciones de las velocidades están de manera vectorial, para ello

se debe descomponer las velocidades en sus componentes rectangulares

Para el bote A:

$$\vec{v}_A = 50(-sen37^{\circ}\hat{i} + cos\ 37^{\circ}\hat{j})$$

 $\vec{v}_A = -30.09\hat{i} + 39.93\hat{j}$

Para el bote B:

$$\vec{v}_B = 30(-sen74^{\circ}\,\hat{\imath} + cos\,74^{\circ}\,\hat{\jmath})$$

$$\vec{v}_B = -28.84 \ \hat{\imath} + 8.27 \hat{\jmath}$$

Reemplazamos las velocidades en la ecuación (1)

$$-30.09\hat{i} + 39.93\hat{j} = -28.84 \hat{i} +$$

$$8.27\hat{\jmath} + \vec{v}_{A/B}$$

$$\vec{v}_{A/B} = -1.25\hat{\imath} + 31.66\hat{\jmath}$$

$$\left| \vec{v}_{\frac{A}{B}} \right| = \sqrt{(1.25)^2 + (31.66)^2}$$

$$v_{A/B} = 31.68 \, ft/s$$

Para determinar la distancia entre ambos botes, se tiene la ecuación siguiente

$$v_{A/B} = \frac{dr_{A/B}}{dt}$$

$$dr_{A/B} = v_{A/B}.dt$$

$$\int_0^{r_{A/B}} dr_{A/B} = \int_0^t v_{A/B}. \, dt$$

$$r_{A/B} = 31.687t \ ft$$

Reemplazando en tiempo para t = 5s

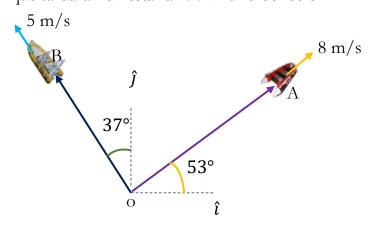
$$r_{A/B} = 31.687(5) ft$$

$$r_{A/B} = 158.435 ft$$

Análisis de los resultados obtenidos:

La distancia de separación entre ambos botes después de haber navegado por 5 s será de 158.435 ft.

6. Dos automóviles parten al mismo tiempo desde un terminal y se mueven en direcciones opuestas. La velocidad del auto A es de 8 m/s y la velocidad del auto B es de 5 m/s. Se desea determinar la velocidad del auto B con respecto al auto A y el tiempo que tardarán en estar a 297 m uno del otro.



https://youtu.be/nmRgn5sPtP0

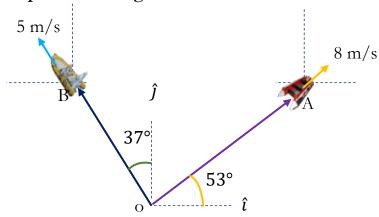
Solución

Comenzaré identificando los datos y sus unidades de medida:

Velocidad del auto A: 8 m/s

Velocidad del auto B: 5 m/s Distancia entre los autos: 297 m

Representación gráfica del fenómeno:



Identificación de la ecuación física adecuada:

No se requiere una ecuación física en este caso. Se utilizarán conceptos de vectores para calcular la distancia y la dirección.

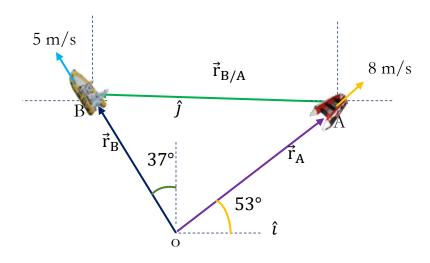
$$\vec{v}_{B/A} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$$

$$\vec{v}_{B/A} = (-5sen37^{\circ}\hat{\imath} + 5cos37^{\circ}\hat{\jmath}) - (8cos53^{\circ}\hat{\imath} + 8sen53^{\circ}\hat{\jmath})$$

$$v_{B/A} = \sqrt{(-5sen37 - 8cos53^{\circ})^2 + (5cos37^{\circ} - 8sen53^{\circ})^2}$$

$$v_{B/A} = 8.182 \, m/s$$

Para determinar el tiempo después de dejar el terminal los autos y que se encuentren a 297 m uno se otro, observar la figura.



$$\vec{r}_{B/A} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$$

Para hallar el módulo

$$r_{B/A} = \sqrt{(r_B)^2 + (r_A)^2 - 2r_B r_A \cos(37 + (90 - 53))^{\circ}}$$

$$r_{B/A} = \sqrt{(v_B t)^2 + (v_A t)^2 - 2v_B t v_A t \cos(37 + (90 - 53))^{\circ}}$$

Realización de los cálculos sustituyendo los datos proporcionados:

$$297^{2} = (5t)^{2} + (8t)^{2} - 2(5t)(8t)\cos(37 + (90 - 53))^{\circ}$$

$$t = 36.298 s$$

Análisis de los resultados obtenidos:

Los resultados obtenidos tienen sentido físico y se ajustan a las condiciones y limitaciones establecidas en el problema.

7. Un hombre que pasea a su mascota camina a una velocidad constante de 8 km/h en la dirección del viento, el cual sopla a una velocidad de 21 km/h. Si las gotas de lluvia caen verticalmente a una velocidad de 5 km/h en condiciones de aire tranquilo, determine en qué dirección parecen caer las gotas de lluvia con respecto al hombre.



https://youtu.be/IjShcjPCuvU

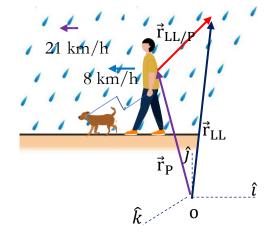
Solución

Identificando los datos y sus unidades de medida:

Velocidad del hombre: 8 km/h Velocidad del viento: 21 km/h Velocidad de las gotas de lluvia en

aire tranquilo: 5 km/h

Representación gráfica del fenómeno:



A continuación, identificará la ecuación física adecuada para resolver el problema:

$$\vec{v}_{ll/h} = \vec{v}_{ll} - \vec{v}_h$$

$$\vec{v}_{ll/h} = \vec{v}_{ll} + 8 \hat{\imath} \dots \dots \dots (1)$$

Para hallar la velocidad de la lluvia con respecto a un punto fijo a tierra, y conociendo su velocidad cuando cae en aire tranquilo (no quiere decir que no tiene velocidad), se analiza con la siguiente ecuación

$$\vec{v}_{ll} = \vec{v}_v + \vec{v}_{ll/v}$$

 $\vec{v}_{ll} = -21\hat{i} - 21\hat{j} \dots (2)$

Una vez identificada la ecuación física, realizaré los cálculos

sustituyendo los datos proporcionados.

Reemplazando la ecuación (2) en (1) $\vec{v}_{ll/h} = -21\hat{\imath} - 21\hat{\jmath} + 8\hat{\imath}$

$$\vec{v}_{ll/h} = (-13\hat{\imath} - 5\hat{\jmath}) \text{ Km/h}$$

La dirección que parece caer las gotas de lluvia con respecto al hombre es:

$$\theta = tg^{-1} \left(\frac{-5}{-13} \right)$$

$$\theta = 21.038^{\circ}$$

Análisis de los resultados obtenidos:

Los resultados obtenidos tienen sentido físico y se ajustan a las condiciones y limitaciones establecidas en el problema.

Problemas propuestos

- 1. Un observador en tierra percibe que las partículas de agua caen verticalmente con una rapidez constante de 8 m/s. Si un conductor de un automóvil se mueve en el plano horizontal a una velocidad constante de 15 m/s sobre una carretera; determinar la rapidez de las partículas de agua vistas por el conductor.
 - A) 11 m/s
- B) 17 m/s
- C) 15 m/s
- D) 18 m/s
- E) 19 m/s

https://youtu.be/LdOraQ0bltg

- 2. Una persona puede remar en un bote a 4 millas/h en aguas tranquilas. a) Si está cruzando un río donde la corriente es de 2 millas/h, ¿en qué dirección deberá dirigir su bote si quiere alcanzar un punto que está directamente en frente al de salida? b) Si el río tiene 4 millas de ancho, ¿cuánto tardará en atravesarlo? c) Si la corriente sigue fluyendo a 2 millas/h, ¿cuánto tardará en avanzar 2 millas a favor de la corriente y después regresar hasta su punto de partida?
 - A) 25°; 1,16h; 70 min
 - B) 30°; 1,16h; 80 min
 - C) 35°; 1,16h; 80 min
 - D) 36°; 1,17h; 80 min
 - E) 37°; 1,17h; 105 min

https://youtu.be/CtGc3AJ-5O4

3. Un hombre se mueve sobre la plataforma de un tren perpendicularmente a los rieles a una velocidad de 7 m/s con respecto a la plataforma. El tren

se mueve a 14 m/s con respecto a los rieles. Un ciclista se mueve en la misma dirección de los rieles en contra del tren a una velocidad de 10 m/s. ¿Cuál es la velocidad del hombre con respecto al ciclista?

- A) 3 m/s
- B) 7 m/s
- C) 14 m/s
- D) 24 m/s
- E) 25 m/s

https://youtu.be/nhCJUIE69Qs

- 4. Suponga que usted viaja al norte por un camino recto de dos carriles a una velocidad constante de 88 km/h. En dirección contraria, un camión se aproxima hacia usted con una velocidad constante de 104 km/h. Se pregunta: a) ¿Cuál es la velocidad del camión respecto a usted? b) ¿Cuál es su velocidad respecto al camión? y c) ¿Cómo cambian las velocidades relativas una vez que los dos vehículos se han pasado?
 - A) 192 km/h; 197 km/h
 - B) 192 km/h; 192 km/h
 - C)193 km;194 km/h
 - D) 194 km/h; 196 km/h
 - E) 196 km/h; 197 km/h

https://youtu.be/HOSmFQbcXaY

5. Un tren se mueve con una velocidad constante de 100 km/h en línea recta. Dentro del tren, una pelota se mueve con una velocidad de 10 km/h en relación al suelo del tren. ¿Cuál será la velocidad de la pelota vista por un observador en tierra? a) Si la pelota se mueve en el mismo sentido que el

- tren. b) Si la pelota se mueve en sentido opuesto al tren. c) Si la pelota se mueve perpendicularmente al tren.
- A)110 km/h; 90 km/h; $10\sqrt{101}$ km/h
- B) 100 km/h; 80 km/h; $9\sqrt{101} \text{ km/h}$
- C) 90 km/h; 70 km/h;8√101 km/h
- D)80 km/h; 60 km/h; $7\sqrt{101} \text{ km/h}$
- E) 70 km/h; 50 km/h; 10√101 km/h https://youtu.be/yQWpqxR0wB4
- Una avioneta viaja a una velocidad de 205 km/h con respecto al aire y sobrevuela la ciudad A, con destino a la ciudad B que se encuentra a 400 km al norte de A. Si la oficina meteorológica informa que hay viento soplando en dirección Este-Oeste a una velocidad de 45 km/h, determinar a) la dirección en que se desplaza la avioneta en esas condiciones. b) el ángulo que su debe desviar rumbo, desplazarse efectivamente hacia B, suponiendo que se mantienen constantes las velocidades. c) el tiempo que tardará en llegar.
 - A) 9,38; ° 9,68; ° 2h
 - B) 10,38; ° 10,68; ° 2h
 - C) 11,38; ° 11,68; ° 2h
 - D) 12,38; ° 12,68; ° 2h
 - E) 13,38; ° 13,68; ° 2h

https://youtu.be/8DRInL6wP2g

7. Un pasajero en un ómnibus ve que un automóvil que está en reposo comienza a moverse con una aceleración constante de 6 m/s² en el mismo sentido que el ómnibus, mientras que el ómnibus también acelera a razón de 7

m/s². Determinar la aceleración que tiene el automóvil para un pasajero que va en el ómnibus.

 \bar{A}) 1 m/s²

B) 2 m/s^2

C) 3 m/s^2

D) 4 m/s^2

E) 5 m/s^2

https://youtu.be/Xu4aQo2GPew

- 8. Un automóvil está subiendo por una pendiente inclinada 30° con respecto a la horizontal, y tiene una aceleración constante de 6 m/s². Durante el ascenso, el conductor observa que una gota de lluvia cae del cielo delante de él. Hallar la aceleración de la gota desde la perspectiva del conductor del automóvil.
 - A) 12 m/s^2
- B) 14 m/s^2
- \dot{C}) 16 m/s²
- D) 18 m/s^2
- E) 20 m/s^2

https://youtu.be/nhzjrP35z2U

- 9. Cuando el Sol se encuentra directamente encima de un halcón en vuelo, éste desciende hacia el suelo a una velocidad de 5 m/s en una dirección que forma un ángulo de 60° con respecto a la horizontal. Determinar la velocidad de la sombra del halcón que se mueve a lo largo del suelo, vista por el propio halcón.
 - A) 3,33 m/s
- B) 4,33 m/s
- C) 5, 33 m/s
- D) 6,33 m/s
- E) 7,33 m/s

https://youtu.be/UGiK5FbVGL0

10. Un avión vuela con una velocidad de 400 km/h hacia el este en relación al aire en movimiento. Al mismo tiempo, el viento sopla hacia el norte

con una velocidad de 75 km/h en relación a la Tierra. Determinar (a) la velocidad del avión respecto de la Tierra y (b) la dirección en la que el avión debe orientarse para desplazarse hacia el este en relación a la Tierra.

- A)406,97 km/h; 10,61°
- B) 407,96 km/h; 11.61°
- C) 410 km/h; 12°
- D) 415 km/h; 15°
- E) 425 km/h; 30°

https://youtu.be/Mw3GhNvtsDc

- 11. Un tornillo cae del techo de un tren que se está acelerando hacia el norte a una tasa de 2,50 m/s². Calcular la aceleración del tornillo en relación a (a) la carrocería del vagón del tren y (b) la Tierra.
 - \dot{A})-10 m/s²; 10,3 m/s²
 - B)-11 m/s²; 10,2 m/s²
 - C)-12 m/s²;9 m/s²
 - D) -13 m/s²; 8 m/s²
 - E) -16 m/s^2 ; $10,3 \text{ m/s}^2$

https://youtu.be/X7owylLWiAg

- 12. Dos nadadores deben cruzar un río desde un punto A en una orilla hasta el punto B en la orilla justo enfrente de A. Uno de ellos planea nadar directamente hacia B, mientras que el otro decide mantenerse perpendicular a la corriente y caminar por la orilla a una velocidad constante cuando sea desviado por la corriente. Dada una velocidad de corriente de 2 km/h y una velocidad de nado de 2.5 km/h para cada nadador, se pide encontrar el valor de v para que ambos lleguen a B al mismo tiempo.
 - A)7 km/h
- B)6 km/h
- C) 5 km/h
- D) 4 km/h

- E) 3 km/h https://youtu.be/-vw_vyAouIs?si=Gc0
- 13. Un barco de 200 metros de longitud se está alejando de un dique a una velocidad constante de 10 m/s. En la cubierta del barco hay una cinta transportadora que se mueve en dirección al dique a 5 m/s en relación al barco, y sobre la cinta se encuentra un pasajero que está caminando en sentido contrario al dique a una velocidad de 3 m/s en relación a la cinta. ¿A qué distancia del dique se encontrará el pasajero después de 8 segundos?
 - A) 224 m

B) 216 m

C) 184 m

D) 136 m

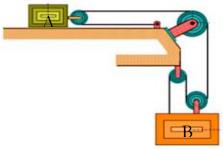
E) 264 m

https://youtu.be/4lv41WTpz 8

- 14. Una pequeña embarcación se alejó de la orilla del río e intentó cruzarlo en dirección perpendicular a la corriente, teniendo en cuenta que la embarcación logró cruzar con una velocidad de 50 m/s. Además, la velocidad de la corriente es de 15 m/s y el ancho del río es de 200 m. Determinar, a) La velocidad de la embarcación con respecto a la tierra. b) El tiempo que tarda en atravesar el río. c) La dirección del desplazamiento.
 - A)50,1 m/s; 1 s; 17,1°
 - B)50,2 m/s; 2 s; 17°
 - C) 52,2 m/s; 4 s; 18,55°
 - D) 51 m/s; 3 s; 18°
 - E)53,2 m/s; 4 s; $18,6^{\circ}$

https://youtu.be/dxlUN86CFPk

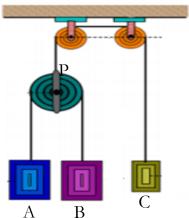
15. En la figura un bloque A está moviéndose hacia la derecha con una velocidad constante de 4 m/s. Si la aceleración de A disminuye a una tasa de 0.15 m/s², y además en el instante mostrado S_A=8 m y S_B=6m, determinar la velocidad relativa v_{B/A} y la aceleración relativa a_{B/A}.



- A) 1.8 m/s; 0.2 m/s^2
- B) 2.8 m/s; 0.5 m/s^2
- C) 2.9 m/s; 0.6 m/s^2
- D) 4,80 m/s; $0,18 \text{ m/s}^2$
- E) 5.5 m/s; 0.7 m/s^2

https://youtu.be/iAY5HZfkXKY

16. En la figura se muestran tres bloques que se mueven con velocidades constantes. Si la velocidad relativa de C con respecto a A es de 200 mm/s hacia arriba y que la velocidad relativa de B con respecto a C es de 120 mm/s hacia abajo, calcular la velocidad de cada uno de los bloques.



- A)-200 m/s; 145 m/s; -50 m/s B)-210 m/s; 144 m/s; -60 m/s C)-215 m/s; 144 m/s; -60 m/s D)-240 m/s; 160 m/s; -40 m/s E) -230 m/s; 139 m/s; -81 m/s https://youtu.be/jspNKxt8bsw
- 17. Pedro en un ascensor en reposo mide el tiempo que tarda una moneda en caer desde una altura h. Si luego Pedro repite el experimento cuando el ascensor se mueve con una velocidad constante de 2 m/s, tanto cuando sube y cuando baja, siempre dejando caer la moneda desde la misma altura h. Hallar cuál de las experiencias registra un intervalo de tiempo mayor.
 - A) Asciende a 1 m/s
 - B) En ambos intervalos
 - C)Asciende a 2 m/s
 - D) Desciende a 3 m/s
 - E) Desciende a 2 m/s

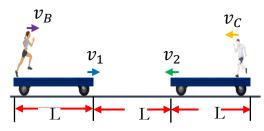
https://youtu.be/xvRIpp2SY8I

- 18. La velocidad del sonido en el aire en reposo a una temperatura de 25°C es de 358 m/s. Determinar la velocidad del sonido medida por un observador que se mueve a 90 km/h en tres situaciones distintas: alejándose de la fuente de sonido, acercándose a la fuente y moviéndose perpendicularmente a la dirección de propagación del sonido.
 - A)380 m/s; 330 m/s; 350 m/s
 - B) 381m/s; 331 m/s; 351 m/s
 - C)383 m/s; 383 m/s; 358,9 m/s
 - D)384 m/s; 334 m/s; 359 m/s
 - E) 385 m/s; 335 m/s; 360 m/s https://youtu.be/QgfabYy3hnY

- 19. Un avión A se mueve hacia el norte a una velocidad de 300 km/h con respecto a la tierra, mientras que otro avión B se mueve simultáneamente en dirección norte 60 grados oeste a una velocidad de 200 km/h respecto a la tierra. Determinar la velocidad de A con respecto a B y la velocidad de B con respecto a A
 - A) 165,48 km; 165 km /h
 - B) 164,58 km/h; 163 km/h
 - C) 163 km/h; 162,48 km/h
 - D) 161,48 km/h; 161,48 km/h
 - E) 160 km/h; 160,1 km/h

https://youtu.be/DPm_IVWOUrl

20. En la figura que muestra dos plataformas con la misma longitud y moviéndose a velocidades v_1 y v_2 , respectivamente. Si en cada plataforma se encuentran una persona, cuyas velocidades son v_B y v_C , determinar la distancia que separa a las dos personas cuando las plataformas chocan.



A)
$$\frac{3L(2v_1+v_2-v_B+v_C)}{v_1+v_2}$$

B)
$$\frac{L(2v_1 + v_2 - v_B + v_C)}{v_1 + v_2}$$

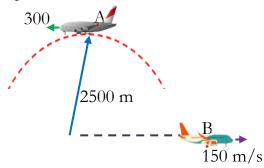
$$\text{C}) - \frac{L(3v_1 + v_2 - v_B + v_C)}{v_1 + v_2}$$

$$\mathrm{D}) - \frac{L(3v_1 + v_2 - v_C + v_B)}{v_1 + v_2}$$

E)
$$\frac{L(3v_1+v_2-v_B+v_C)}{v_1+v_2}$$

https:/youtu.be/-CHI7UdYPbI

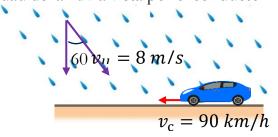
21. Un avión A describe un arco de circunferencia con rapidez constante de 300 m/s y radio de 2500 m, mientras que el avión B se desplaza en línea recta con una velocidad inicial de 150 m/s, la cual aumenta a una tasa constante de 10 m/s², tal como se muestra en la figura. Determinar la velocidad y aceleración relativas del avión A respecto al avión B.



- A) $300 \text{ m/s}; 40 \text{ m/s}^2$
- B) 400 m/s; 42m/s 2
- C) 410 m/s; 43 m/s^2
- D) 420 m/s; 44 m/s²
- E) 450 m/s; 46 m/s²

https://youtu.be/160Mm jXgDo

22. El automóvil se mueve a una velocidad constante de 90 km/h. Si la lluvia cae en la dirección indicada a una velocidad de 8 m/s, determine la velocidad de la lluvia vista por el conductor.



- A) 22,2 m/s B) 32,17 m/s
- C) 32,81 m/s D)33,1 m/s
- E) 35,2 m/s

https://youtu.be/msQxnGuxX8U

- 23. La corriente del rio marañon que pasa por la provincial de Jaén tiene un ancho de 450 m y una velocidad de flujo de 3 km/h. Si un bote a motor viaja con una rapidez constante de 8,5 km/h para curuzar el río, determinar a) la velocidad del bote respecto a un observador estacionario en la orilla del río, b). la dirección con la que cruzará dicho boto?
 - A) 5,1 km/h; 17,1°
 - B) 6,2 km/h; 17°
 - C) 7,2 km/h; 18,55°
 - D) 8,1 km/h; 18°
 - E) 9,1 km/h; 19,44°

https://youtu.be/aRANqXt-YzQ

- 24. Dos autos que se desplazan en caminos perpendiculares viajan hacia el norte y este respectivamente. Si sus velocidades con respecto a la tierra son de 60km/h y de 80 km/h, calcular su velocidad relativa uno respecto de otro.
 - A) 100 km/h B) 102 Km/h
 - C) 120 Km/h D) 150 Km/h
 - E) 200 Km/h

https://youtu.be/Wxnp7tcdJdw

25. Un estudiante corre en un eje horizontal con una velocidad constante de 4 m/s, mientras llueve. Si las gotas de agua caen verticalmente con una velocidad de 7 m/s, visto por un observador fijo en tierra. Determinar: a) la

velocidad de las gotas de agua vista por el estudiante. b) El ángulo respecto a la horizontal que debería inclinar su paraguas para no mojarse lo menos posible.



- A) 7,6 m/s; 30°
- B) 8 m/s; 55°
- C) 8,06 m/s; 60,26°
- D) 12 m/s; 60,76°
- E) 16 m/s; 77°

https://youtu.be/7NPugwJIEHs

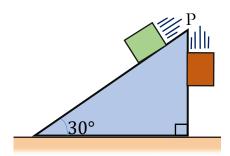
- **26.** Un soldado nada de manera perpendicular el río Huallaga con una velocidad de 9 m/s y la corriente del río tiene una velocidad de 5m/s. Determine la velocidad del soldado respecto a la corriente del río.
 - A) 9,4 m/s B)10,2 m/s
 - C) 10.3 m/s D) 14,1 m/s
 - E) 13,2m/s

https://youtu.be/eVoShUUXOml

- 27. Un avión viaja de norte a sur con una velocidad constante de 300 km/h. Sin embargo, en el transcurso del vuelo se produce un viento que sopla de sur a norte con una velocidad de 100 km/h; determinar el tiempo que tarda el avión en recorrer una distancia de 900 km.
 - A) 4.5 h B) 4,8 h C) 5 h
 - D) 6.5 h E) 7 h

https://youtu.be/Hnjhg0g_g8s

28. Dos argollas son soltadas desde P al mismo tiempo tal como se muestra en la figura. Si los alambres son lisos. Determine la velocidad de la argolla A respecto de B al cabo de un segundo de ser soltadas



- A) 30 m/s
- B) 25 m/s
- C) 20 m/s
- D) 15 m/s
- E) $5\sqrt{3}$ m/s

https://youtu.be/fCeRYKEkUDI

- 29. Determinar la velocidad relativa con respecto a la orilla del río: a) de un bote que avanza a favor de la corriente, b) de un bote que navega contra la corriente, c) de un bote cuyo curso forma un ángulo de 90° con la corriente. Si la velocidad de la corriente del río es de 2 millas/h y la velocidad de los botes con respecto al agua es 5 millas/h.
 - A) 4 millas/h; 2 millas/h; 1,39 millas/h
 - B) 5 millas/h; 2.5 millas/h; 2,39 millas/h

- C) 6 millas/h; 2,7 millas/h; 3,39 millas/h D) 7 millas/h; 3 millas/h; √29 millas/h E) 8 millas/h; 4 millas/h; 7,39 millas/h https://youtu.be/EeJy4EVKF8E
- 30. Un barco A navega hacia el sur con una velocidad de 15km/h, mientras que otro barco B mantiene el rumbo N 53°E moviéndose a 20 km/h. Determinar la velocidad del barco B respecto a un observador que se encuentra sobre la cubierta de A.

A)13 m/s

B)14 m/s

C)31,4 m/s

D)32 m/s

E)33 m/s

https://youtu.be/XZNfk xSXb4

Alternativas

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
В	В	Е	В	Α	D	Α	В	В	Α
				1					
11	12	13	14	5	16	17	18	19	20
Α	Е	Е	С	D	D	Е	С	D	Е
	2		2	2					
21	2	23	4	5	26	27	28	29	30
Е	В	Е	Α	С	С	Α	Е	D	С

9 ESTÁTICA

Definición

Es la parte de la mecánica de sólidos que se ocupa de los cuerpos sometidos a fuerzas equilibradas, es decir, cuerpos que están en reposo o en movimiento rectilíneo y uniforme.

Equilibrio estático

Es cuando la velocidad de un cuerpo con respecto al sistema de referencia es nula.

Equilibrio cinético

Es cuando la velocidad de un cuerpo en movimiento rectilíneo con respecto al sistema de referencia es constante.

Fuerza

Causa capaz de modificar el estado de reposo o movimiento de un cuerpo, además se debe tener en cuenta que las fuerzas no siempre causan movimientos.

Interacción

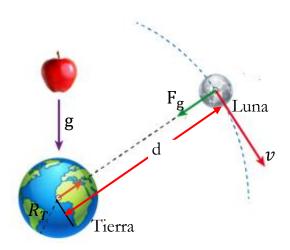
Sucede siempre mediante una fuerza y una fuerza contraria de igual magnitud y sentido contrario. No hay cosa tal como una fuerza ejercida por cierta entidad activa sobre otra pasiva: sólo hay interacción, por ejemplo una mano no puede tan sólo empujar a una cara; la cara siempre debe regresar el empuje a la mano.

Fuerzas fundamentales

En la actualidad se conocen cuatro

- Fuerza gravitacional

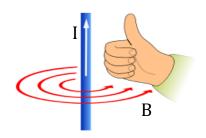
Es la responsable de mantenernos pegados a la superficie de la Tierra, impidiendo que nos desprendamos de ella. Además, la Tierra ejerce una fuerza gravitacional sobre la Luna, manteniéndola en su órbita, mientras que el Sol ejerce una fuerza gravitacional sobre la Tierra para mantenerla en su órbita alrededor de él. Aunque puede parecer que la fuerza gravitacional es extremadamente poderosa, en realidad no lo es en comparación con la fuerza nuclear fuerte, que es aproximadamente diez trillones de cuatrillones de veces más fuerte.



- Fuerzas electromagnéticas

Es la segunda fuerza más intensa en la naturaleza, pero aún así es aproximadamente un 1% de la intensidad de la fuerza nuclear fuerte. Se manifiesta a través de la interacción entre cargas eléctricas (ley de Coulomb) y la fuerza magnética, las cuales se unifican en la fuerza de Lorentz. Ambas fuerzas son manifestaciones de una fuerza de intercambio en la que se producen intercambios de fotones.

La fuerza electromagnética es responsable de la atracción que mantiene unidos a los electrones y protones formando los átomos. A distancias atómicas y moleculares, la fuerza electromagnética es más intensa que las otras tres fuerzas fundamentales, cuyos efectos pueden despreciarse en la determinación de la estructura atómica y molecular.

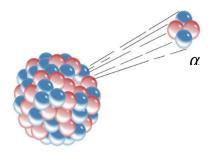


- Fuerzas nucleares

Según la ley de Coulomb, los protones, que tienen carga positiva y se encuentran densamente distribuidos dentro del núcleo, llegan a repelerse duro entre sí y dispersarse. La estabilidad del núcleo es difícil de explicar a menos que se postula la existencia de una fuerza atractiva intensa. Estas fuerzas, conocidas como interacciones fuertes, fueron estudiadas por el físico japonés Hideki Yukawa, quien recibió el Premio Nobel de Física en 1949. En 1935, Yukawa anunció las principales características de las fuerzas nucleares y desarrolló la existencia de una partícula llamada pión, cuya masa en reposo es 270 veces la masa del electrón. El pión desempeña un papel crucial en la explicación de las fuerzas nucleares. Yukawa mencionó las siguientes características de estas fuerzas:

- ➤ Son efectivas sólo a distancias cortas, del orden de 10⁻¹⁵ metros o incluso menores.
- ➤ Son independientes de la carga eléctrica.
- Son las más intensas conocidas en la naturaleza.
- > Se saturan rápidamente debido a la presencia de nucleones cercanos.
- ➤ Son fuerzas de intercambio.

Esta descripción proporcionada por Yukawa ayudó a comprender y explicar las propiedades de las fuerzas nucleares.



Fuerzas débiles

Son responsables de las descomposiciones de ciertas partículas conocidas como "leptones". En comparación con las fuerzas nucleares, su intensidad es aproximadamente 10⁻¹⁴ veces más débil. Estas fuerzas desempeñan un papel importante en la debilitación de los mesones "mu" que se originan en la radiación cósmica en las capas superiores de la atmósfera. Además, son fundamentales en el estudio de las "lluvias de partículas" producidas en los aceleradores de altas energías. Estas fuerzas débiles desempeñan un papel crucial en la comprensión de la física de partículas y son objeto de investigación en el campo de la física de altas energías.

Fuerzas más usadas en la mecánica

Se utilizan diferentes tipos de fuerzas para describir el comportamiento de los cuerpos, cuales son:

Fuerzas internas

Actúan dentro de los cuerpos y tienen el propósito de resistir las deformaciones causadas por fuerzas externas.

- Fuerza de tensión

se presenta en cuerpos flexibles, como cuerdas o cables, impidiendo su estiramiento



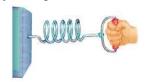
- Fuerza de compresión

Aparece en el interior de un sólido rígido cuando fuerzas externas tratan de comprimirlo.



- Fuerza elástica

Se encuentra en los cuerpos con propiedades elásticas (liga, resorte, etc.) o deformables y se opone a la deformación.

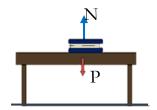


Fuerzas externas

Actúan en las superficies de los cuerpos, dentro de estas tenemos:

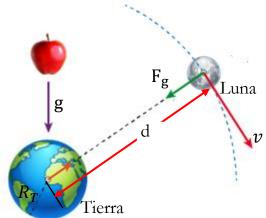
- Fuerza normal

Surge en el contacto entre dos cuerpos o superficies y es perpendicular a la superficie de apoyo



- Fuerza de gravedad

Es la atracción que ejerce la Tierra sobre los cuerpos cercanos.



Fuerza de rozamiento o fricción

Surge cuando hay un movimiento relativo entre dos cuerpos en contacto, generando una resistencia mecánica en contra del sentido del movimiento, además es común en la interacción de superficies y puede ser influenciado por factores como la rugosidad, la presión y las propiedades de los materiales en contacto y desempeña un papel importante en muchos aspectos de la física y tiene aplicaciones prácticas en el diseño de máquinas, frenado de vehículos y otros sistemas en los que se busca controlar el movimiento.

Tipos de fricción

- Fricción fluida: Este tipo de fricción se produce entre capas de un fluido que se mueven a diferentes velocidades, el cual es relevante en problemas relacionados con el flujo de fluidos a través de tuberías, orificios y cuerpos sumergidos en fluidos en movimiento. También es fundamental en el análisis de sistemas lubricados y se estudia en la mecánica de fluidos.
- Rozamiento en seco: Este tipo de fricción ocurre cuando dos superficies sólidas en contacto se deslizan una sobre la otra o están a punto de hacerlo, sin estar lubricadas, el cual desarrolla una fuerza de rozamiento tangencial entre las superficies, tanto antes de que se produzca el deslizamiento como durante el mismo. Esta fuerza actúa en sentido opuesto al movimiento o al inminente, también se conoce como rozamiento de Coulomb, y se basa en las leyes establecidas por Coulomb y Morin en estudios realizados en los siglos XVIII y XIX. Aunque no existe una teoría completa del rozamiento en seco, se cuenta con modelos analíticos que permiten abordar la mayoría de los problemas relacionados con este fenómeno.

Clasificación del rozamiento en seco

Para un mejor estudio de la fuerza de rozamiento o fricción se clasifican en:

- Fuerza de rozamiento estático

Es la fuerza tangencial entre dos superficies cuando no hay movimiento entre ellas (f_s), y se considera máxima antes de que una de ellas empiece un inmediatamente deslizamiento sobre la otra. Además su coeficiente de rozamiento estático (μ_s) es la relación entre la fuerza máxima de rozamiento estática y la fuerza normal que tiende a mantener unidas a ambas superficies.

tener unidas a ambas superficies. $\mu_{\text{S}} = \frac{fuerza~de~rozamiento}{fuerza~normal}$

- Fuerza de rozamiento cinético, de movimiento o dinámico f_k

Es la fuerza tangencial entre dos superficies cuando una de ellas se desplaza sobre y con respecto a la otra y es menor que la fuerza máxima de rozamiento estático.

Coeficiente de rozamiento cinético matemáticamente es

 $\mu_k = rac{\mathit{Fuerza\ de\ rozamiento\ cin\'etico}}{\mathit{Fuerza\ normal}}$

Propiedades.

- ➤ La fuerza de rozamiento es paralela a las superficies en contacto.
- Las fuerzas de rozamiento estático o cinético son proporcionales a la reacción normal que actúa sobre el cuerpo.
- \triangleright La fuerza de rozamiento estático se opone a la fuerza aplicada y verifica la relación, $f_s \le \mu_s N$, donde μ_s es el coeficiente de rozamiento estático.
- Cuando el cuerpo se encuentra en la situación de movimiento inminente, posición límite de equilibrio, la desigualdad anterior se convierte en igualdad y corresponde al valor máxima de la fuerza de rozamiento estático, $f_s = \mu_s N$.
- \blacktriangleright La fuerza de rozamiento cinético se opone a la dirección del movimiento del cuerpo, su valor es $f_k = \mu_k N$, donde μ_k es el coeficiente de rozamiento cinético.
- ➤ Los coeficientes no dependen del área de contacto entre las superficies, pero si dependen de la naturaleza de las superficies y de su estado.
- El valor de coeficiente rozamiento cinético es menor que el valor de coeficiente rozamiento estático, $\mu_s > \mu_k$.

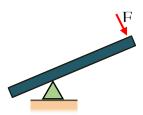
Máquinas simples

Es un dispositivo mecánico, tal como un sistema de palancas o poleas, que cambia la magnitud o la dirección de una fuerza aplicada. No existe ninguna máquina que pueda usarse para aumentar fuerza y velocidad al mismo tiempo.

Clases de máquinas simples

a. Tipo palanca

Palanca: Es una barra rígida articulada con un punto de apoyo.



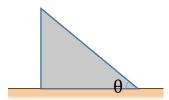
Polea: Es un cilindro o disco acanalado que gira alrededor de su eje debido a la acción de una cuerda, cuya finalidad es cambiar el sentido y dirección de una fuerza.



Torno: Consiste en un plato circular montado sobre un eje vertical que tiene en su parte inferior otro plato, que se hacía girar, para formar, piezas de revolución con sección variable

b. Tipo plano inclinado

Plano inclinado: Es una superficie plana que forma un ángulo agudo entre lo que se quiere elevar y la altura final.



Tornillo: Es un elemento u operador mecánico cilíndrico con una cabeza, generalmente metálico, aunque pueden ser de madera o plástico, utilizado en la fijación temporal de unas piezas con otras



Cuña: Es un pequeño plano inclinado, este sirve para separar una superficie en dos partes.

Poleas

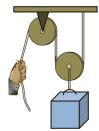
Es un cilindro o disco acanalado que gira alrededor de su eje debido a la acción de una cuerda, cuya finalidad es cambiar el sentido y dirección de una fuerza.

Clases de poleas

Polea fija: Se utiliza para alterar la dirección de una fuerza y permite que la tracción o la fuerza se apliquen en un determinado ángulo y se fija en algún soporte adecuado, y la cuerda que pasa alrededor de la rueda se sujeta a un peso en uno de sus extremos, mientras que el esfuerzo se aplica en el otro extremo, tal como se muestra en la figura.



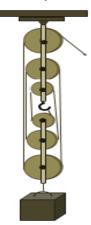
Polea móvil: Este dispositivo se usa para lograr una ventaja mecánica cuando han de levantar grandes pesos y consta de una polea superior que se sujeta en un soporte elevado, por donde se pasa la cuerda el cual está fija en uno de los extremos a un soporte adecuado; entonces se pasa la cuerda alrededor de la polea móvil el que se encuentra entre el extremo fijo y la polea fija, en la que se fija el peso, aplicándose el esfuerzo en el extremo libre. Si se descarta el efecto de fricción, la tensión en la misma en todos las partes de la cuerda.



Polea polipasto o Aparejo: Son sistemas de poleas que nos permiten la elevación o movimiento de cargas realizando un esfuerzo menor que si tuviéramos que mover a pulso la carga. Es una combinación de una polea fija y las demás son móviles recorrida por una cuerda que tiene uno de sus extremos anclado en un punto fijo.



Polea Motón: Está compuesta por dos cuadernales o chapas con igual número de poleas fijo el uno y móvil el otro.



Polea diferencial: En este dispositivo, dos poleas de diámetro ligeramente distinto, están unidas, rígidamente fijas, a un eje de rotación común. Una cadena sin fin pasa por estas poleas y a través de una polea libre, de la cual se suspende una carga.

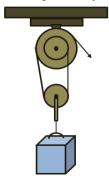
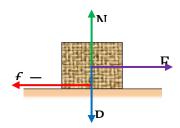


Diagrama de cuerpo libre o diagrama de fuerza

Es representar gráficamente todas las fuerzas que actúan en un cuerpo.



Condiciones sobre el diagrama de cuerpo libre

Con el fin de tener buenos resultados al aplicar las leyes de Newton a un sistema mecánico, se debe ser capaz de reconocer todas las fuerzas que actúan sobre el sistema y si el sistema contiene más de un elemento, es importante construir el diagrama de cuerpo libre para cada elemento.

Pasos para hacer el D.C.L. de un cuerpo.

- Se aísla el cuerpo, de todo el sistema.
- > Se representa al peso del cuerpo mediante un vector dirigido siempre hacía el centro de la Tierra (P).
- ➤ Si existiesen superficies en contacto, se representa la reacción mediante un vector perpendicular a dichas superficies y empujando siempre al cuerpo (N o R).
- ➤ Si hubiese cuerdas o cables, se representa a la tensión mediante un vector que está siempre jalando al cuerpo, previo corte imaginario (T).
- ➤ Si existiesen barras comprimidas, se representa a la compresión mediante un vector que está siempre empujando al cuerpo, previo corte imaginario (C).
- ➤ Si hubiese rozamiento se representa a la fuerza de roce mediante un vector tangente a las superficies en contacto y oponiéndose al movimiento o posible movimiento.

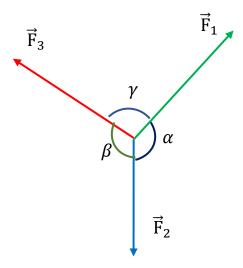
Primera condición de equilibrio

Establece que un cuerpo está en equilibrio si la resultante de las fuerzas que actúan sobre él es nula. Además, las fuerzas componentes deben ser necesariamente concurrentes.

- Condición de equilibrio entre dos fuerzas que se apliquen sobre un mismo cuerpo, en la misma dirección y en sentidos contrarios y sean iguales.
- Condición de equilibrio para tres fuerzas: que se apliquen sobre un mismo cuerpo y una sea igual, de la misma dirección y sentido contrario a la resultante de las otras dos.
- ➤ Si las fuerzas concurrentes que intervienen en un cuerpo en equilibrio se descomponen rectangulares, la resultante de los respectivos vectores paralelos será igual a cero.

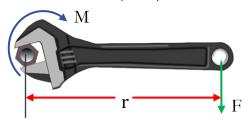
Teorema de las tres fuerzas

Establece que cuando actúan tres fuerzas no paralelas y producen equilibrio mecánico, las líneas de acción de las tres fuerzas se cortan en un punto llamado punto de concurrencia.



Momento de una fuerza

Es una magnitud vectorial que describe la tendencia a la rotación que genera una fuerza aplicada sobre un cuerpo, respecto a un punto llamado centro de rotación. Su valor se calcula multiplicando el módulo de la fuerza por su brazo de palanca, que es la distancia perpendicular desde el centro de rotación hasta la línea de acción de la fuerza. El momento se representa matemáticamente como el producto vectorial del vector de posición del centro de rotación y el vector de fuerza: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$. El momento de una fuerza se mide en newton-metro (N·m) en el Sistema Internacional de Unidades (SI).



Convenios de signos.

En general, se considera el signo del momento positivo si el giro a producirse es en sentido antihorario y negativo si el posible giro es en sentido horario. Este convenio de signos se utiliza para facilitar el cálculo de momentos en problemas de física y mecánica.

Teorema de Varignon

Establece que la suma algebraica de los momentos producidos por un grupo de fuerzas con respecto a un punto cualquiera es igual al momento producido por la fuerza resultante respecto a dicho punto y es útil para calcular momentos resultantes en sistemas de fuerzas complejas. Además este teorema se basa en la propiedad distributiva del producto vectorial y es válido para sistemas de fuerzas coplanares.

Cupla o par de fuerza

Es un sistema constituido por dos fuerzas paralelas de igual módulo y sentido opuesto que permite la rotación de un cuerpo, pero no su traslación, además genera un momento de fuerza igual a la magnitud de cada fuerza multiplicada por la distancia entre ellas y se utilizan en sistemas de palancas y en maquinaria para transmitir fuerza y rotación.

Segunda condición de equilibrio

Establece que un cuerpo se encuentra en equilibrio de rotación si el momento resultante de todas las fuerzas que actúan sobre él, respecto de cualquier punto, es nulo o cero.

Equilibrio mecánico

Es el estado en el que un cuerpo se encuentra en equilibrio total, tanto en traslación como en rotación, quiere decir que un cuerpo se encuentra en equilibrio mecánico cuando no hay ninguna fuerza resultante que actúe sobre él y, por lo tanto, no hay aceleración ni cambio en su estado de movimiento.

Problemas resueltos

1. En la figura se muestra una varilla de aluminio con peso despreciable, en la que se han suspendido dos esferas. Si la varilla se encuentra en equilibrio y se conoce que una de las esferas tiene un peso de 6 N, determinar el peso de la otra esfera y la tensión en la cuerda que sostiene la varilla.

https://youtu.be/YxV9Xrr8yy0

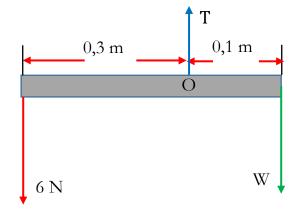
Solución

Identificación de datos y sus unidades de medida:

Peso de una de las esferas: 6 N

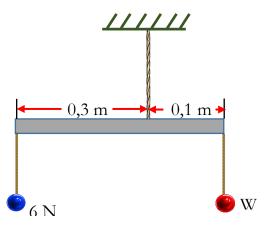
Representación gráfica del problema:

Realizando el DCL



Identificación de la ecuación física adecuada:

Para determinar la tensión en cada uno de los cables que sostienen la viga, se aplicará la condición de equilibrio tanto para el momento como para la suma de fuerzas en la dirección vertical.



Sabiendo que la varilla de aluminio está en equilibrio se cumple que:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = 0$$

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

$$0.1W = 0.3(6)$$

$$W = 18 N$$

Empleamos la primera condición equilibro:

$$\Sigma \vec{F} = 0$$

$$T = 6 + W$$

$$T = 6 + 18$$

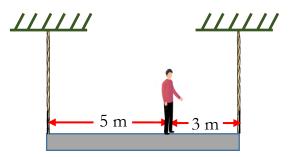
$$T = 24 N$$

Análisis de los resultados obtenidos:

Los resultados obtenidos tienen sentido físico y se ajustan a las condiciones y limitaciones establecidas en el problema.

2. En la figura se muestra una viga homogénea con un peso de 800 N que se encuentra sostenida por dos cables. Si encima de la viga se encuentra una persona cuyo peso es de 600 N, calcular la tensión en cada uno de los cables que sostienen la viga.

https://youtu.be/-hDGwfYv3dk



Solución

Identificación de datos y sus unidades de medida:

Peso de la viga: 800 N Peso de la persona: 600 N

Distancia desde la tensión de la

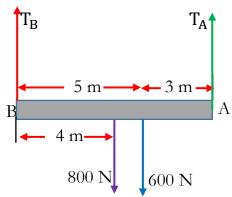
derecha hasta la persona: 3 m

Distancia desde la tensión de la derecha hasta el centro de gravedad

de la viga: 4 m

Representación gráfica del problema:

Realizando el DCL



Identificación de la ecuación física adecuada:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = 0$$

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

$$600(3) + 800((5+3)/2) = T_B(5+3)$$

$$T_B = 625 \text{ N}$$

Por la primera condición de equilibrio para la tensión en el cable B es:

$$\Sigma \vec{F} = 0$$

 $T_A + T_B = 600 \text{N} + 800 \text{N}$
 $T_A + 625 \text{ N} = 600 \text{N} + 800 \text{N}$
 $T_A = 775 \text{ N}$

Análisis de los resultados obtenidos:

Los resultados obtenidos tienen sentido físico y se ajustan a las condiciones y limitaciones establecidas en el problema.

- **3.** Determine el coeficiente de rozamiento entre el piso y la barra homogénea de 7 kg. Si ésta se encuentra a punto de deslizar (g=10 m/s²).
 - https://youtu.be/xva3mdXxtyM

Solución

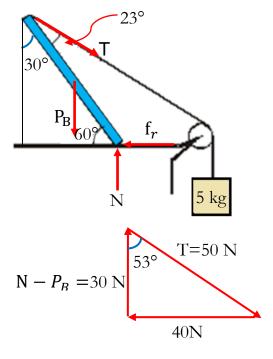
Identificación de datos y sus unidades de medida:

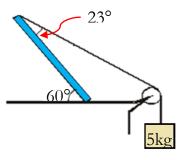
Masa de la barra:7 kg.

Coeficiente de rozamiento: ?

Representación gráfica del problema:

Un diagrama de cuerpo libre que muestra la barra homogénea con todas las fuerzas que actúan sobre ella.





Iden-

tificación de la ecuación física adecuada:

Utilizaremos la ecuación que relaciona la fuerza de rozamiento con el coeficiente de rozamiento y la normal:

$$f_r = \mu N \dots \dots (1)$$

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

$$f_r = \mu N \dots (1)$$

Reemplazado los datos en la ecuación (1)

Del triángulo se obtiene los datos

$$f_r = \mu(P_B + 30)$$

$$40 = \mu(70 + 30)$$

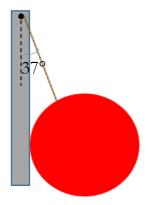
$$\mu = 0.4$$

Análisis de los resultados obtenidos:

El coeficiente de rozamiento entre el piso y la barra homogénea es aproximadamente 0.3333.

Problemas propuestos

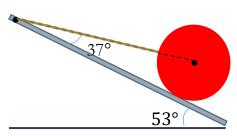
1. En la figura se presenta un sistema en equilibrio compuesto por una esfera homogénea de 100 kg de masa, una cuerda y una pared. Determinar la tensión en la cuerda y la reacción de la pared en el sistema.



- A) 100 N; 125 N
- B) 1250 N; 750 N
- C) 1300 N; 1350 N
- D) 1400 N; 1450 N
- E)1480 N; 150 N

https://youtu.be/PS6K9-vdcwY

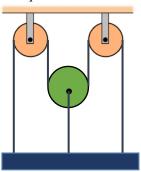
2. Se tiene una esfera con un peso de 10N como se muestra en la figura. Calcular la tensión en la cuerda y la fuerza de reacción del plano sobre la esfera.



- A) 8 N; 14 N
- B) 11 N; 14 N
- C) 13 N; 7 N
- D) 10 N; 12 N
- E) 6 N; 16 N

https://youtu.be/QCf067jhKNg

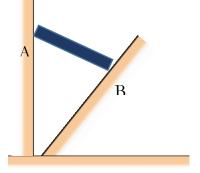
3. Dado un bloque de 30 N de peso en equilibrio, sostenido por una cuerda que pasa por tres poleas de 6 N de peso cada una, determinar la tensión en la cuerda grande que sostiene el bloque.



- A) 9 N B) 10 N C) 12 N
- D) 13 N E) 14 N

https://youtu.be/UF6zIpX7aeE

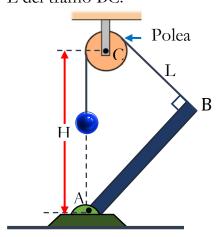
4. En la figura se presenta una barra AB de peso 12 N en equilibrio apoyada en una pared vertical y un plano inclinado liso. Se busca determinar la fuerza de reacción en el apoyo B, si se sabe que la fuerza de reacción en el apoyo A es de 5 N.



A) 10 N B) 12 N C) 13 N D) 15 N E) 16 N

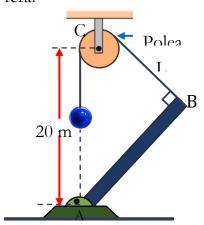
https://youtu.be/w7WH31mMRhw

5. Se tiene una tabla uniforme AB de peso 30 N sostenida en equilibrio por un punto de apoyo en A y conectada en B a un peso de 15 N, como se muestra en la figura. Hallar la longitud L del tramo BC.



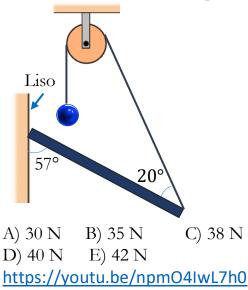
A) H/6 B) H/5 C) H/3 D) H/2 E) H https://youtu.be/i zQT51eQ3U

6. Se tiene una barra uniforme de 50 kg de masa y 12 m de longitud, en equilibrio mecánico, como se muestra en la figura. Calcular el peso de la esfera.

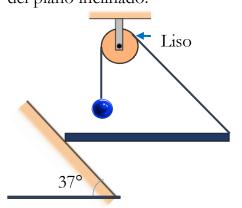


A) 100 N B) 150 N C) 180 N D) 200 N E) 250 N https://youtu.be/g9liAtFrmmM

7. Una barra homogénea de 4 kg en posición apoyada en una pared como se muestra en la figura. Determinar el módulo de la reacción de la pared.



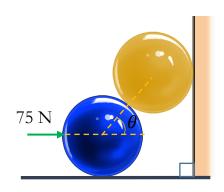
8. La figura muestra una barra de 10 kg en reposo, que se apoya en un plano inclinado liso y está unida a una cuerda. Hallar el valor de la tensión en la cuerda y la magnitud de la reacción del plano inclinado.



A) 40 N; 30 N B) 60 N; 80 N C) 70 N; 50 N D) 65 N; 45 N E) 80 N; 70 N

https://youtu.be/ygzzMULqysg

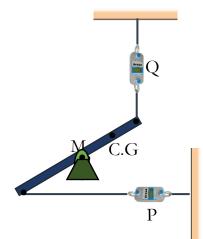
9. Se tienen dos esferas idénticas con un peso de 100 N cada una, colocadas sobre superficies lisas y en equilibrio entre sí, como se muestra en la figura. Calcular el ángulo θ.



- A) 37°
- B) 45°
- C) 53°
- D) 60°
- E) 75°

https://youtu.be/Ih-W b5fuoc

10. En la figura se muestra una barra de 20 kg en equilibrio mecánico. Si los dinamómetros "P" y "Q" indican 30 N y 160 N respectivamente, determinar el valor de la reacción en el punto "M".

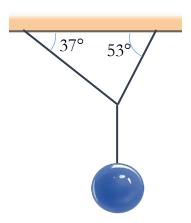


A) 30 N B) 35 N D) 45 N E) 50 N

https://youtu.be/0IOcINIReZI

C) 40 N

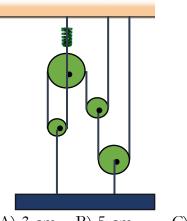
11. Se tiene un cuerpo de 50 kg de masa, suspendido del techo mediante dos cuerdas, como se muestra en la figura. Se desea determinar el valor de la tensión en cada una de ellas.



- A) 150 N; 180 N B) 200 N; 260 N
- C) 250 N; 310 N D) 300 N; 400 N
- E) 410 N; 450 N

https://youtu.be/40AInYfIXoU

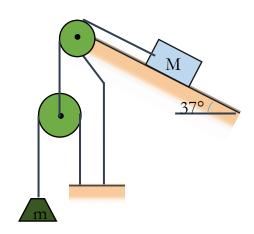
12. Se tiene un sistema conformado por 4 poleas ingrávidas, un resorte y un tablón de masa 40 kg, tal como se muestra en la figura. Si la rigidez del resorte es de 40 N/cm, calcular su deformación.



- A) 3 cm 1
- B) 5 cm
- C) 6 cm
- D) 7 cm E) 8 cm

https://youtu.be/krtZISsZ2fY

13. Un bloque "M" apoyado en un plano inclinado y suspendido mediante una cuerda que pasa por una polea de 20 N de peso, tal como se muestra en la figura. Si se sabe que el sistema está en equilibrio y el bloque recibe una reacción de 160 N, ¿cuál es la masa "m" del bloque?



A) 3 Kg B) 4 Kg C) 5 Kg D) 6 Kg E) 7 Kg https://youtu.be/r2LK5QOZLZU

14. Determinar la posición en la que se debe colocar un bloque de 50 N sobre una barra de 2 m de longitud y 70 N de peso, sostenida horizontalmente por un niño y un adulto en los extremos, tal como se muestra en la figura. Si el esfuerzo del adulto es el doble que el del niño, calcular la distancia desde el adulto hasta el bloque.



A) 0,2 m B) 0.3 m C) 0.4 m D) 0.5 m E) 0.6 m https://youtu.be/2rKbtWW7T-U

15. Se dispone de una palanca de primer género con brazo de fuerza de 90 cm y brazo de resistencia de 20 cm. Se desea conocer el peso máximo que se puede levantar con esta palanca si se aplica una fuerza de 450 N.

A) 1560 N

B) 1800 N

C) 200 N

D) 2025 N

E) 2350 N

https://youtu.be/-pYJ-sVLAfw

16. Se dispone de una palanca de segundo género con una longitud de 1,20 m. Si un peso de 160 N se encuentra colocado a 30 cm del punto de apoyo de la palanca, ¿qué fuerza se debe aplicar en el otro extremo para lograr el equilibrio?

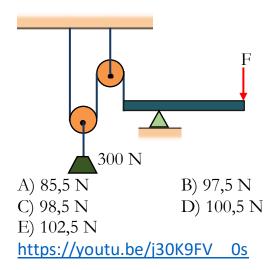
A) 20 N B) 30 N

C) 40 N

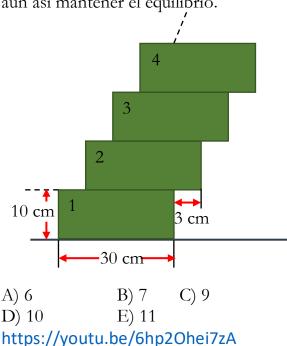
D) 45 N E) 50 N

https://youtu.be/tjawEbl0B98

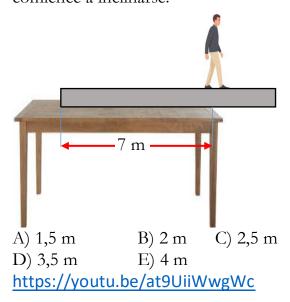
17. Se tiene una barra de peso 15 N, apoyada en su parte inferior y sostenida por una cuerda que pasa por dos poleas sin fricción en uno de sus extremos, tal como se muestra en la figura. Si la barra permanece horizontal y la distancia desde el punto de apoyo hasta la fuerza F que se aplica en el otro extremo representa el 60% de la longitud total de la barra; ¿Cuál debe ser el valor de la fuerza F para que se cumpla esta condición?



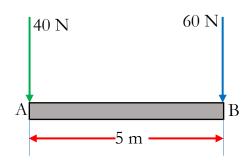
18. Se tienen varios ladrillos del mismo tamaño y se colocan uno encima del otro en un patrón que se muestra en la figura. Si los ladrillos luego de colocarlos quedan pegados, determinar el número máximo de ladrillos que se pueden apilar en esta configuración y aun así mantener el equilibrio.



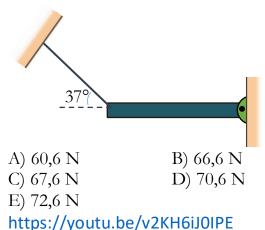
- 19. Se tiene una palanca de tercer género con brazo de fuerza y brazo de resistencia, cuyas longitudes suman 20 cm. Se sabe que la ventaja mecánica de la palanca es de 1/3, determinar la longitud de la palanca.
 - A) 15 cm B) 18 cm C) 20 cm D) 22 cm E) 24 cm https://youtu.be/CGVPLcCHLoE
- 20. Una barra horizontal homogénea de 1000 N de peso y longitud 10 m se encuentra apoyada en el borde de un piso, como se muestra en la figura. Determinar a qué distancia desde el borde debe avanzar una persona 800 N de peso, antes de que la barra comience a inclinarse.



21. La figura muestra una barra AB de longitud 5 metros que es ingrávida. ¿A qué distancia del punto A se debe colocar un apoyo fijo para establecer el equilibrio de la barra?

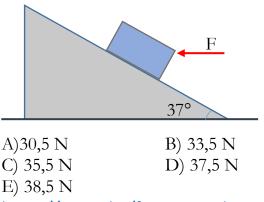


- A) 3 m
- B) 3,2 m
- C) 3,5 m
- D) 3,8 m E) 4 m
- https://youtu.be/iFE8etJ y-E
- 22. Se tiene una barra homogénea de 80 N de peso, la cual se encuentra en equilibrio apoyada en un extremo sobre un pasador y en el otro extremo está sujeta a una cuerda que forma un ángulo de 37° con la horizontal, tal como se muestra en la figura. Si la barra se mantiene en equilibrio, determina la tensión en la cuerda.

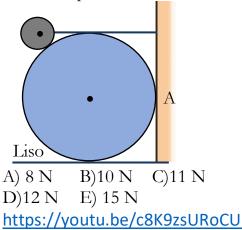


23. En la figura se muestra un bloque de 50 N de peso que se encuentra sobre un plano inclinado que forma un ángulo de 37° con la horizontal. Se desea encontrar la fuerza horizontal F necesaria para mover el bloque hacia

arriba del plano inclinado con velocidad constante.

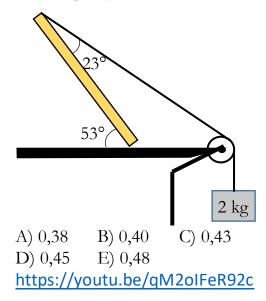


- https://youtu.be/fw e6qr5 ds
- 24. En la figura se muestra un sistema compuesto por dos esferas: una esfera grande de masa de 5 kg y radio de R = 4r, y una esfera pequeña 2 kg de masa y radio r. Si el sistema se encuentra en equilibrio, determinar la reacción en el punto A.

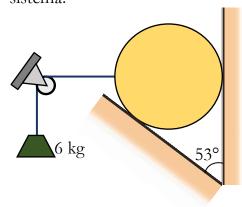


25. En la figura se muestra una barra homogénea de 3 kg, la cual se encuentra apoyada en un plano horizontal en uno de sus extremos, mientras que en el otro extremo se sostiene mediante un cable que pasa por una polea y se conecta a un bloque de masa 2 kg. Si el sistema se encuentra en reposo y la

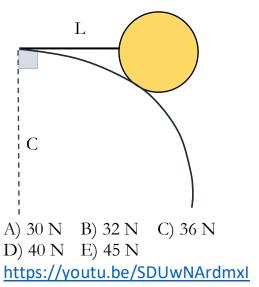
barra está a punto de deslizar, determinar el coeficiente de rozamiento entre el piso y la barra.



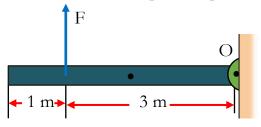
26. En la figura se muestra una esfera que está en reposo apoyada sobre un plano inclinado. Si la esfera está sujeta a un cuerpo de 6 kg de masa mediante una cuerda que pasa por una polea sin rozamiento y además no presenta contacto con el plano vertical, encontrar la masa necesaria que debe tener la esfera para lograr el equilibrio del sistema.



A) 6 kg B) 8 kg C) 9 kg D) 10 kg E)12 kg https://youtu.be/oHAEwVzRl1k 27. Se tiene una bola de radio r y de 4 kg masa, el cual se encuentra retenida en una esfera inmóvil de radio R, mediante un hilo imponderable de longitud L y sujeta un punto superior de la esfera C, tal como se muestra en la figura. Si no hay puntos de contacto entre el hilo y la esfera, despreciando todo tipo de fricción y considerando la longitud L de la cuerda igual a la mitad del radio R de la esfera, hallar el valor de la tensión en el hilo.

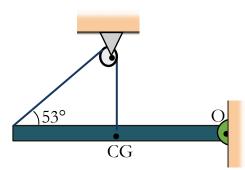


28. A una barra de 30 N de peso y 4 m de longitud se le aplica una fuerza vertical de 25 N, tal como se muestra en la figura; determinar el valor del momento resultante respecto al punto O.



A) -8Nm B) -10 Nm C) -12 Nm D) 15 Nm E) -15 Nm https://youtu.be/b1hBBzl0RJ0

29. Una barra homogénea de 13 kg masa, la cual se encuentra en equilibrio gracias a un punto de apoyo pasador y una cuerda que pasa a través de una polea, tal como se muestra en la figura. Determinar el módulo de la tensión en la cuerda.

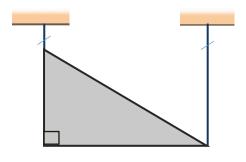


A) 30 N B) 40 N C) 50 N D) 56 N E) 60 N https://youtu.be/ynBqEd UrRI

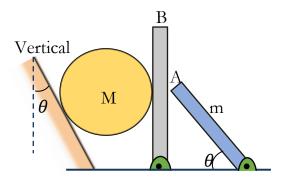
- **30.** Un bloque es arrastrado hacia la derecha a velocidad constante, y para ello se aplica una fuerza de 10 N que forma un ángulo de 30° respecto a la horizontal. Si el coeficiente de rozamiento entre el bloque y la superficie es de 0,50; determinar el peso del bloque.
 - A) 16,32 N
- B) 18,32 N
- C) 20,32 N
- D) 22,32 N
- E) 24,32 N

https://youtu.be/b_VvqkZIjf0

31. Se tiene una placa homogénea de 60 N en equilibrio, la cual está sometida a la acción de dos cuerdas, tal como se muestra en la figura. Determinar el módulo de la fuerza ejercida por la cuerda de la izquierda sobre la placa.



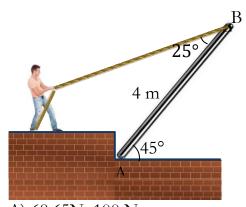
- A) 40 N B) 45 N C) 50 N D) 55 N E) 60 N https://youtu.be/KcH2DmgZ 9U
- 32. Se tienen dos barras homogéneas, denominadas "A" y "B", tal como se muestra en la figura. Si no hay presencia de fricción en el sistema, determinar la relación entre m y M para que la barra "B" se mantenga en posición vertical.



- A) 1D) 4
- B) 2E) 5
- C) 3

https://youtu.be/Xr9r41b8LY0

33. Un hombre está levantando una vigueta homogénea de 10 kg y longitud de 4 m, aplicando una fuerza a través de una cuerda. Calcular: (a) la tensión en la cuerda y la fuerza de reacción en A.



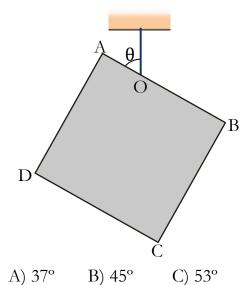
A) 68,65N; 100 N B) 75,45N; 105,25 N

C) 83,65 N; 111,35 N D) 83,65 N; 150,73 N

E) 93,65 N; 152,35N

https://youtu.be/Lz6Xe0Q7ynM

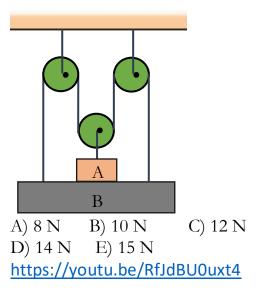
34. La figura presenta una placa cuadrada homogénea de lado L=0,8 m en posición de equilibrio. Si OA tiene una longitud de 0,1 m, determinar el ángulo θ que define la posición de equilibrio de la placa.



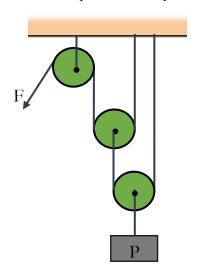
D) 60° E) 75°

https://youtu.be/ -CW8f4bS2U

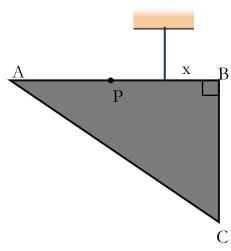
35. Se tiene un sistema en equilibrio conformado por dos bloques A y B, con masas de 6 kg y 4 kg respectivamente, los cuales se encuentran conectados por una cuerda que pasa por tres poleas idénticas. Si el peso de las poleas no se considera, calcular la fuerza con la que se comprimen los bloques.



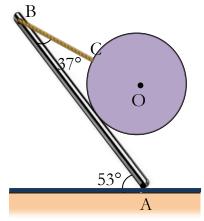
36. Se tiene un sistema en el cual un bloque de 5 kg de masa se encuentra en equilibrio gracias a la fuerza F de 20 N. Si las tres tienen el mismo peso, calcular el peso de las poleas.



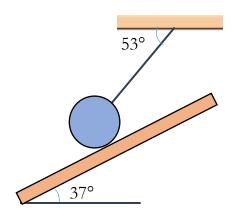
- A) 10 N B) 12 N C) 13 N D) 14 N E) 16 N https://youtu.be/pgKSGwgTHow
- 37. En la figura se presenta una lámina homogénea en equilibrio. Se requiere encontrar la posición x donde se debe sostener con un resorte para que AB permanezca horizontal. Se sabe que la mediana relativa a AB es CP, con una medida de 30 cm, y se tiene la condición de que CP es dos veces la medida de PA.



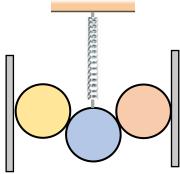
- A) 5 cm B) 10 cm C) 12 cm D) 14 cm E) 15 cm https://youtu.be/-7eOxUV23lg
- 38. En la figura se muestra una puerta de 60 N peso, rectangular, uniforme, homogénea y en equilibrio. Si se coloca sobre la puerta un cilindro homogéneo de radio de 15 cm, calcular el peso del cilindro. Para ello, se debe considerar que la cuerda BC mide 10 cm y la distancia entre los puntos A y B es de 30 cm.



- A) 60 N B) 70 N C) 80 N D) 90 N E) 100 N https://youtu.be/Al0ga8EUVtA
- **39.** Dado el peso de una esfera de 400 N, que se encuentra en equilibrio gracias a un plano inclinado y una cuerda, tal como se muestra en la figura. Determinar la suma de los módulos de la reacción en el plano inclinado y de la tensión en la cuerda.

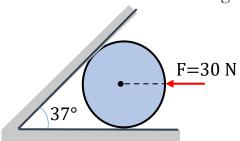


A) 250 N B) 450 N C) 500 N D) 600 N E) 750 N https://youtu.be/VVfZ- 8-9uQ **40.** En un sistema compuesto por tres esferas idénticas de 12 kg cada una, se desea conocer la deformación que experimenta un resorte con una constante k de 3600 N/m, considerando que el sistema se mantiene en equilibrio en la posición mostrada.



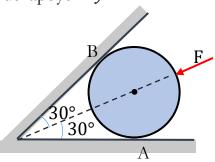
A) 0,1 m B) 0,15m C) 0,18 m D) 0,20 m E) 0,30 m https://youtu.be/QavH0z9xSto

41. Determinar la magnitud de la reacción ejercida por el piso horizontal sobre una esfera de 30 N que se encuentra en equilibrio gracias a una fuerza horizontal de 30 N, tal como se muestra en la imagen.



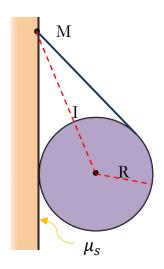
- A) 20 N B) 40 N C) 50 N D) 70 N E) 80 N https://youtu.be/yPU7RbjekU0
- **42.** Si la esfera mostrada en la figura es de 30 N, y el módulo de la fuerza F aplicada es de 50 N, determinar la

suma de los módulos de las reacciones del apoyo A y B.

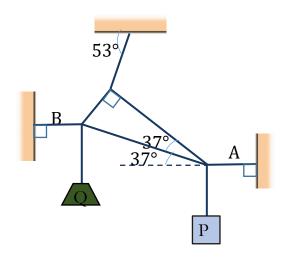


A) 20 N B) 50 N C) 80 N D) 120 N E)130 N https://youtu.be/f1PaQOPSzrk

43. La esfera homogénea de masa "m" se encuentra a punto de resbalar. Determine μs, (MI=R).

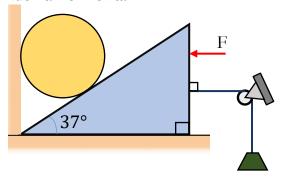


- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{6}$ E) $\sqrt{7}$ https://youtu.be/5snl19SZRdY
- 44. En el sistema mostrado, los bloques P y Q son de 70 N y 50 N respectivamente, determinar la diferencia entre los valores de las tensiones de las cuerdas horizontales B y A.



A) 100 N B) 200 N C) 250 N D) 30 N E) 90 N https://youtu.be/dq5-ol34NVQ

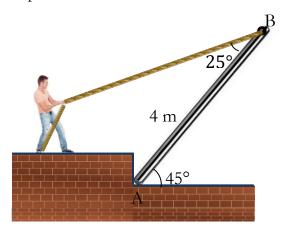
45. Una esfera homogénea de 8 kg que se encuentra en reposo sobre un plano inclinado liso de 4 kg, tal como se muestra en la figura. Si el bloque es de 5 kg, determinar el módulo de la fuerza horizontal F.



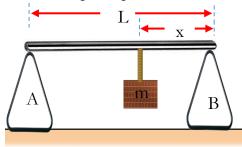
A) 110 N B) 120 N C) 130 N D) 135 N E) 140 N https://youtu.be/CZXQ9pgJC60

46. Un poste de alumbrado público de 2000 N de peso, ha comenzado a inclinarse gradualmente. Si para evitar que se caiga, un obrero sujeta el poste

con una cuerda, como se muestra en la figura, determinar la tensión que soporta la cuerda.

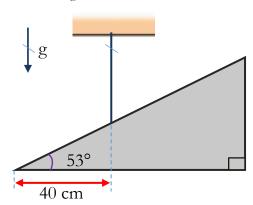


- A) 810,3 N
- B) 820,3 N
- C) 833,3 N
- D) 933,3 N
- E) 940,3 N https://youtu.be/p_pm5G3g-CM
- 47. Se tiene un objeto de masa "m" que está suspendido de una barra de longitud "L", los extremos de dicha barra están sobre los soportes A y B, tal como se visualiza en la figura. Se requiere que la fuerza de reacción en el soporte A sea "δ" veces la fuerza de reacción en el soporte B. Calcular el valor de x para que se de este suceso.



- A) $\frac{L}{\lambda+1}$ B) $\frac{1}{2\lambda}$
- $(1) \frac{1}{\lambda + 2}$
- https://youtu.be/YJO IBNq0pU

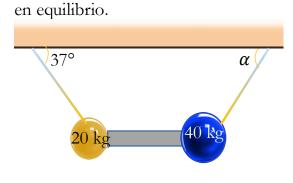
48. Una placa triangular homogénea se encuentra suspendida en una viga por medio de una cuerda uniforme, tal como se muestra en la figura. Calcular la tensión en dicha cuerda, sabiendo que la densidad superficial de la placa es 100 kg/m².



A) 100N B) 112N C) 240 N D) 130N E) 135N

https://youtu.be/6bhtNOscm1k

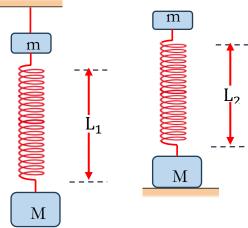
49. Dos esferas de masas 20 kg y 40 kg están suspendidas por cuerdas, tal como se muestra en la figura, si la barra MN es horizontal. Hallar α, sabiendo que el sistema se encuentra



A) 37° B) 45° C) 53° D) 56° E)60°

https://youtu.be/dmWp 52fqY4

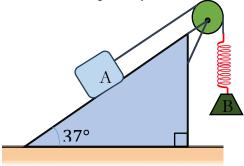
50. Un resorte une entre sí dos cuerpos cuyas masas respectivas son m y M. Si se cuelga desde un techo, la longitud del resorte de L_1 es de 40 cm, pero si se coloca sobre un soporte, la longitud del resorte L_2 es 20 cm. Determinar la longitud natural del resorte cuando las masas m y M son 2 kg y 8 kg respectivamente.



A) 18 cm B) 20 cm C) 22 cm D) 23 cm E) 24 cm

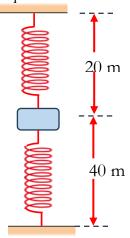
https://youtu.be/jDr4DpUT1UA

51. El sistema que se muestra en la figura está en equilibrio y no hay fricción, si el resorte sufre una deformación de 2 cm y la constante de rigides es 60 N/cm. Encontrar la diferencia de masa del bloque A y B.



A) 20 kg B) 12 kg C) 8 kg D) 5 kg E) 4 kg https://youtu.be/hXe7Lpt2qCY

52. Un resorte de 90 m de longitud y con constante elástica k = 30 N/cm, ha sido cortado en dos partes de 30 cm y 60 cm y colocados tal como se muestra en la figura. Si el bloque de 270 N es soltado lentamente, ¿cuál será la longitud final de cada resorte en el equilibrio?



A) 1 cm B) 2 cm C) 3 cm
D) 4 cm E) 5 cm
https://youtu.be/2ovtvySfkuU

Alternativas

	Michiativas								
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
В	D	Α	С	Е	D	Α	В	С	Е
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	В	С	Α	D	С	В	Е	Α	С
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Α	В	D	Е	С	В	Α	Е	С	D
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Α	В	D	С	В	Α	В	D	С	Α
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	Е	В	Е	Α	D	Α	С	D	Е
51	52								
С	В								

10 DINÁMICA

Definición

Es la parte de la mecánica que estudia el movimiento de los cuerpos desde el punto de vista de las causas que lo originan, es decir, las fuerzas que actúan sobre ellos, (Pérez Montiel, H., 2010).

Fuerza

Causa capaz de modificar el estado de reposo o movimiento de un cuerpo y viene formulada por la segunda ley de Newton: $\vec{F} = m\vec{a}$, (Pérez Montiel, H., 2010). En el Sistema Internacional de unidades, la fuerza se mide en Newton: 1 newton (N) es la fuerza que proporciona a un objeto de 1 kg de masa una aceleración de 1m/s^2 .

Masa

Es la propiedad de un cuerpo que especifica cuánta resistencia presenta al cambio de su velocidad, es decir que cuanto mayor sea la masa de un cuerpo menor es la aceleración bajo la acción de una fuerza aplicada y su unidad en el sistema internacional es el kilogramo.

Inercia

Es la resistencia que presentan los cuerpos a cambiar su estado de reposo o de movimiento, (Pérez Montiel, H., 2010). Ejemplo: Cuando Newton tomó dos objetos de diferentes masas y les aplicó la misma fuerza, se dio cuenta que el movimiento eran diferentes, es decir el de mayor masa se movía menos que el de menor masa.

Primera ley de newton o principio de inercia

Establece que todo objeto continúa en estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme, a no ser que sobre él actúen fuerzas que lo hagan cambiar dicho estado.

Segunda ley de newton o principio fundamental de la dinámica

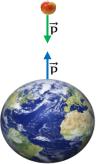
Establece que cuando un cuerpo se somete sucesivamente a varias fuerzas, adquiere aceleraciones proporcionales a la fuerza neta externa de su misma dirección y sentido. Esta relación se expresa mediante la fórmula $\vec{F}=m\vec{a}$, donde la constante de proporcionalidad es la masa del cuerpo.

Formas de cuantificar la masa

Masa inerte: Se define como la propiedad de ejercer una fuerza sobre una partícula para acelerarla, es decir, para variar su velocidad en magnitud o en dirección, (Pérez Montiel, H., 2010). Matemáticamente se representa de la manera siguiente:

$$\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \frac{F_3}{a_3} = \dots = m$$

Masa gravitacional: La masa gravitacional es la propiedad de la materia en virtud de la cual toda partícula ejerce una fuerza de atracción sobre cualquier otra partícula.



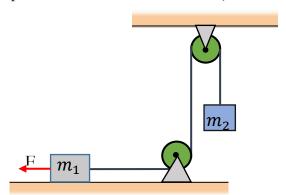
Diferencia entre peso y masa

Masa	Peso			
Magnitud Escalar	Magnitud Vectorial			
Propiedad de un Cuerpo	Interacción entre dos cuerpos			
Invariable con respecto a su posición	Varía con respecto a la posición relativa con otro cuerpo			
No tiene dirección ni sentido	Su dirección y sentido es hacia el centro de la tierra			
Se mide con una balanza	Se mide con un dinamómetro			
Unidades en el S.I.: Kilogramos	Unidades en el S.I.: Newton			

Fuente: Giancoli, D. C. (2008).

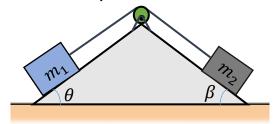
Movimientos dependientes

En física, los movimientos dependientes son aquellos en los que el movimiento de un objeto está relacionado con el movimiento de otro objeto al que está unido mediante algún dispositivo, como una cuerda o polea.



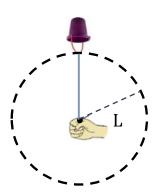
Relación entre dos cuerpos unidos por un cable

Cuando dos cuerpos están unidos por un cable o cuerda, se dice que están enlazados o conectados y si uno de los cuerpos se mueve con una aceleración, el otro también se moverá con una aceleración que está relacionada con la primera. La relación entre las aceleraciones de los cuerpos está determinada por las propiedades del cable y de los cuerpos, como su masa y su fricción.



Dinámica circular

Es la rama de la física que se ocupa del estudio de los movimientos circulares y de las fuerzas que los causan o los mantienen, es decir, es aquel en el que un objeto se mueve alrededor de un punto fijo con una trayectoria circular y se utiliza en muchas áreas de la física y la tecnología, como la mecánica de fluidos, la astronomía y la ingeniería.



Fuerza centrípeta

Es una fuerza que actúa sobre un objeto en movimiento circular, dirigida hacia el centro, el cual es necesaria para mantener al objeto en su trayectoria circular y es proporcionada por la tensión en una cuerda o por alguna otra fuerza, como la gravedad o la fuerza eléctrica y su magnitud depende de la masa del objeto y de la velocidad a la que se mueve en la trayectoria circular.

Fuerza centrífuga

Es una fuerza aparente que actúa sobre un objeto en movimiento circular, dirigida hacia afuera de la trayectoria, es decir, es la reacción de la fuerza centrípeta y es causada por la inercia del objeto. A pesar de su nombre, la fuerza centrífuga no es una fuerza real, sino una consecuencia del movimiento circular y cuando un objeto en movimiento circular se mueve con rapidez constante, la fuerza centrífuga forma un ángulo recto con la trayectoria del objeto (Alonso, M., & Finn, E. J., 2015).

Problemas resueltos

1. Un dinamómetro sostenido del techo de un vagón de tren que se desplaza por una curva con una velocidad constante de 30 m/s indica que el peso de una carga es de 650 N, mientras que su peso real es de 520 N. Se desea determinar el radio de curvatura de la línea férrea. No considerar la masa del dinamómetro. https://youtu.be/QtU7kmUwZK8

Solución

Identificación de datos y sus unidades de medida:

Velocidad del tren: 30 m/s Peso indicado por un dinamómetro:

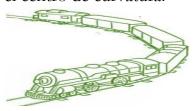
650 N

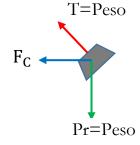
Peso real de la carga: 520 N

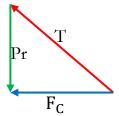
Determinar el radio de curvatura :?

Finalidad y representación gráfica

Al desplazarse por una curva, el tren está sometido a una fuerza centrípeta (Fc), que se dirige hacia el centro de curvatura.







Ecuación física a utilizar determinar lo solicitado en el problema

Utilizaremos la ecuación de la fuerza centrípeta la cual nos permitirá determinar el radio de curvatura.

$$F_C = \frac{\text{mv}^2}{R}$$

Reemplazado los datos en la ecuación precedente

Por el teorema de Pitágoras, calculamos la fuerza centrípeta:

$$T^{2} = F_{c}^{2} + P_{r}^{2}$$

$$F_{c}^{2} = T^{2} - P_{r}^{2}$$

$$F_{c} = \sqrt{650^{2} - 520^{2}}$$

$$F_{c} = 390N$$

Por teoría, la fuerza centrípeta:

$$F_c = \frac{\text{mv}^2}{R}$$

$$390 = \frac{\text{mv}^2}{R}$$

$$R = \frac{52 \times 30^2}{390}$$

$$R = 120 \text{m}$$

Análisis de los resultados obtenidos:

Después de haber utilizado conceptos físicos como la fuerza centrípeta llegamos a la conclusión que el radio de curvatura equivale a 120 m.

2. Un balde lleno de agua que gira en un plano vertical alrededor de un punto fijo atado a una cuerda de 2 m de longitud. Si se quiere evitar que se derrame una gota de agua, ¿Cuál debe ser la velocidad mínima que debe tener el balde?

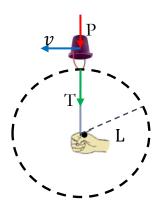
Solución

Comenzaré identificando los datos y sus unidades de medida:

Longitud de la cuerda: 2 metros (L) Masa del balde con agua: ?

Representación gráfica del fenómeno:

Realizamos el diagrama de cuerpo libre del balde en el punto más alto de trayectoria.



A continuación, identificar la ecuación física adecuada para resolver el problema:

Utilizaré la relación entre la tensión en la cuerda, la masa del balde, la velocidad de rotación y la longitud de la cuerda.

Para que el agua no caiga ni una gota, debe tener siempre la misma velocidad del balde, esto se explica por la inercia de la rotación. Bastaría un instante en que se pierda la rotación para que se derrame el agua.

Del D.C.L. tenemos:
$$F_c = T + mg$$

$$\frac{\text{mv}^2}{L} = T + \text{mg}$$

$$v = \sqrt{\frac{(T + \text{mg})L}{m}}.....(1)$$

Una vez identificada la ecuación física, realizaré los cálculos sustituyendo los datos proporcionados:

En la ecuación (1) la velocidad será mínima si la tensión es cero, ya que es lo único que puede variar en dicha ecuación.

$$v = \sqrt{\frac{(0+mg)L}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{mgL}{m}}$$

$$v = \sqrt{gL}$$

$$v = 4,472 \text{ m/s}$$

Análisis de los resultados obtenidos:

Los resultados obtenidos tienen sentido físico y se ajustan a las condiciones y limitaciones establecidas en el problema. **3.** Determinar el ángulo de inclinación que las alas de un avión deben tener con respecto a la horizontal para poder realizar un giro horizontal con un radio de 589,8 metros y una velocidad constante de 66 m/s, con el fin de aterrizar de manera segura en la pista de aterrizaje del aeropuerto de Jaén.

https://youtu.be/l4ZcQMjwRHg

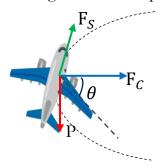
Solución

Comenzaré identificando los datos y sus unidades de medida:

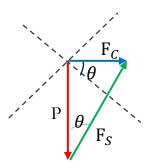
Radio de giro horizontal: 589,8 m Velocidad constante: 66 m/s

Representación gráfica del fenómeno:

El diagrama de cuerpo libre del avión.



Luego analizamos las fuerzas que actúan sobre el avión, al ser la fuerza centrípeta con el peso perpendicular formamos un triángulo rectángulo.



Como el avión describe un arco, este está afectado de una fuerza centrípeta que actúa horizontalmente, que es la resultante del peso del avión y de la fuerza de sustentación (F_s) de parte del aire. La fuerza de sustentación actúa perpendicularmente a sus alas del avión, y cuya resultante se ubica en el centro del avión.

A continuación, identificar la ecuación física adecuada para resolver el problema:

Utilizaré la relación entre la fuerza centrípeta, el peso del avión (P), la velocidad de giro (v) y el radio del giro (R).

La fuerza centrípeta es la resultante del peso del avión y la fuerza de sustentación (Fs) generada por las alas del avión.

$$tg\theta = \frac{F_c}{P}$$

$$tg\theta = \frac{mv^2/R}{mg} = \frac{v^2}{Rg}$$

Una vez identificada la ecuación física, realizaré los cálculos sustituyendo los datos proporcionados:

$$tg\theta = \frac{66^2}{589,8\,(10)}$$

$$\therefore \theta = 36,448^{\circ}$$

Análisis de los resultados obtenidos:

Los resultados obtenidos tienen sentido físico y se ajustan a las condiciones y limitaciones establecidas en el problema. **4.** En la figura se muestra un carrito que tiene incorporado una balanza, el cual marcó 6 kg cuando una persona baja sobre él por un plano inclinado de superficie lisa. Calcular la masa de la persona.



https://youtu.be/FiDHQ7Kk0RI

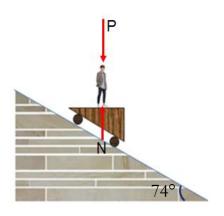
Identificación de datos con sus respectivas unidades de medida:

Masa que marca la balanza: 6 kg

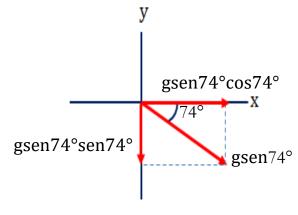
Ángulo del plano: 74°

Finalidad y representación gráfica:

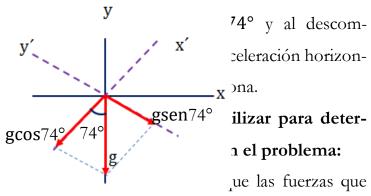
Realizando el diagrama de cuerpo libre para la persona y indicando el sentido de su aceleración se tiene



Solución



De la figura se puede afirmar que la persona baia por el plano inclinado con una



actúan en la persona solo son verticales, y

reemplazando la aceleración en esa dirección en la ecuación de la segunda ley de Newton se tiene:

$$\sum F_y = ma$$

$$P - N = ma \dots \dots (1)$$

Reemplazando los datos en la ecuación

(1)

$$mg - 6g = ma$$

$$mg - 6g = m(gsen^274^\circ)$$

$$m - msen^2 74^\circ = 6$$

$$m = \frac{6}{1 - sen^2 74^{\circ}}$$

$$m=76{,}53~kg$$

Problemas propuestos

1. Un trabajador necesita mover una caja de 40 kg a lo largo de un piso liso, y para ello aplica una fuerza constante de 20 N horizontalmente. ¿Cuál es la aceleración de la caja?

A) 0.1 m/s^2

B) 0.2 m/s^2

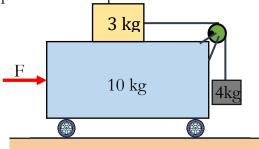
C) 0.3 m/s^2

D) 0.4 m/s^2

E) 0.5 m/s^2

https://youtu.be/SqSc-sSFWA4

2. En el sistema mostrado en la figura, se desea calcular la fuerza horizontal "F" necesaria para mantener los bloques fijos con respecto al carro. Considerar que todas las superficies, la rueda y la polea son completamente lisas.



A) 120,44 N

B) 130 N

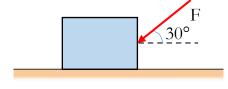
C) 140,45 N

D) 152 N

E) 226,67 N

https://youtu.be/EMgihPxmTel

3. Se tiene un bloque de 50 kg que es empujado por una fuerza que forma un ángulo de 30 grados con la horizontal, como se muestra en la figura. Si el bloque se mueve con una aceleración constante de 0,5 m/s² y el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el suelo es de 0,2, calcular el valor de la fuerza aplicada al bloque.



A)145,5 N

B) 150,6 N

C) 164,5 N

D) 170,5 N

E) 185,5 N

https://youtu.be/REVXQSvxsPE

4. Un trabajador está levantando un objeto de 8 kg hacia arriba con la ayuda de la cuerda. Si la tensión máxima de ruptura es 120 N, hallar la aceleración máxima que el trabajador puede aplicar al objeto para no romper la cuerda.

A) 1 m/s^2

B) 3 m/s^2

 $C) 4 \text{ m/s}^2$

D) 5 m/s^2

E) 7 m/s^2

https://youtu.be/0NdF_9O0rgE

5. Un tren de pasajeros consta de una locomotora y dos vagones. La masa de la locomotora es de 6000 kg y la de cada vagón es de 2000 kg. El tren sale de una estación con una aceleración de 0,5 m/s², determinar: a) La tensión en el enganche entre la locomotora y el primer vagón. b) La tensión en el enganche entre los vagones. c) La fuerza horizontal total que ejercen las ruedas de la locomotora sobre el riel.

A) 3000 N; 2000 N; 5000 N

B) 1500 N; 2500 N; 6500 N

C) 2000 N; 1000 N; 5000 N

D) 2500 N; 3500 N; 8500 N

E) 3000 N; 4500 N; 9500 N

https://youtu.be/nOFfvaacJ8c

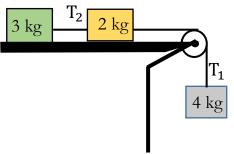
- 6. Si una persona con una masa de 75 kg se encuentra en un ascensor que está subiendo con una aceleración constante de 1 m/s², ¿cuál es la fuerza que el piso del ascensor ejerce sobre la persona?
 - A) 250 N
- B) 350 N
- C) 450 N
- D) 625 N
- E) 825 N

https://youtu.be/KnTjSXdiZlU

- 7. Un automóvil comienza a moverse desde el reposo y alcanza una velocidad de 108 km/h en 20 segundos. Si la masa del automóvil es de 1000 kg, determinar la aceleración del movimiento, y fuerza neta que actúa sobre el automóvil.
 - A) $1/2 \text{ m/s}^2$; 1200 N
 - B) 3/2 m/s²; 1500 N
 - \dot{C}) 5/3 m/s²; 1530 N
 - \dot{D}) 6/4 m/s²; 1639 N
 - E) $7/5 \text{ m/s}^2$; 1739 N

https://youtu.be/AsfllWdxlik

8. En el siguiente sistema, hay tres masas: 3 kg, 2 kg y 4 kg. Si la masa de 3 kg y la masa de 2 kg se encuentran apoyadas en un plano horizontal sin rozamiento, mientras que la masa de 2 kg y la masa de 4 kg están conectadas mediante un cable que pasa por una polea, calcular la aceleración del sistema y las tensiones en los cables.

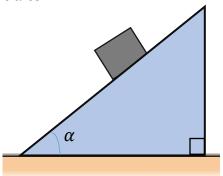


- A) 1,2 m/s2; 9,1 N; 11,2 N
- B) 1,35 m/s2; 10,1 N; 12,1 N
- C) 2,3 m/s2; 11,4 N; 14,3 N
- D) 3,42 m/s2; 12,2 N; 20,1 N
- E) 4,44 m/s2; 13,32 N; 22,2 N https://youtu.be/9RaG9oSBhol
- 9. Una camarera empuja un bloque de madera de 15 kg hacia la derecha sobre superficie plana horizontal una aplicando una fuerza. Luego, la camarera deja de aplicar la fuerza y el bloque sigue moviéndose hasta que se detiene después de recorrer 8 m debido a la fuerza de fricción constante ejercida por la superficie horizontal. Si en el instante que se deja de aplicar la fuerza el bloque tenía una velocidad de 2,8 m/s, ¿cuál es la magnitud de la fuerza de fricción que actúa sobre el bloque de madera?
 - A) 2,25 N
- B) 3,45 N
- C) 5,15 N
- D) 7,35 N
- E) 8,45 N

https://youtu.be/BLZW3hJZrEE

10. Encontrar el ángulo que forma un plano inclinado con la horizontal por el cual un bloque de 50 kg se desliza sin rozamiento, recorriendo 10 m en 2 s desde el reposo. Además, calcular el tiempo que tardaría otro cuerpo de

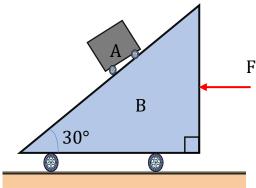
masa doble en recorrer la misma distancia con las mismas condiciones iniciales.



- A) 30°; 2 s
- B) 37°; 4 s
- C) 45°; 6 s
- D) 53°; 8 s
- E) 60°; 10s

https://youtu.be/gaJRYajm_YU

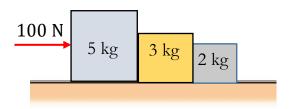
11. En un sistema compuesto por dos carros, el carro A de masa 22 kg se encuentra sobre el carro B de masa 68 kg. Si no existe ningún tipo de rozamiento, encontrar la magnitud de la fuerza "F" necesaria para mantener al carro A en equilibrio con respecto al carro B.



- A) $50\sqrt{3}$ N
- B) $100\sqrt{3}$ N
- C) $300\sqrt{3}$ N
- D) $400\sqrt{3}$ N
- E) $500\sqrt{3}$ N

https://youtu.be/FdQJUMEla7w

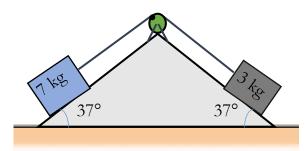
12. En un sistema compuesto por tres masas de 5 kg, 3 kg y 2 kg, las cuales se encuentran en contacto y apoyadas sobre un plano horizontal, sin rozamiento. Si se aplica una fuerza de 100N en la masa de 5 kg, tal como se muestra en la figura. Calcular la reacción que se produce entre las masas de 3 kg y 2 kg.



- A) 5 N
- B) 10 N
- C) 15 N
- D) 20 N E) 25 N

https://youtu.be/j kfNPsMkDk

13. El sistema representado en la figura, tiene una aceleración de 1,5 m/s². Si los coeficientes de rozamiento entre cada bloque y los planos inclinados son iguales, calcular el coeficiente de rozamiento cinético y la tensión en la cuerda.



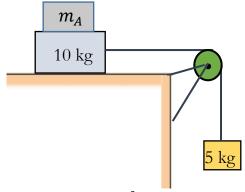
- A) 0,1120; 23,4 N
- B) 0,1125; 25,2 N
- C) 0,1240; 26,1 N
- D) 0,2314; 28,1 N
- E) 0,3213; 29,4 N

https://youtu.be/2QnWkF7rZjE

- 14. Una piedra de 2 kg se mueve con velocidad constante de 4 m/s en una trayectoria circular horizontal. Si se requiere aplicar una fuerza centrípeta de 90 N, determinar el módulo del radio de giro.
 - A) 0,21 m
- B) 0, 24 m
- C) 0,26 m
- D) 0,36m
- E) 0,38 m

https://youtu.be/9Y9gnI9wtzw

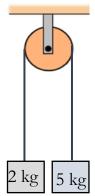
15. En el sistema mostrado en la figura, un bloque de masa m_A está en reposo sobre una masa de 10 kg, y está conectada mediante una cuerda a otra masa de 5 kg. Si no hay fricción en la polea ni entre la masa de 10 kg y la superficie sobre la que se encuentra, y el coeficiente de fricción estático entre los bloques de masa m_A y 10 kg es 0,2, determinar la masa mínima de mA necesaria para evitar que la masa de 10 kg se mueva y la aceleración del sistema si se quita el bloque m_A del bloque de 10 kg.



- A) 25 kg; $3,33 \text{ m/s}^2$
- B) 26 kg; 4.2 m/s^2
- C) 28 kg; 4.5 m/s^2
- D) 30 kg; 5 m/s^2
- E) 35 kg; 6.5 m/s^2

https://youtu.be/E8Vc0wmPMss

16. Se tienen dos masas de 2 kg y 5 kg colgando de los extremos de una cuerda que pasa por una polea de masa y rozamiento despreciables. Si las masas se encuentran inicialmente al mismo nivel, determinar la aceleración con la que se mueve el sistema y la tensión de la cuerda.



- A) $1,2 \text{ m/s}^2$; 24 N
- B) $2,3 \text{ m/s}^2$; 25,1 N
- C) 3 m/s^2 ; 26 N
- D) 3,4 m/s²; 27,1 N
- E) $4,29 \text{ m/s}^2$; 28,58 N

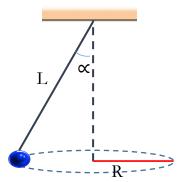
https://youtu.be/D2GV8IOHI0w

17. En una clase de física general, el profesor les pidió a sus alumnos encontrar la aceleración "a" de un sistema formado por 3 masas m₁= 1 kg, m₂ = 3 kg y m₃ = 6 kg; además les mencionó que no hay fuerza de rozamiento entre las poleas y la cuerda que mantenía unidas a las 3 masas tal como se muestra en la siguiente figura.

- A) $5 m/s^2$
- B) $7 m/s^2$
- C) $8 \, m/s^2$
- D) $9 \, m/s^2$
- E) $10m/s^2$

https://youtu.be/tty8uqlMst0

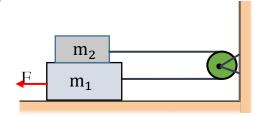
18. Se tiene una masa de 2 kg sujeta a una cuerda de longitud "L" que gira en un círculo horizontal de radio 2 m con rapidez constante √20 m/s, tal como se muestra en la figura. Hallar la tensión en este caso.



- A) $15\sqrt{2}$ N
- B) $20\sqrt{2}$ N
- C) $25\sqrt{3}$ N
- D) $35\sqrt{2}$ N
- E) 20 N

https://youtu.be/hKAP8CMbhxA

19. Se tiene un dispositivo con dos masas, m₁ y m₂, unidad por una cuerda que pasa por una polea sin masa y rozamiento despreciable, tal como se muestra en la figura. Si el coeficiente de fricción estático entre m₁ y el plano de apoyo es de 1 y entre m₁ y m₂ es de 2, determinar el valor mínimo de F para iniciar el movimiento.

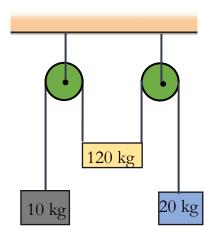


A) g
$$[2m_2\mu_2 + (m_1 + m_2)\mu_1]$$

- B) g [2 $m_2 \mu_2$ $(m_1 + m_2) \mu_1$]
- C) g [2 $m_1 \mu_1 + (m_1 m_2) \mu_2$]
- D) g $[m_2 \mu_1 + (m_1 + m_2) \mu_2]$
- E) g [2 $m_2 \mu_2$ (2 m_2) μ_1]

https://youtu.be/H6JqJDg s-Y

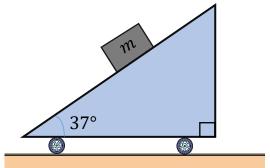
20. Determinar la aceleración del sistema compuesto por dos poleas y tres bloques de masa 10 kg, 120 kg y 20 kg, según se muestra en la figura.



- A) 5 m/s^2
- B) 6 m/s^2
- C) 10 m/s^2
- D) 12 m/s^2
- E) 14 m/s^2

https://youtu.be/wOa WWTWI5M

21. Calcular la aceleración que debe aplicarse al plano inclinado que se muestra en figura, para que un bloque de masa "m" tenga un movimiento similar al de caída libre. Desprecie todo tipo de rozamiento.



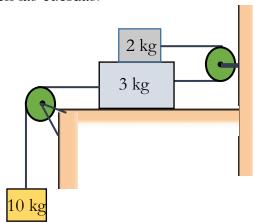
- A) $7,5 \text{ m/s}^2$
- B) 10 m/s^2
- C) $12,5 \text{ m/s}^2$
- D) 13.5 m/s^2
- E) $15,5 \text{ m/s}^2$

https://youtu.be/CP6R0rz5uX8

- 22. Una persona está parada en una balanza dentro de un ascensor que inicialmente se mueve hacia abajo a velocidad constante y la balanza indica un peso de 800 N. Si el ascensor comienza a acelerar hacia abajo a 5 m/s². ¿Cuál será la lectura de la balanza?
 - A) 450 N
- B) 600 N
- C) 750 N
- D) 900 N
- E) 1200 N

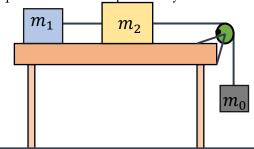
https://youtu.be/SnwzloF9fDg

23. Tenemos un sistema de tres bloques de masas 2 kg, 3 kg y 10 kg conectados por dos cuerdas que pasan por dos poleas sin fricción, tal como se muestra en la figura. El sistema se encuentra en reposo y se libera. Si el coeficiente de fricción cinético entre los bloques de 2 kg y 3 kg es 0,3. Determinar la aceleración de cada bloque y la tensión en las cuerdas.



- A) 5,86 m/s²; 41,4 N; 17,72 N
- B) 6,36 m/s²; 45,2 N; 12,29 N
- C) 7,32 m/s²; 52,1 N; 13,54 N

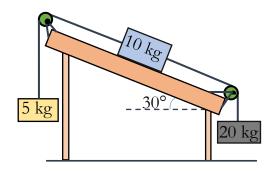
- D) 8,27 m/s²; 55,2 N; 14,56 N
- E) 9,74 m/s²; 60,31 N; 15,87 N https://youtu.be/qAblgbJm9sY
- 24. En la figura dada, se tienen dos bloques m₁ y m₂ unidos por una cuerda que pasa por una polea sin masa ni fricción. El bloque m₁ y m₂ se encuentra en un plano con coeficiente de rozamiento μ. Se pide calcular la aceleración del bloque m₀ que cuelga libremente y la tensión en la cuerda que une los bloques m₁ y m₂.



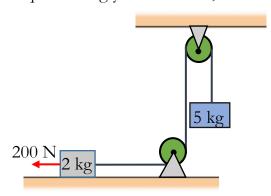
- A) $\frac{g(\mu m2 + \mu m1 m0)}{-m1 m2 m0}$; $m2a + \mu m1g$
- B) $\frac{g(\mu m1 + \mu m0 m2)}{-m0 m1 m2}$; $m1a + \mu m3g$
- C) $\frac{g(\mu m0 + \mu m2 m1)}{-m1 m2 m0}$; $m1a + \mu m2g$
- D) $\frac{g(\mu m2 + \mu m0 m1)}{-m0 m1 m2}$; $m2a + \mu m2g$
- E) $\frac{g(\mu m1 + \mu m2 m0)}{-m0 m2 m1}$; $m1a + \mu m1g$

https://youtu.be/pls66TQJF0c

25. En la figura se muestra un sistema en el que se tiene una masa de 10 kg conectada por medio de cuerdas a dos masas, tal como se muestra. Asumir que la polea y el cable tienen masas despreciables. Se conoce que el coeficiente de rozamiento entre la masa de 10 kg y el plano es 0,2. Calcular la aceleración del sistema y las tensiones en las cuerdas.



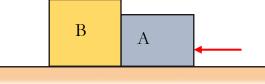
- A) 1,26 m/s²; 21,2 N; 32,1 N
- B) 2,51 m/s²; 30,3 N; 43,75 N
- C) 5,21 m/s²; 76,05 N; 95,8 N
- D) 6,76 m/s²; 81,2 N; 98,91 N
- E) 7,34 m/s²; 94,2 N; 100,63 N https://youtu.be/eY2rEsbgVjU
- 26. Se desea calcular la aceleración de dos bloques que se encuentran conectados por una cuerda que pasa por una polea, y la tensión en dicha cuerda. El coeficiente de rozamiento entre el bloque de 2 kg y el suelo es 0,2.



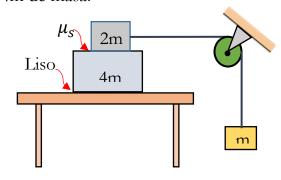
- A) $17,2 \text{ m/s}^2$
- B) 20.8 m/s^2
- C) $25,7 \text{ m/s}^2$
- \dot{D}) 27,1 m/s²
- E) $28,5 \text{ m/s}^2$

https://youtu.be/l2dfFRCib3k

27. En la figura se observa dos bloques que se encuentran apoyados uno contra el otro sobre una superficie horizontal sin rozamiento, se sabe que el bloque A tiene una masa de 10 kg y el bloque B una masa de 15 kg. Si al bloque A se le aplica una fuerza horizontal de 30 N, determinar: a) La aceleración del sistema, b) Las fuerzas de interacción entre ambos bloques y c) Resolver las mismas cuestiones para el caso en el que el coeficiente de rozamiento con el suelo sea 0,2.



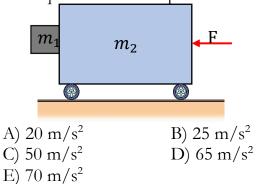
- A) 1,2 m/s²; 18 N y -0,8 m/s²; 18 N
- B) 1,6 m/s²; 16 N y -1,2 m/s²; 20 N
- C) 2 m/s^2 ; $25 \text{ N y} -1.6 \text{ m/s}^2$; 30 N
- D) $2,4 \text{ m/s}^2$; $30 \text{ N y} -1,8 \text{ m/s}^2$; 40 N
- E) 2,8 m/s²; 45 N y -2,1 m/s²; 55 N
- https://youtu.be/1iTBQFyQ7BI
- 28. En un sistema compuesto por tres bloques de masas m, 2m y 4m, el bloque de masa m y 2m están conectados por un cable que pasa por una polea, tal como se muestra en la figura. Determinar el coeficiente de rozamiento estático entre los bloques 2m y 4m de masa.



- A) 0,1
- B) 0,2
- C) 0,25
- D) 0,3
- E) 0.5

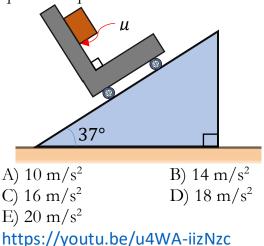
https://youtu.be/t9byFJuslpU

29. Una fuerza horizontal actúa sobre un coche que se mueve en línea recta, tal como se muestra en la figura. Si el coeficiente de fricción estático entre el carro y el bloque es de 0,2, determine la aceleración mínima para evitar que el bloque se resbale respecto al coche.

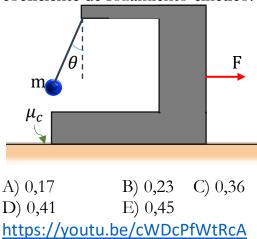


https://youtu.be/zXCxPvHGCOQ

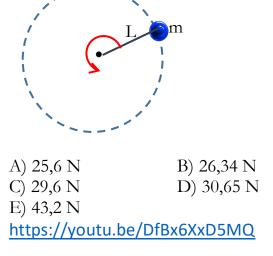
30. Un coche está subiendo por una pendiente empinada y lleva un bloque apoyado en la parte trasera, tal como se muestra. Se sabe que el bloque está a punto de resbalar respecto al coche durante el movimiento ascendente. El coeficiente de rozamiento estático entre el bloque y el coche es de 0,5, determinar la aceleración del coche con la que debe subir por la pendiente para que el bloque no resbale.



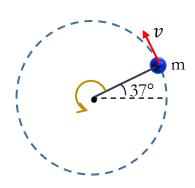
31. Un bloque de 48 kg lleva una pequeña esfera de 2 kg atada a una cuerda que forma un ángulo de 37° con la vertical, tal como se muestra en la figura. Si aplicamos una fuerza horizontal de 600 N sobre el bloque, ¿cuál es es el coeficiente de rozamiento cinético?



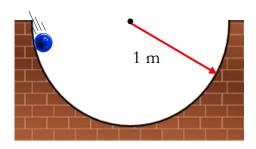
32. Una piedra de 3 kg de masa está unida a una cuerda de 2 metros de largo y está girando uniformemente en un plano horizontal. Si el tiempo que tarda en dar una vuelta completa es de 3 s, determinar la fuerza centrípeta que experimenta la piedra mientras gira.



33. Un objeto de 5 kg se mueve en un arco de circunferencia de 4 m de radio. En la posición actual, el objeto tiene una velocidad de 8 m/s y está sostenido por una cuerda. ¿Cuál es la fuerza de tensión en la cuerda que sostiene el objeto?



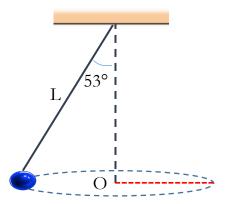
- A) 10 N B) 25 N C) 50 N D) 95 N E) 150 N
- https://youtu.be/MiSwr1CgkJQ
- 34. Una pelota de 2 kg se encuentra rodando por una superficie curva, en la parte más baja de la curva la pelota ejerce una fuerza normal de 40N sobre la superficie. Determine la rapidez de la pelota en ese instante.



- A) 2,2 m/s
- B) 3,16 m/s
- C) 5 m/s
- D) 6.3 m/s
- E) 7,07 m/s

https://youtu.be/QWpEuVVp7ic

35. Una bola de 3 kg está siendo girada en un plano horizontal a través de una cuerda atada al techo, tal como se muestra. ¿Cuál es el valor de la fuerza centrípeta sobre esta, si se mueve con una velocidad angular constante?



- A) 10 N
- B) 20N
- C) 30 N
- Ď) 40 N
- E) 60 N

https://youtu.be/KSRILknCktY

- 36. Un balde lleno de agua está atado a una cuerda de 2,5 metros de largo y gira en un plano vertical. Si el otro extremo de la cuerda está sujeto a una varilla que gira en un mismo punto y sobre su propio eje, determine la velocidad angular mínima que debe tener el balde para evitar que el agua se derrame.
 - A) 1,7 rad/s
- B) 1,9 rad/s
- C) 2 rad/s
- D) 4,2 rad/s
- E) 5 rad/s

https://youtu.be/CWayOB DIC8

37. Una piedra de 5 kg se encuentra atada a una cuerda y se mueve en círculos horizontales con velocidad constante de 6 m/s. Se sabe que se requiere una fuerza centrípeta de 180 N para mantener el movimiento circular. ¿Cuál es

el radio de la trayectoria circular de la piedra?

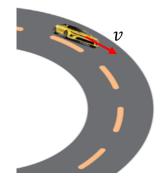
- A) 1 m B) 3 m C) 5 m
- D) 7 m E) 9 m

https://youtu.be/sRA1nvO8-nM

38. Una pelota de 2 kg se encuentra colgada de un hilo y está oscilando, mientras que una resistencia del aire de 8 N actúa sobre ella. Para medir fuerzas se utiliza un dinamómetro el cual indica una fuerza de 20 N, para el instante que se muestra. ¿Cuál es el valor de la fuerza centrípeta?



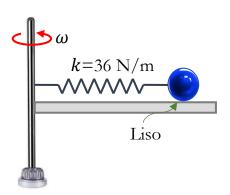
- A) 2N B) 4 N C) 6 N D) 8 N E) 10 N https://youtu.be/49i1xvn9kjA
- 39. Un carro de 1500 kg se mueve en una carretera horizontal y se aproxima a una curva de radio de 35 m, en donde el conductor debe asegurarse de que el carro no se deslice mientras toma la curva. Si el coeficiente de fricción estático entre las llantas y el pavimento seco es de 0,5, determine la velocidad máxima que el conductor debe aplicar al carro para tomar la curva con éxito.



- A) 11,2 m/s B) 12,3 m/s
- C) 13,2 m/s D) 14,5 m/s E) 16,7 m/s

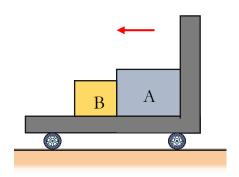
https://youtu.be/w8yZ9QOx1-Q

40. Se tiene una esfera de 200 g sujeta a un resorte de 80 cm de longitud tal como se muestra. Si comienza a girar la varilla vertical con una velocidad angular de 6 rad/s. ¿Cuánto se estira el resorte?



- A) 0,2 m B) 0,4 m C) 0,6 m D) 0,8 m E) 1 m https://youtu.be/wFGzbJweaYg
- 41. Un carro se mueve hacia la izquierda con una aceleración constante de 2 m/s², en la parte superior del carro hay dos cajas con una masa de 4 kg cada una, ambas cajas están en contacto, tal como se muestra en la figura. Si no hay fuerza de fricción, determinar la fuerza

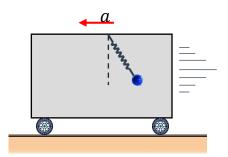
de contacto que existe entre las dos cajas.



- A) 10 N
- B) 12 N
- C) 16 N
- D) 08 N
- E) 20 N

https://youtu.be/hgjag33dzco

42. Un automóvil está equipado con un dispositivo para transportar objetos frágiles, consistente en una esfera de 5 kg unida a un resorte de constante elástica K=26 N/cm. Si el automóvil tiene una aceleración de 24 *m/s*², ¿cuál será la deformación del resorte en la posición mostrada?



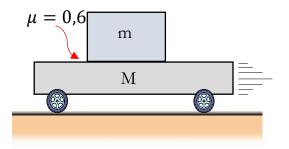
- A) 1 cm B) 2 cm C) 4 cm D) 5 cm E) 8 cm https://youtu.be/fOXINipGc98
- 43. Un trabajador está arrastrando un objeto pesado de 10 kg sobre el piso de una fábrica que tiene una fuerza de rozamiento de 50 N, lo que dificulta su movimiento. Si el trabajador está

aplicando una fuerza paralela al desplazamiento de 90 N sobre el objeto mediante una cuerda para intentar moverlo, determinar la aceleración del objeto.

- A) 2 m/s^2
- B) 4 m/s^2
- C) 6 m/s^2
- D) 8 m/s^2
- E) 10 m/s^2

https://youtu.be/Zx4ipKaGIPQ

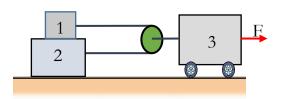
44. Se tiene un bloque apoyado sobre una plataforma con llantas, tal como se muestra en la figura. Si el coeficiente de rozamiento estático entre el bloque y la plataforma es de 0.6, determinar la máxima aceleración que puede adquirir la plataforma sin que el bloque se deslice.



- A) 2 m/s^2
- B) 4 m/s^2
- $C) 6 \text{ m/s}^2$
- D) 8 m/s^2
- $(E) 10 \text{ m/s}^2$

https://youtu.be/aKA 3ivnMH0

45. Se tiene un sistema compuesto por tres bloques de masas diferentes: $m_1 = 3 kg$, $m_2 = 5 kg$ y $m_3 = 2 kg$, y una fuerza externa F = 38 N aplicada sobre el bloque m_3 . Determinar las aceleraciones de los bloques 1 y 2, suponiendo que no existe rozamiento entre los bloques y las superficies sobre las que se apoyan.



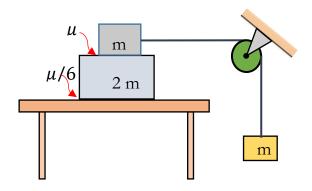
- A) $2 \text{ y } 6 \text{ m/s}^2$
- B) $3 \text{ y } 6 \text{ m/s}^2$
- C) $4 \text{ y } 4 \text{ m/s}^2$
- D) 5 y 3 m/s²
- E) $8 \text{ y } 7 \text{ m/s}^2$

https://youtu.be/SYsuaYNzomA

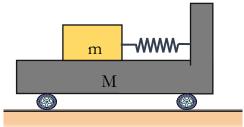
- 46. Un automóvil que se desplaza por una carretera entra a una curva plana horizontal de 100 metros de radio de coeficiente de fricción entre los neumáticos y el pavimento de 0,9. Determinar cuál es la velocidad máxima que el automóvil puede desarrollar sin llegar a patinar.
 - A) 10 m/s B) 15 m/s C) 20 m/s
 - D) 25 m/s E) 30 m/s

https://youtu.be/y6 sWx1qeF8

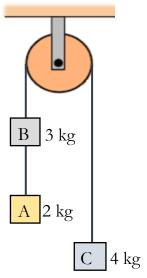
47. En el sistema hay tres bloques, tal como se muestra en la figura. Si los bloques de masa "m" tienen el doble de aceleración que el bloque de masa "2m", determine el coeficiente de fricción "μ".



- A) 0,5 B) 0,6 C) 0,7 D) 0,8 E) 0,9 https://youtu.be/0nTfn9xmPbI
- 48. Se tiene un sistema compuesto por una masa de 5 kg y otra de 15 kg unidas por un resorte de constante elástica 200 N/m, sin rozamiento, tal como se muestra. Si el sistema experimenta una aceleración de 2 m/s², hallar cuánto se deforma el resorte.



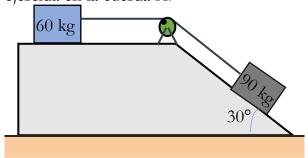
- A) 10 cm B) 20 cm C) 30 cm D) 40 cm E) 50 cm https://youtu.be/QW0L5fJtabA
- 49. Imaginemos un sistema de poleas y cuerdas en un taller mecánico. Este sistema está compuesto por tres piezas de diferentes masas y arreglados tal como se muestra en la figura, determinar la aceleración de las masas y las tensiones en las cuerdas para poder realizar el trabajo de forma eficiente y segura.



- A) 0,124 m/s²; 5,212 N; 24,192 N
- B) 0,236 m/s²; 6,392 N; 30,128 N
- C) 0,342 m/s²; 8,465 N; 33,385 N
- D) 0,469 m/s²; 15,276 N; 40,723 N
- E) 1,111 m/s²; 17,778 N; 44,444 N https://voutu.be/PAWw314bk0I
- 50. Un bloque de masa m = 8 kg está apoyado sobre una mesa horizontal sin fricción. El bloque está unido por una cuerda a otro bloque de masa M = 12 kg que cuelga de un extremo de la mesa, si se suelta el sistema y los bloques empiezan a moverse. Determinar: a) la aceleración que adquiere el sistema, b) la tensión que tiene la cuerda, c) la fuerza que ejerce la mesa sobre el bloque m.
 - A) 6 m/s^2 , 48 N, 80 N
 - B) 6 m/s^2 , 35 N, 90 N
 - C) 8 m/s^2 , 78 N, 50 N
 - D) 9 m/s^2 , 55 N, 70 N
 - E) 7 m/s^2 , 48 N, 95 N

https://youtu.be/nfA-QMbsKgs

51. En una superficie lisa e inclinada 30°, se encuentra un cubo de 90 kg, este cubo está conectado mediante una polea a otro cubo de 60 kg, tal como se muestra en la figura. Determinar la aceleración del sistema y la tensión ejercida en la cuerda A.



- A)1 m/ s^2 ; 210N
- B) 7 m/s^2 ; 90 N
- C) 3 m/s^2 ; 180 N
- D) 9 m/ s^2 , 60 N
- E) 5 m/s^2 ; 150 N

https://youtu.be/yrRpxFLP6kM

Alternativas

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Е	Е	С	D	С	Е	В	Е	D	Α
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
С	D	В	D	Α	Е	Α	В	Α	В
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Α	Е	Α	Е	С	В	Α	Е	С	Α
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Е	В	С	В	D	С	Α	В	С	Α
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	D	В	С	D	Е	Α	В	Е	Α
51									
Α									

11 DINÁMICA DE UN SISTEMA DE PARTÍCULAS

Definición

La dinámica de un sistema de partículas es una rama de la mecánica clásica que estudia el movimiento de un conjunto de partículas que interactúan entre sí a través de fuerzas o también se puede decir que se encarga de describir las leyes que rigen el movimiento de los sistemas de partículas y de encontrar soluciones a los problemas que se presentan en el análisis de estos sistemas, los cuales pueden ser:

- **Discreto:** Se refiere a un conjunto de partículas o cuerpos puntuales que interactúan entre sí mediante fuerzas internas, como pueden ser fuerzas de atracción, repulsión, fricción, entre otras. Cada partícula del sistema es tratada como un objeto puntual, es decir, se considera que no tienen dimensiones ni forma definida, lo que facilita el análisis matemático del sistema.
- **Continuo:** Es un conjunto de partículas que, aunque infinitas en número, se distribuyen de manera continua en el espacio y en el tiempo, y pueden modelarse utilizando la teoría del cálculo de varias variables y la teoría de campos.

Centro de masa

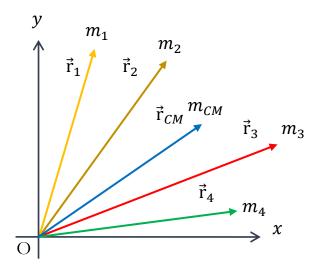
Es un punto geométrico que se mueve en línea recta y a velocidad constante como si fuera una sola partícula de masa igual a la masa total del sistema, sometido a la resultante de las fuerzas que actúan sobre él y es útil en la descripción del movimiento de traslación de un sistema de partículas, ya que permite simplificar el análisis al considerar el movimiento de una sola partícula en lugar del movimiento complejo de todas las partículas del sistema.

Vector de posición del centro de masas

Es un vector que va desde un origen de coordenadas arbitrario hasta el centro de masas de un sistema de partículas, y se representa por \vec{r}_{CM} , el cual es útil para describir la posición del centro de masas en cualquier instante de tiempo, y el cálculo del vector de posición del centro de masas implica la suma ponderada de los vectores de posición de cada partícula, donde cada vector se multiplica por su respectiva masa y se divide entre la masa total del sistema. Matemáticamente se expresa como:

$$ec{r}_{\mathit{CM}} = rac{\sum m_i ec{r}_i}{\sum m_i}$$

Donde m_i es la masa de cada partícula y \vec{r}_i es su respectivo vector de posición.



Principio de conservación de la cantidad de movimiento lineal

Establece que, en un sistema cerrado, la cantidad total de momento lineal se conserva en el tiempo, quiere decir que la suma vectorial de todos los momentos lineales de las partículas que conforman el sistema, antes y después de cualquier interacción entre ellas, es la misma. Este principio se basa en la segunda ley de Newton y se aplica en diversos campos de la física, como la mecánica clásica, la mecánica relativista y la física de partículas.

Impulso

Es una magnitud vectorial que representa la variación de la cantidad de movimiento que experimenta un cuerpo como resultado de una fuerza externa que actúa sobre él durante un intervalo de tiempo o se define como la integral de la fuerza respecto al tiempo y se expresa en unidades de N.s en el sistema internacional de unidades. El teorema del impulso-momento establece que el impulso producido sobre un cuerpo es igual a la variación de su cantidad de movimiento.

 $\vec{I} = \int \vec{F} dt = \vec{P}_f - \vec{P}_i$

Choque

Es una interacción entre dos o más cuerpos en la que se produce una transferencia de energía y cantidad de movimiento, además los cuerpos pueden sufrir deformaciones o cambios en su velocidad y dirección de movimiento, dependiendo de las características de los cuerpos y de las fuerzas involucradas en la interacción.

Choque elástico en una dimensión

Se define como aquel en el que tanto la cantidad de movimiento como la energía cinética se conservan, es decir durante este tipo de colisiones, en los objetos no se producen deformaciones permanentes. Los choques elásticos son más comunes en partículas subatómicas

y moleculares que en objetos macroscópicos. Según Gutiérrez, Arancibia y Osses (2021), la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento para un choque elástico en una dimensión es:

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f$$

$$m_1 \vec{v}_{1i} + m_2 \vec{v}_{2i} = m_1 \vec{v}_{1f} + m_2 \vec{v}_{2f}$$

Donde m_1 y m_2 son las masas de los objetos y $\vec{v}_{1i},\,\vec{v}_{2i},\,\vec{v}_{1f}$ y \vec{v}_{2f} son las velocidades iniciales y finales, respectivamente.

Choque inelástico

En un choque inelástico, la cantidad de movimiento se conserva, pero la energía cinética no, es decir durante este tipo de colisiones, los objetos se adhieren y se mueven juntos como un solo objeto después del choque. Según Young y Freedman (2012), el coeficiente de restitución para un choque inelástico es menor que uno y está dado por la expresión: $e = \frac{v_{2f} - v_{1f}}{v_{1i} - v_{2i}}$

$$e = \frac{v_{2f} - v_{1f}}{v_{1i} - v_{2i}}$$

Choque completamente inelástico

En este tipo de colisiones, la energía cinética se disipa en forma de calor y en las deformaciones permanentes, además los objetos se unen y se mueven como un solo objeto después del choque. Según Knight, Jones y Field (2017), en un choque completamente inelástico, el coeficiente de restitución es igual a cero y la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento es:

$$\vec{P}_i = \vec{P}_i$$

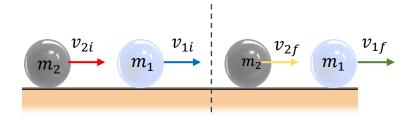
$$m_1 \vec{v}_{1i} + m_2 \vec{v}_{2i} = (m_1 + m_2) \vec{v}_f$$

Donde \vec{v}_f es la velocidad final del objeto combinado.

Coeficiente de restauración (e)

Es un parámetro importante en la física de colisiones, ya que es una medida de la elasticidad de las partículas durante una collision, así mismo estudios recientes han demostrado que este coeficiente depende no solo de la naturaleza de las partículas, sino también de las condiciones de la colisión, como la temperatura y la presión. Además, se ha encontrado que, en algunos casos, el coeficiente de restitución puede ser mayor que 1, lo que indica que hay una transferencia de energía adicional durante la colisión, (Hou, Z., & Wu, J. (2021), y matemáticamente el coeficiente de restitución está dado por la expresión: $e = \frac{v_{2f} - v_{1f}}{v_{1i} - v_{2i}}$

$$e = \frac{v_{2f} - v_{1f}}{v_{1i} - v_{2i}}$$



El coeficiente nos da la medida de la cantidad de energía que se tiene durante la compresión y que servirá para separar los 2 cuerpos.

Pérdida de energía durante el choque

En cuanto a la pérdida de energía durante una colisión inelástica, se sabe que la energía cinética se convierte en diferentes formas de energía, como la energía térmica y el sonido. Los estudios también han demostrado que la fricción juega un papel importante en la pérdida de energía durante una colisión inelástica (Smith, R. C. (2014).

Problemas resueltos

1. Un oficial de policía de 50 kg está de pie en reposo en una embarcación patrullera en medio del mar. El oficial disparó su arma de servicio, una bala de 0,6 kg, horizontalmente a una velocidad de 50 m/s. ¿Con qué velocidad se moverá la embarcación patrullera en la dirección opuesta, después del disparo? https://youtu.be/411Zu8rUGQo

Solución

Identificación de datos con sus respectivas unidades de medida:

Masa del oficial de policía: 50 kg

Masa de la bala: 0,6 kg

Velocidad de la bala antes del dis-

paro: 50 m/s

Velocidad final de la embarcación patrullera después del disparo: ?

Representación gráfica del problema:



Identificación de la ecuación física adecuada:

Aplicaremos el principio de conservación de la cantidad de momento:

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f$$

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f$$

$$0 = m_1 \vec{v}_{1f} - m_2 \vec{v}_{2f}$$

$$\vec{v}_{2f} = \frac{m_1}{m_2} \vec{v}_{1f}$$

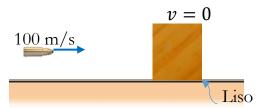
$$v_{2f} = \frac{0.6}{50} 50$$

$$v_{2f} = 0.6 / s$$

Análisis de los resultados obtenidos:

Después de que el oficial de policía dispara su arma de servicio, la embarcación patrullera se moverá en la dirección opuesta con una velocidad aproximada de 0.6 m/s

2. En un experimento de laboratorio, un rifle dispara una bala de acero de 0.1 kg horizontalmente hacia un bloque de madera de 1.9 kg, tal como se indica en la figura. Si el impacto es perfectamente inelástico, determinar la rapidez del bloque después del choque.



https://youtu.be/swF12jfhuRs

Solución

Identificación de datos con sus respectivas unidades de medida:

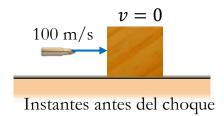
Masa de la bala: 0,1 kg

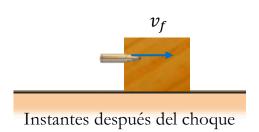
Masa del bloque de madera: 1,9 kg

Radidez del bloque despues del im-

pacto:?

Representación gráfica del problema:





Identificación de la ecuación física adecuada:

Aplicaremos el principio de conservación de la cantidad de movimiento para el sistema antes y después del choque:

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f$$

Dado que el impacto es perfectamente inelástico y la bala se incrusta en el bloque, las masas se suman en el lado derecho de la ecuación y las velocidades se vuelven iguales después del choque

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f$$
 $m_b \vec{v}_{1b} = (m_1 + m_2) \vec{v}_f$
 $0.1(100) = (0.1 + 1.9) v_f$
 $v_f = 5 \, m/s$

Análisis de los resultados obtenidos:

La rapidez del bloque después del choque será igual a la rapidez de la bala despues del impacto, que es 5 m/s.

Problemas propuestos

- 1. Un cazador dispara una bala de 8 g horizontalmente hacia un bloque de madera de 9 kg que inicialmente está en reposo sobre una superficie horizontal. La bala se incrusta en el bloque y juntos adquieren una velocidad de 40 cm/s después del impacto. Encuentra la velocidad inicial de la bala.
 - A) 354,2 m/s B) 450,4 m/s C) 460,4 m/s D) 464,4 m/s E) 464,2 m/s https://youtu.be/L8pPl3_y6IU
- 2. Dos pequeñas bolas de plastilina se mueven una hacia la otra en una mesa de laboratorio. Una bola tiene una masa de 16 g y se mueve a una velocidad de 30 cm/s, mientras que la otra bola tiene una masa de 4 g y se mueve en dirección opuesta a una velocidad de 50 cm/s. Las bolas chocan frontalmente y permanecen pegadas. Encuentra la velocidad de las bolas justo después de la colisión.
 - A) 14 cm/s B) 9 cm/s
 C) 11 cm/s D) 15 cm/s
 E) 18 cm/s
 https://youtu.be/1uP0t0iFFUs
- 3. Dos vehículos con masas de 8 kg y 4 kg respectivamente, se mueven en direcciones opuestas a lo largo de una carretera recta, uno hacia el este a una velocidad de 11 m/s, mientras que el otro se mueve hacia el oeste a una velocidad de 7 m/s. Cuando los vehículos colisionan, se quedan pegados.

¿Cuál será la velocidad de los vehículos justo después de la colisión?

A) 2 m/s B) 4 m/s

C) 5 m/s D) 8 m/s

E) 12 m/s

https://youtu.be/K6AcPbXfvT0

- 4. Un bloque de madera de 2 kg está sobre una mesa. Un francotirador dispara una bala de 5 g con una velocidad de 150 m/s, con el objetivo de impactar en el bloque de madera. La bala alcanza el bloque y ambos quedan unidos, haciendo que el bloque comience a desplazarse por la mesa. Después de recorrer 270 cm, el bloque finalmente se detiene. Se desea saber: a) ¿Cuál es la velocidad del bloque justo después del impacto? b) ¿Cuál es la fuerza de fricción que actúa entre el bloque y la mesa?
 - A) 0,255 m/s; 0,050 N
 - B) 0, 284 m/s; 0,50 N
 - C) 0,285 m/s; 0,52 N
 - D) 0,374 m/s; 0,052 N
 - E) 0,384 m/s; 0,055 N

https://youtu.be/k1gDmj267WQ

5. Dos pelotas de ping-pong se están moviendo en direcciones opuestas y se aproximan a gran velocidad. En un momento dado, ambas pelotas colisionan frontalmente en el aire. Antes del impacto, una pelota se mueve hacia la derecha con una velocidad de 0,75 m/s, mientras que la otra se mueve hacia la izquierda con una velocidad de 0,43 m/s. Si la colisión es perfectamente elástica, es decir, no

hay pérdida de energía cinética durante la colisión, ¿cuáles serán las velocidades de cada pelota inmediatamente después del impacto?

- A) 0,32 m/s; 0,55 m/s
- B) 0,38 m/s; 0,64 m/s
- C) 0,43 m/s; 0,75 m/s
- D) 0,48 m/s; 0,77 m/s
- E) 0,48 m/s; 0,81 m/s

https://youtu.be/vnEfg1cXm90

6. Imaginemos que estamos en una cancha de baloncesto y un jugador suelta la pelota desde una altura h, la cual cae al piso de loseta y rebota de vuelta a una altura de 0,65 h. Determinar el coeficiente de restitución entre la pelota y el piso.

A) 0. 50

B) 0.51 C) 0.67

D) 0.75

E) 0.81

https://youtu.be/PwW8R9Jj8E0

7. En la construcción del Centro de Salud de Penachí, un estudiante de ingeniería observa que cada segundo, 30 cm3 de agua golpean un plato con una rapidez horizontal de 80 cm/s. Considerando que la masa de un centímetro cúbico de agua es de 1 gramo, y que el agua se mueve paralelamente al plato después de chocar con él, determinar la fuerza que debe ejercerse sobre el plato plano para detenerlo.

A) -0,020 N

B) -0,021 N C) -

0,020 N D) -0,024 N

E) -0,24 N

https://youtu.be/UvNWu18MIOA

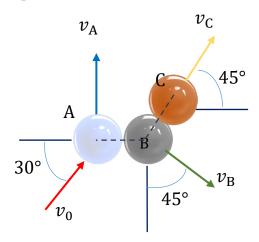
8. Cuando una bola de 200 g se mueve con una velocidad de 1 m/s, se le

aplica una fuerza de 0,8 N durante 0,5 s en el mismo sentido que el desplazamiento. Calcula la aceleración y la variación del momento lineal.

- A) 3 m/s^2 ; 0,4 kg.m/s
- B) 4 m/s^2 ; 0,3 kg.m/s
- C) 4 m/s^2 ; 0.4 kg.m/s
- D) 5 m/s^2 ; 0,5 kg.m/s
- E) 6 m/s^2 ; 0,5 kg.m/s

https://youtu.be/lQ_F7-Gs3G0

9. En un juego de billar, la bola A se desplaza con una velocidad inicial de 5 m/s. Durante su movimiento, se produce una colisión entre la bola A y las bolas B y C, las cuales están en reposo y alineadas como se muestra en la figura. Después del choque, las tres bolas se mueven en las direcciones indicadas. Si la superficie es lisa y el choque es perfectamente elástico, calcular las velocidades de las tres bolas después de la colisión.



- A) 2,5 m/s; 3 m/s; 3.1 m/s
- B) 2,8 m/s; 3 m/s; 3,5 m/s
- C) 2,8 m/s; 3,5 m/s; 3 m/s
- D) 3 m/s; 4 m/s; 4,5 m/s
- E) 3 m/s; 4,2 m/s; 4,5 m/s

https://youtu.be/YZR50GaDVkM

- 10. Un cazador que lleva una escopeta de 5 kg dispara un cartucho que contiene 100 perdigones de 0,4 g cada uno. Los perdigones adquieren una velocidad de 280 m/s al ser disparados. ¿Cuál es la velocidad de retroceso del cazador?
 - A) 2,10 m/s
- B) 2,14 m/s
- C) 2,24 m/s
- D) 3,10 m/s
- E) 3,20 m/s

https://youtu.be/iCkQEijQYtI

- 11. Un astronauta de 70 kg se encuentra en el espacio sentado sobre una silla de 60 kg y dispara su pistola de 3 kg. Si la velocidad de salida del proyectil, que tiene una masa de 60 g es de 600 m/s, ¿con qué velocidad se mueve el astronauta hacia atrás?
 - A) -0.22 m/s
- B) -0.23 m/s
- C) -0.25 m/s
- D) -0.27 m/s
- E) -0.30 m/s

https://youtu.be/P0 FLqQgmXw

- 12. Un jugador de hockey sobre hielo de 80 kg se encuentra de pie sobre una pista de hielo, donde el rozamiento es casi nulo. En cierto instante, lanza horizontalmente un disco de hockey de 100g con una velocidad de 25m/s. Calcula la dirección y la velocidad con la que empezará a moverse el jugador.
 - A)- $3125x10^{-5}$ m/s; Horizontal
 - B) $-3,125 \times 10^{-5}$ m/s; Vertical
 - C) -3225×10^{-4} m/s; Horizontal
 - D) $32,25 \times 10^{-4}$ m/s; Vertical
 - E) -3325x10⁻³ m/s; Horizontal https://youtu.be/9FCaYetTiqI

- 13. Un camión de 1200 kg circula a una velocidad de 120 km/h por una carretera horizontal y choca con otro camión de 900 kg que se encuentra en reposo. Si después del choque se acoplan y se desplazan unidos, calcula la velocidad final del sistema.
 - A) 18,03 m/s
- B) 18,06 m/s
- C) 19, 03 m/s
- D) 20,04 m/s
- E) 20,06 m/s

https://youtu.be/NrYOpbfnMtQ

- 14. Dos esferas de igual masa están en una mesa de billar, se observa que una de las esferas se mueve a 5m/s y choca con la otra que se encuentra en estado de reposo. Después del choque, la primera esfera se desvía 30° respecto a su dirección inicial y la segunda esfera se desvía -60° respecto a la dirección inicial de la primera esfera, calcular las velocidades finales de ambas esferas.
 - A) 4,3 m/s; 2,5 m/s
 - B) 2,3 m/s; 2,5 m/s
 - C) 4,3 m/s; 3,5 m/s
 - D) 5,3 m/s; 2,5 m/s
 - E) 4,3 m/s; 4,5 m/s

https://youtu.be/M-PMK77tWgY

15. Dos vehículos de masas 20 y 10 toneladas respectivamente se mueven en la misma dirección, pero en sentido opuesto, con velocidades de 50 y 20 km/h respectivamente. Calcular sus velocidades si: a) Se produce un choque elástico. b) Se produce un choque inelástico y el vehículo de 20 toneladas se mueve con una velocidad de 20 km/h. c) Se produce un choque perfectamente inelástico.

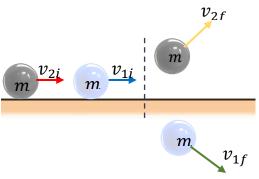
- A) 2,3 km/h y 65,3 km/h; 115 km/h; 24,6 km/h
- B) 2,9 km/h y 54,4 km/h; 118 km/h; 25,6 km/h
- C) 3,3 km/h y 73,3 km/h; 120 km/h; 26,7 km/h
- D) 4,5 km/h y 76,5 km/h; 128 km/h; 27,5 km/h
- E) 6,3 km/h y 83,4 km/h; 134 km/h; 32, 1 km/h

https://youtu.be/4c520yA2gBs

- 16. Un futbolista golpea un balón de fútbol con una fuerza que lo impulsa hasta una velocidad de 120 km/h en una duración de 6x10⁻³ s. El balón tiene una masa de 360 g. ¿Cuál es la variación de la cantidad de movimiento del balón y la fuerza media ejercida durante la patada?
 - A) 12 kg.m/s; 2000 N
 - B) 14 kg.m/s; 2100 N
 - C) 14 kg.m/s; 2100 N
 - D) 16 kg.m/s; 2500 N
 - E) 16 kg.m/s; 2500 N

https://youtu.be/4IZ-Ls12I7Q

17. Dos bolas de igual masa se mueven en un plano. La primera bola se mueve con una velocidad de 5 m/s en una dirección determinada, mientras que la segunda bola está en reposo. Cuando las bolas chocan elásticamente, se desvían 30° con respecto al eje x positivo, tal como se muestra. Calcular las velocidades de las bolas después del choque.



- A) 2,15 m/s; 2,20 m/s
- B) 2,25 m/s; 2,25 m/s
- C) 2,48 m/s; 2,54 m/s
- D) 2,88 m/s; 2,88 m/s
- E) 2,98 m/s; 2,89 m/s

https://youtu.be/Q4C3dmylRFA

18. Imaginemos dos objetos, uno con una masa de 1kg y otro con una masa de 4kg, moviéndose en el espacio. El primer objeto se mueve con una velocidad $\vec{v}_1 = (2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath})$ m/s, mientras que el segundo objeto se mueve con una velocidad $\vec{v}_2 = (4\hat{\imath} - \hat{\jmath})$ m/s. Calcular la velocidad del centro de masas de estos dos objetos.

- A) $(3\hat{i} 0, 1\hat{j})$ m/s
- B) $(3,5\hat{\imath}-0,1\hat{\jmath})$ m/s
- C) $(3,6\hat{\imath}-0,2\hat{\jmath})$ m/s
- D) $(3.8\hat{i} 0.2\hat{j})$ m/s
- E) $(4,6\hat{i}-0,2\hat{j})$ m/s

https://youtu.be/QvQlGleg8PU

19. Una persona está jalando dos cajas de diferentes masas sobre una superficie horizontal, la primera caja tiene una masa de 10 kg y la segunda caja tiene una masa de 15 kg. La persona está aplicando una fuerza de 150 N sobre la caja de 10 kg, en el cual las cajas

están unidas por una cuerda ligera. Los coeficientes de rozamiento entre la superficie y las cajas son 0,4 y 0,2, respectivamente. Calcular la aceleración del sistema, la tensión en la cuerda y la cantidad de movimiento del sistema después de 5 s de iniciarse el movimiento.

- A) 2,3 m/s²; 64 N; 235 kg.m/s B) 2,3 m/s²; 70 N; 280 kg.m/s C) 3 m/s²; 70 N; 280 kg.m/s D) 3 m/s²; 75 N; 300 kg.m/s E) 3,2 m/s²; 78 N; 400 kg.m/s https://youtu.be/VIWc8_5hLak
- **20.** En este escenario, tenemos un cañón montado en una vagoneta en una vía de tren. Al disparar un proyectil de 10 kg con una velocidad de 400 m/s, la masa total de la vagoneta y el cañón es de 1000 kg. Debido a que no hay rozamiento entre las ruedas y los rieles, se nos pide calcular la velocidad de la vagoneta en dos diferentes: en el primer caso, la vagoneta está en reposo y el cañón se dispara con un ángulo de elevación de 60°, y en el segundo caso, la vagoneta se mueve con una velocidad de 2 m/s y el cañón se dispara horizontalmente en la misma dirección en que se mueve la vagoneta.
 - A) -2 m/s; -1.98 m/s
 - B) -2 m/s; -2.4 m/s
 - C) -3 m/s; -2,89 m/s
 - D) -4 m/s; -3,34 m/s
 - E) -4 m/s; -2,89 m/s

https://youtu.be/q8Jw4CCQQqQ

- 21. Imaginemos un sistema de dos objetos colgando de una cuerda que pasa por una polea. En un extremo de la cuerda cuelga un objeto de 2 kg, mientras que en el otro extremo cuelga un objeto de 5 kg. Al principio, las dos masas cuelgan del mismo nivel del suelo. Determinar la aceleración con la que se mueve el sistema, la tensión de la cuerda y la velocidad del centro de masas cuando las masas se hayan desnivelado 2 metros.
 - A) 3,54 *m/s*²; 24,53 N; 3,16 m/s B) 4,28 *m/s*²; 28, 57 N; 4,14 m/s C) 4,86 *m/s*²; 26,24 N; 5,16 m/s D) 5,64 *m/s*²; 31,84 N; 5,16 m/s E) 6,64 *m/s*²; 34,56 N; 5,85 m/s https://youtu.be/luq8HRaVtXs
- 22. En un campo de tiro, se ha colocado un bloque de madera encima de un carrito. Se va a realizar un experimento en el que se disparará horizontalmente una bala que quedará incrustada en el bloque de madera. Se sabe que la masa de la bala es de 200 gramos y que su velocidad es de 100 m/s. El bloque de madera tiene una masa de 5 kg y está sobre un carrito, cuyo coeficiente de rozamiento con el suelo es de 0,02. Determinar la velocidad final del carrito después del impacto, así como la distancia que recorrerá hasta detenerse.
 - A) 3,60 m/s; 35.25 m
 - B) 3,80 m/s; 35,25 m
 - C) 3,84 m/s; 36,86 m
 - D) 4,85 m/s; 36,86 m
 - E) 4,92 m/s; 40,5 m

https://youtu.be/c8l0AvqNTbg

- 23. En las aguas de la costa peruana, un pez de 8 kg nada tranquilamente en dirección hacia la derecha a una velocidad constante de 0,5 m/s. De repente, se encuentra con otro pez de 0,25 kg que nada en sentido contrario con una velocidad de 1,5 m/s y lo "engulle" en un abrir y cerrar de ojos. ¿Cuál será la velocidad del pez grande inmediatamente después de su "comida"?
 - A) 0,431 m/s B) 0,439 m/s
 - C) 0,454 m/s D) 0,460 m/s
 - E) 0.462 m/s

https://youtu.be/jZfbJL8LCy8

- 24. Un proyectil de 20 kg es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 200 m/s. Si diez segundos después, el proyectil explota en dos fragmentos: el primero de 5 kg sale con una velocidad de 50 m/s en la misma dirección y sentido en el que se movía el proyectil antes de la explosión, determinar: a) La altura a la que se produce la explosión. b) La velocidad del proyectil un instante antes de la explosión? c) La velocidad con la que sale el segundo fragmento. d) La velocidad del centro de masas 5 segundos después de la explosión y e) La posición respecto al punto de explosión del centro de masas a los 5 segundos.
 - A) 1500 m; 100 m/s; 116,6 m/s; 0 m/s; 391,64 m
 - B) 1500 m; 110 m/s; 115,5 m/s; 5 m/s; 341,64 m

- C) 1525 m; 110 m/s; 116,8 m/s; 5 m/s; 351,69 m
- D) 1525 m; 115 m/s; 126,5 m/s; 7 m/s; 441,84 m
- E) 1585 m; 115 m/s; 132,6 m/s; 7 m/s; 451,86 m

https://youtu.be/FNvMQNYozik

- 25. Un científico está llevando a cabo un experimento, para medir la fuerza explosiva de un proyectil de 2 kg, para lo cual lo lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 100 m/s, cuando el proyectil alcanza una altura de 200 metros se divide en dos partes: uno de 0,5 kg y el otro de 1,5 kg, los cuales son despedidos horizontalmente. Si el fragmento de 0.5 kg cae a una distancia de 20 metros del punto de lanzamiento, determinar la velocidad del proyectil justo antes de la explosión y la distancia a la que cae el segundo fragmento medido desde el punto de lanzamiento.
 - A) 73,48 m/s; 5,50 m
 - B) 77,46 m/s; 6,64 m
 - C) 87,50m/s; 9,34 m
 - D) 87,55 m/s; 9,68 m
 - E) 93,12 m/s; 9,68 m

https://youtu.be/hTvUoOEZGe8

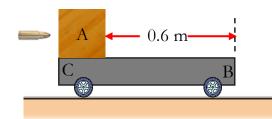
26. Un cañón de 500 kg está ubicado en una fortaleza militar en la ciudad de Lima, Perú. El cañón está montado sobre ruedas y está apuntando hacia el mar. Si el cañón dispara un proyectil de 10 kg con una velocidad de 600 m/s y un ángulo de elevación de 45°,

determinar la velocidad con la que retrocede el cañón luego del disparo.

- A) -4,45 m/s
- B) -6.58 m/s
- C) -8,48 m/s
- D) -9,96 m/s
- E) -10,85 m/s

https://youtu.be/vhNSk9HZ9Ks

27. En una fábrica en la ciudad de Lima, se realiza una prueba de impacto en un bloque de 5 Kg utilizando una bala de 30 g que es disparada con una velocidad de 500 m/s. Después del impacto, el bloque A se desplaza sobre un carretón BC de 4 Kg, que se encuentra en reposo. Se sabe que el coeficiente de rozamiento entre el bloque A y el carretón es de 0.50. Determinar la velocidad final del carretón y del bloque, así como la posición final del bloque sobre el carretón.



- A) 1,66 m/s; 0,33 m
- B) 1,89 m/s; 0.50 m
- C) 2,45 m/s; 1,10 m
- D) 3.56 m/s; 1,25 m
- E) 4,24 m/s; 2,36 m

https://youtu.be/wLfBDIzpVjw

28. En una exhibición de tiro deportivo en Perú, un tirador dispara una bala de 20 gramos en dirección horizontal, la cual atraviesa un bloque A y queda alojada en un bloque B. Debido a la colisión, los bloques A y B comienzan a moverse con velocidades iniciales de 4 m/s y 2 m/s, respectivamente. Las masas de los bloques A y B son de 1.3 kg y 2 kg, respectivamente. Determinar la velocidad inicial de la bala y la velocidad que ésta tiene en el trayecto entre el bloque A y el B.



- A) 356 m/s; 180 m/s
- B) 392 m/s; 195 m/s
- C) 451 m/s; 195 m/s
- D) 455 m/s; 201 m/s
- E) 462 m/s; 202 m/s

https://youtu.be/nkreA4U7ia4

- 29. Supongamos que dos trenes de juguete que viajan en direcciones opuestas colisionan en una vía ferroviaria. El primer tren tiene una masa de 150 toneladas y se mueve hacia el norte con una velocidad de 80 km/h. Por otro lado, el segundo tren tiene una masa de 200 toneladas y se mueve hacia el sur con una velocidad de 100 km/h. Tras el impacto, ambos trenes quedan unidos. Determinar la velocidad final de los trenes después de la colisión.
 - A) 20,56 km/h B) 20,65 km/h
 - C) 22,86 km/h D) 22,44 km/h
 - E) 23,86 km/h

https://youtu.be/fSiaWsZJIn8

30. Un atleta de 78 kg va corriendo con una velocidad de 6 m/s y da alcance a

un vagón de 320 kg que tiene una velocidad de 4 m/s, y se monta en él. ¿Qué velocidad adquirirán ambos, si se movían en la misma dirección?

- A) 3,22 m/s B
 - B) 4,39 m/s
- 5,46 m/s D) 7,22 m/s m/s
- E) 10

C)

https://youtu.be/XRow3ozdQBk

- 31. En la Universidad Nacional de Jaén se realizó el siguiente experimento: Se lanzó un cohete verticalmente hacia arriba, en el momento que alcanzó una altura de 500 metros y una rapidez de 100 m/s, explotó en tres fragmentas de igual masa. Después de la explosión; el primer fragmento se mueve hacia arriba con una rapidez de 150 m/s, seguidamente el segundo fragmento se mueve al oeste con una rapidez de 120 m/s, hallar la velocidad del tercer fragmento inmediatamente después de la explosión.
 - A) $(120\hat{i}+150\hat{j})$ m/s
 - B) (-120î+150ĵ) m/s
 - C) $(150\hat{i}+300\hat{j})$ m/s
 - D) $(-120\hat{i}-300\hat{j})$ m/s
 - E) $(120\hat{i}-50\hat{j})$ m/s

https://youtu.be/FBHs9dG3Psc

32. Dos cuerpos idénticos con una masa de 3 Kg cada uno, se desplazan en direcciones opuestas sobre una superficie lisa. Uno va a 5 m/s y el otro va a 7 m/s, chocando de manera plástica.

Calcular la energía cinética perdida en el choque.

- A) 100 J B) 112 J
- C) 104 J D) 115 J
- E) 108 J

https://youtu.be/n8Q4bzn4Hfk

33. Una partícula cuya masa es de 60 g se mueve a la derecha con una velocidad de 160 cm/s choca con otro cuerpo cuya masa es de 300 g, que se mueve en dirección opuesta con una velocidad de 40 cm/s. Al chocar los cuerpos quedan pegados. determine la velocidad con la que se mueve el conjunto después del choque y en qué sentido.

A) 3,33 m/s

B) 4,44 m/s

C) 5,55 m/s

D) 6,66 m/s

E) 7.77

https://youtu.be/tBgWzkadMhY

Alternativas

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
В	Α	С	D	C	Е	D	С	Α	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	Α	С	В	С	Α	D	С	Е	Α
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
В	С	В	Α	В	С	Α	Е	С	В
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Α	Е	D							

12 TRABAJO MECÁNICO

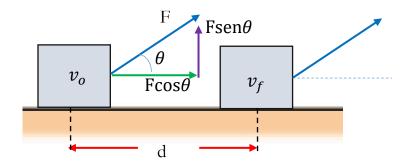
Definición

Es la energía transferida por una fuerza al mover un objeto o sistema una cierta distancia, o se define como el producto escalar de la fuerza aplicada y la distancia recorrida por el objeto en la dirección de la fuerza. La unidad de trabajo es el Joule (J), que se define como la cantidad de trabajo realizado cuando una fuerza de 1 newton actúa sobre un objeto y lo mueve una distancia de 1 metro en la dirección de la fuerza.

Cuantificación del trabajo mecánico

Trabajo hecho por una fuerza constante

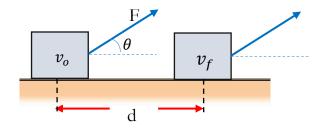
Se define como el producto de la magnitud de la fuerza y la distancia que se mueve el objeto en la dirección de la fuerza, tal como se indica.



 $W_F = Fdcos\theta$

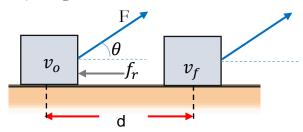
Trabajo positivo o motor

Es aquel en el que la fuerza aplicada tiene la misma dirección y sentido que el desplazamiento del objeto, resultando en un aumento de la energía cinética del mismo, o también ocurre cuando la fuerza que actúa sobre el objeto forma un ángulo agudo con la dirección del desplazamiento, de modo que una parte de la fuerza contribuye al aumento de la velocidad. Ejemplos de trabajo positivo son el de la fuerza aplicada para empujar un objeto hacia arriba o el trabajo de la fuerza gravitatoria sobre un objeto que cae.



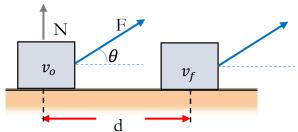
Trabajo negativo o resistente

Se da cuando la fuerza tiene sentido opuesto al desplazamiento del cuerpo sobre el cual actúa, produciendo una disminución en su velocidad o cuando la fuerza y el desplazamiento forman un ángulo obtuso. Un ejemplo común es la fuerza de fricción cinética, la cual siempre actúa en sentido opuesto al movimiento del cuerpo y, por tanto, realiza un trabajo negativo.



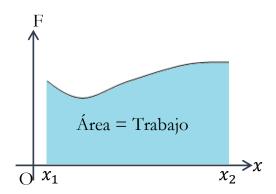
Trabajo nulo

Es aquel en el que la fuerza aplicada es perpendicular al desplazamiento o a la velocidad. En este caso, el trabajo realizado por la fuerza es cero, ya que el ángulo entre la fuerza y el desplazamiento es de 90 grados y el producto escalar de ambas magnitudes es cero. Por ejemplo, si se empuja un objeto hacia arriba con una fuerza perpendicular a la superficie horizontal, el trabajo realizado por esta fuerza es nulo.



Trabajo hecho por una fuerza variable

Se define como el área bajo la curva que representa la variación de la fuerza en función del desplazamiento o se debe a que el trabajo es una magnitud escalar y la fuerza puede variar en magnitud y dirección a lo largo del desplazamiento. Por lo tanto, el trabajo total es la suma de los trabajos elementales que se pueden calcular para cada pequeña variación de la fuerza.



Trabajo neto

Se define como la suma de los trabajos realizados por todas las fuerzas aplicadas a un cuerpo durante su movimiento. Se puede calcular de dos formas:

Forma 1.

Como la suma algebraica de los trabajos realizados por cada fuerza individual,

$$W_N = W_1 + W_2 + W_3 + \cdots W_n$$

Forma dos

Como el producto de la fuerza resultante y la distancia recorrida.

$$W_N = (F_1 + F_2 + F_3 + \cdots F_n)d$$

$$W_N = F_R d$$

Nota: Si el trabajo neto es positivo, el movimiento del cuerpo es acelerado, si es negativo, el movimiento es desacelerado y si es nulo, el movimiento es uniforme.

Fuerzas conservativas

Son aquellas cuyo trabajo no depende de la trayectoria seguida, sino solo de los puntos inicial y final del movimiento, por lo tanto la energía mecánica del sistema se conserva; es decir, se transforma de una forma a otra, pero su valor total se mantiene constante. Ejemplos de fuerzas conservativas incluyen la fuerza gravitatoria, la fuerza elástica y la fuerza electrostática.

Nota: Es importante destacar que para que una fuerza sea conservativa, debe cumplir con ciertas condiciones, su rotación debe ser igual a cero; es decir, si el torque neto que genera es nulo.

Problemas desarrollados

- 1. Una persona de 68 kg de masa camina por una escalera y sube hasta el piso N° 9 de un edificio. ¿Qué trabajo realizó su peso durante el recorrido, si se sabe que cada piso tiene 3,4 m de altura?
 - https://youtu.be/4p6Bb8TcQok

Solución

Identificación de datos con sus respectivas unidades de medida

Masa de la persona: 68 kg Piso al que sube: Octavo piso.

Trabajo del peso:?

Altura de cada piso: 3.4 m Finalidad y representación gráfica



De la gráfica o figura adjunta se puede observar que, para subir del primer a segundo piso, verticalmente la persona se desplaza 3.4 m y hasta el tercer piso el doble, etc.

Ecuación física a utilizar determinar lo solicitado en el problema

Sabiendo que el peso de la persona y el desplazamiento tienen sentidos opuestos se tiene

$$W = Fd$$

$$W = -mgh$$

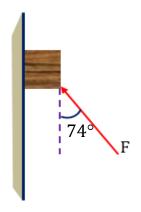
Reemplazado los datos en la ecuación precedente

$$W = -68(10)(9 - 1)$$
 3.4
 $W = -18496$ J

Análisis de los resultados obtenidos:

El trabajo realizado por su peso durante el recorrido, si se sabe que cada piso tiene 3.4 m de altura es -18496 J

2. Determinar el trabajo neto que se realiza sobre un bloque de 310 N de peso, cuando se desplaza 5 m en la vertical. La magnitud de "F" es 178N, y el coeficiente de rozamiento cinético es 0.14 entre el bloque y la pared.



https://youtu.be/pbdNJ9JgaZA

Solución

Identificación de datos con sus respectivas unidades de medida

Trabajo neto que se realiza sobre el bloque:

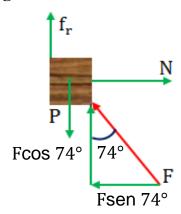
Peso del bloque: 310 N

Desplazamiento vertical del bloque:

5m

La magnitud de "F": 178 N Coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y la pared: 0,14

Finalidad y representación gráfica



Para determinar el trabajo neto, es necesario representar las fuerzas que actúan en el bloque Realizando el diagrama de cuerpo libre para el bloque Ecuación física a utilizar determinar lo solicitado en el problema $W_n = F_R d$

Reemplazando los datos en la ecuación precedente

$$W_n = (P - \mu N - F\cos 74^\circ)5$$

$$W_n = (310 - 0.14Fsen74^{\circ} - Fcos74^{\circ})5$$

$$W_n = (310 - 0.14(178)sen74^{\circ} - (178)cos74^{\circ})5$$

$$W_n = (310 - 0.14(178)sen74^{\circ} - (178)cos74^{\circ})5$$

$$W_n = \left(310 - 0.14(178) \frac{24}{25} - (178) \frac{7}{25}\right) 5$$

$$W_n = 1181.2 J$$

Análisis de los resultados obtenidos:

El trabajo neto que se realiza sobre un bloque de 310 N de peso es 1181.2 *J*

Problemas propuestos

1. Juan decidió subir las escaleras de su oficina de 4 pisos en lugar de tomar el ascensor. Si su masa es de 68 kg, ¿cuánto trabajo realizó su cuerpo para llegar a la cuarta planta, sabiendo que cada piso tiene una altura de 3,5 m?

A) 7140 J

B) 9520 J

C) 714 J

D) 952 J

E) 2380 J

https://youtu.be/3wuakszdJqo

Un trabajador empuja un mueble de 3 kg sobre una superficie horizontal con una velocidad inicial de 4 m/s. Se observa que el mueble se detiene después de recorrer 6 m debido a la fuerza de rozamiento. ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza de rozamiento en detener el mueble y cuál es el coeficiente de rozamiento?

A) 24 N; 0,13

B) 24N; 0,15

C) 12 N; 0,17

D) 12 N; 0,85

E) 36N, 0,9

https://youtu.be/YaRahCRAWyQ

Un objeto se mueve bajo la acción de una fuerza $\vec{F} = (6\hat{\imath} - 2\hat{\jmath})$ N y experimenta un desplazamiento $\Delta \vec{r} =$ $(3\hat{\imath} - \hat{\jmath}) m$. ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza sobre el objeto y en qué ángulo actúa la fuerza con respecto al desplazamiento del objeto?

A) 16 J y 45.57° B) 18 J y 45.57°

C) 16 J y 45.57°

D) 18 J y 36.86°

E) 16 J y 36.86°

https://youtu.be/QkQAO94s7Qs

4. Una grúa tiene que levantar un bloque de 200 kg a una altura de 10 metros ¿Cuánto trabajo realizará la grúa para completar dicha tarea?

A) -20 KJ B) 2 KJ C) 20 KJ

D) 25 KJ E) -2 KJ

https://youtu.be/aLuIUgZCUIE

5. Un objeto de 2,5 kg es empujado por una fuerza constante de 16 N que está dirigida a un ángulo de 25° debajo de la horizontal, sobre una mesa sin fricción, durante una distancia de 2,2 m. Determine el trabajo realizado por cada una de las fuerzas que actúan sobre el objeto: (a) la fuerza aplicada, (b) la fuerza normal de la mesa, (c) la fuerza de la gravedad, y (d) la fuerza neta sobre el objeto.

A) 35,2 J; 55 J;-55 J y 35,2 J

B) 31,9J; 5,5 J;-5,5 J y 31,9 J

C) 31,9 J; 5,5 J; -5,5 J y 42,9 J

D) 31,9 J; 0 J; 0 J y 31,9 J

E) 25,2 J; 0 J; 0 J y 35,2 J

https://youtu.be/k8OK-xDm1uY

6. Un trabajador saca una cubeta de 20 kg de un pozo utilizando una cuerda y realiza un trabajo de 6 kJ para levantarla. Si se sabe que la velocidad de la cubeta es constante, ¿A qué profundidad se encuentra el pozo?

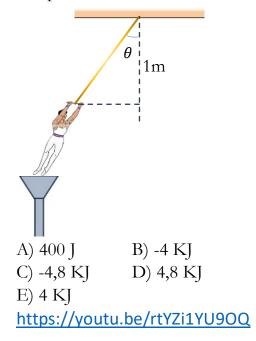
A) 20 m B) 30 m C) 50 m

D) 40 m E) 50 m

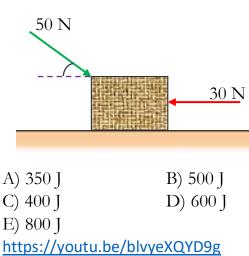
https://youtu.be/WEq_pANvjRc

7. Un acróbata de circo, cuya masa es de 80 kg, se sostiene del extremo libre de

una cuerda de 12 m, el otro extremo está fijo a la cima de una carpa. El acróbata es capaz de poner la cuerda en movimiento para realizar su acto de columpiarse y realizar trucos en el aire. En un momento dado, logró columpiarse lo suficiente como para alcanzar el trapecio de apoyo cuando la cuerda forma un ángulo de 60° con la vertical. ¿Cuánto trabajo fue realizado en contra de la fuerza de gravedad para realizar esta maniobra?



8. Un trabajador tiene que mover un bloque y desplazarse una distancia de 50 metros sobre una superficie horizontal sin fricción, tal como se muestra en la figura. ¿Cuánto trabajo neto debe realizar el trabajador sobre el bloque para lograrlo?



9. Un esquiador de 70 kg de masa desciende por una pista de esquí con una inclinación de 16° a lo largo de una distancia de 50 m. Si no hay fricción, entre los esquíes y la pieve

ción entre los esquíes y la nieve, ¿Cuánto trabajo neto se realiza sobre el esquiador?

A) 33600 J

B) 9800 J

C) 35000 J

D) 3500 J

E) 980 J

https://youtu.be/Q80v0xyXNJE

10. Una caja de fósforos se lanza horizontalmente sobre una superficie plana y se desea saber a qué velocidad llegará al recorrer 6 metros si su velocidad inicial es de 25 m/s y el coeficiente de rozamiento con el suelo es de 1/5. Suponga que la caja tiene una masa de m kg.

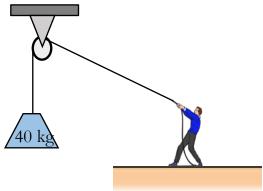
A) 34,66 m/s B) 44,94 m/s

C) 22,47 m/s D) 24,52 m/s

E) 17,33 m/s

https://youtu.be/c3aERCw3AJ8

11. Un hombre desea levantar un bloque de 40 kg de peso, que se encuentra en el suelo, a través de una cuerda. Para ello, jala la cuerda con una fuerza de 500 N. Si se sabe que el bloque se encuentra en reposo inicialmente, ¿Qué trabajo realiza el hombre durante los primeros 6 segundos del levantamiento?



A) 70 kJ B) 56 Kj

C) 40 Kj D) 22,5 Kj

E) 24,5 kJ

https://youtu.be/bIS8aA6-20k

12. Al elevar lentamente un bloque por un plano inclinado, 37° respecto a la horizontal, se realiza un trabajo de 200 J ¿Qué cantidad de calor se disipó en el trayecto si el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es igual a 0,5?

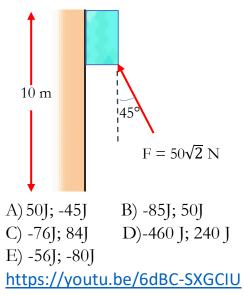
A) 75 J B) 76 J C) 79 J

D) 83 J E) 80 J

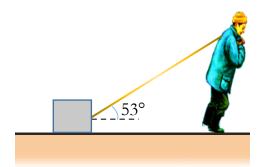
https://youtu.be/26LRFoI5h8w

13. Un bloque de 12 kg de masa, desciende por una superficie rugosa con una aceleración de 2 m/s², tal

como se muestra en la figura. a.) Calcular el trabajo de la fuerza de rozamiento. b.) Calcular el trabajo neto al recorrer 10 m.



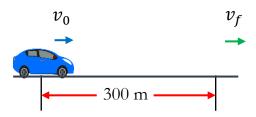
14. Un profesor de la Institución Educativa Cruz de Yanahuanca está jalando una caja de 200 N sobre una superficie rugosa con un coeficiente de rozamiento de 0.25; cuando el docente aplica una fuerza constante de 150 N, que forma un ángulo de 53° respecto a la horizontal, la caja es desplazada 20 m. Se busca determinar el trabajo realizado por cada una de las fuerzas que actúan sobre la caja, así como el trabajo neto



- A) -1800 J, 400 J, 1400 J
- B) 1800 J, -400 J, 1400 J
- C) 1000 J, 500 J, 100 J
- D) 500 J, 300 J, 1J
- E) 1800 J, -400 J, 2200 J

https://youtu.be/es3mcSp9cqQ

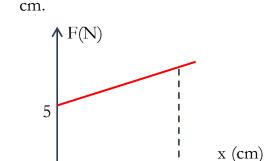
15. Un automóvil de 1000 kg de masa parte del reposo hasta que alcanza una velocidad de 30 m/s recorriendo una distancia de 300 m a lo largo de una carretera horizontal, durante este tiempo actúa una fuerza de fricción de 500 N. Si la fuerza que mueve al automóvil es constante, determinar el trabajo que realiza esta fuerza.



- A) 600 000 J
- B) 500 000 J
- C) 4000 000 J
- D) 300 000 J
- E) 150 000 J

https://youtu.be/INAXfzWVtR0

16. En el laboratorio de física un estudiante de ingeniería, somete a la acción de una fuerza horizontal a un bloque de 15 kg desde el reposo en x=0. Si, su módulo de la fuerza varía con la posición tal como se indica en el gráfico, determinar su velocidad en x= 25



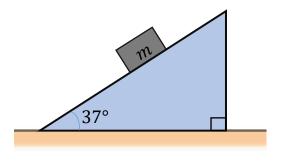
A)4 m/s

0

- 25 B) 1 m/s
- C) 5 m/s
- D) 2 m/s
- E) 6 m/s

https://voutu.be/jeBC1MDjWEY

17. Un bloque de 1500 N de peso resbala por el plano inclinado sin rozamiento como se muestra. Si el bloque se desplaza 0,25 m. Determinar el trabajo realizado por cada fuerza y el trabajo neto.

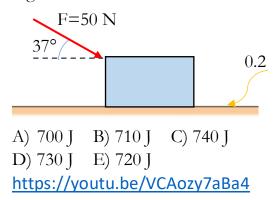


- A) 240 J
- B) 225 J
- C) 250 J
- D) 227 J
- E) 270 J

https://youtu.be/pNSBPyw5ZCM

18. Un estudiante de ingeniería de la Universidad Nacional de Jaén desea mover un bloque de 8 Kg de masa desde el reposo, para lo cual aplica una fuerza tal como se muestra en la

figura. Si el coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y el piso es de 0,2, determinar el trabajo realizado por el estudiante en los 4 primeros segundos.



- 19. Un universitario llega tarde a clases y no encuentra una carpeta donde sentarse, entonces decide ir a otra aula para traer otra carpeta. Si el estudiante logra levantar la carpeta hasta una altura de 1.8 m, sabiendo que la carpeta tiene una masa de 7 kg. a) Calcular que trabajo realiza. b) Si al regresar a su aula, la cual está a 15 m de distancia, ¿Realiza trabajo?
 - A) 126 J y 1050 J
 - B) 126 J y 70 J
 - C) 0 J y 1050 J
 - D) 126 J y 0 J
 - E) 126 J y 70 J

https://youtu.be/L99SWwqD3YQ

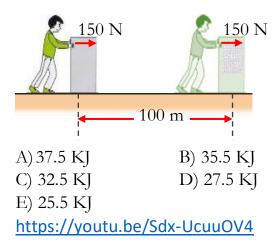
20. Una fuerza horizontal de 30 N hacia la derecha actúa durante 3 s sobre una masa de 4kg, inicialmente en reposo, que se encuentra sobre una superficie horizontal lisa. Calcular el trabajo realizado desde el punto de vista de un

observador que está manejando un carro a una velocidad constante de 28 m/s hacia la derecha.

- A) 1 507,5 J B) -1 507,5 J
- C) 1 012,5 J D) 2520 J
- E) -1170 J

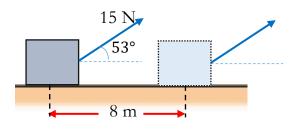
https://youtu.be/Z- cGbRcXnw

21. En el edificio de ingeniería civil de la UNJ se está cargando mobiliario recién llegado, al ver esto un estudiante decide ayudar con una caja de 30 kg que inicialmente estaba en reposo en un plano horizontal sin fricción. Si el estudiante aplica una fuerza horizontal de 150 N durante un tiempo de 10s, determine el trabajo que realizó el estudiante.



22. En un experimento de física, un bloque es jalado por una fuerza cuya magnitud es de 15 N, el cual forma un ángulo de 53° respecto a la dirección del desplazamiento como se

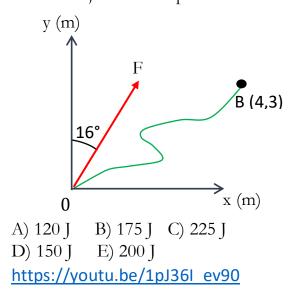
muestra en la figura. Calcular el trabajo que realiza el bloque al desplazarse 8 m.



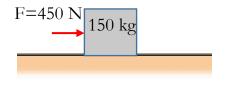
- A) 866.89 J
- B) 850 J
- C) 77,13 J
- D) 866,5 J
- E) 870,7 J

https://youtu.be/hW0p3YWNQbk

23. Una masa es trasladada sobre un plano horizontal mediante una fuerza constante de F = 50 N desde el origen de coordenadas hasta B (4,3), encuentre el trabajo realizado por la fuerza.



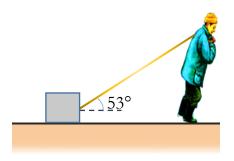
24. Un objeto de 150 kg es empujado por una fuerza horizontal de 450 N, tal como se muestra en la figura. Si luego de un tiempo alcanza una velocidad de 12 m/s, determinar el trabajo realizado por la fuerza.



- A) 14000 J
- B) 1020 J
- C) 10800 J
- D) 30000 J
- E) 15000 J

https://youtu.be/YQgSAxTZQ2A

25. Un personal de limpieza de la Institución Educativa Cruz de Yanahuanca jala un bloque de 15 kg de masa a una velocidad constante, el cual descansa sobre un plano horizontal de coeficiente de rozamiento cinético de 0,6. Si la persona utiliza una cuerda que forma un ángulo de 53° con la horizontal, y el bloque realiza un recorrido de 90 m en un tiempo determinado, hallar el trabajo que realiza la persona.



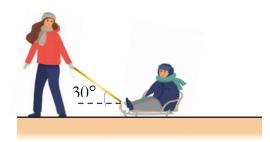
- A) 3500 J
- B) 300 J
- C) -4500 J
- D)4500 J
- E) 450 J

https://youtu.be/68Fnsl1Uql4

- 26. Un estudiante realiza un trabajo al levantar una caja de libros desde el suelo hasta una altura de 2 m. Si la masa de la caja es de 10 kg, determinar el trabajo realizado por el estudiante al levantar la caja hasta la altura indicada.
 - A) 186 J
- B) 206 J
- C) 196 J
- D) 200 J
- E) 400 J

https://youtu.be/kyAy7v78Tsk

27. Una estudiante universitaria tira de un trineo con una velocidad constante a lo largo de un plano horizontal con un coeficiente de fricción cinética de 0,25; recorriendo 10 m el trineo en un determinado tiempo. Si las masas del trineo y la niña son de 40 kg, determinar el trabajo que realiza la universitaria.



- A) 1733.79 J
- B) 866.89 J
- C) 500.5 J
- D) 100.1 J
- E) 86.69 J

https://youtu.be/E6hdC248doE

28. Sobre un plano horizontal liso, se encuentra una caja de madera de masa 4 kg en estado de reposo, si a la caja se le aplica una fuerza constante durante 12 segundos, esta adquiere una

- rapidez de 5 m/s; determinar el trabajo realizado por dicha fuerza.
- A) 10 J
- B) 20 J
- C) 50 J
- D) 48 J E) 21 J

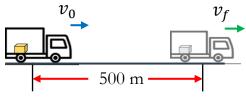
https://youtu.be/-RHm54a5Hko

- 29. Se tiene un objeto con una masa de 7.25 kg suspendido en un pozo mediante una cuerda que pasa sobre una polea sin fricción en la parte superior del pozo. Para elevar el objeto, se aplica una fuerza horizontal en el extremo de la cuerda y se levanta el objeto lentamente a lo largo de una distancia de 8.00 m. a) ¿Cuánto trabajo se realiza al subir el objeto? b) ¿Cuál es la fuerza gravitatoria que actúa sobre el objeto? c) ¿Cuál es el trabajo total realizado sobre el objeto?
 - A) 340 J, 97 N y 0 J
 - B) 425 J, 87.50 N y 0 J
 - C) 650 J, 75.50N y 0 J
 - D) 620 J, 72.50 N Y 0 J
 - E) 580 J,72.50 N y 0 J

https://youtu.be/d-36hwJf9zk

30. El chofer de una camioneta desea transportar una caja de 100 kg a una distancia de 500 m, pero se le ha encargado que lo haga en el menor tiempo posible debido a la necesidad de dicha caja. Se sabe que el coeficiente de rozamiento entre la caja y la camioneta es de 0,3 y 0,4. Calcular el trabajo efectuado sobre la caja, teniendo en cuenta que la caja nunca se

desliza y que la camioneta parte del reposo.



- A) $8 \times 10^5 \,\text{J}$
- B) $2 \times 10^5 \text{ J}$
- C) $4 \times 10^5 \,\text{J}$
- D) $9 \times 10^5 \,\text{J}$
- E) $6 \times 10^4 \,\text{J}$

https://youtu.be/LwX0kMwuDIQ

- 31. Un auto remolca una caja de masa de 50 kg usando un cable en una pista rugosa y con una aceleración de 4 m/s². Determine la cantidad de trabajo del auto sobre la caja para un tramo de 300 m.
 - A) 880 kJ
- B) 260 kJ
- C) 155 Kj
- D) 250 Kj
- E) 150 kJ

https://youtu.be/iaEr9ZuNCuo

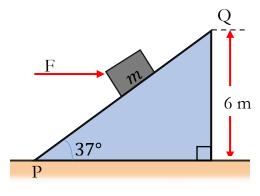
- 32. Un automóvil de 1200 Kg de masa acelera desde el reposo hasta alcanzar una rapidez de 10m/s, recorriendo una distancia de 50 m a lo largo de una carretera horizontal. Durante este periodo, actúa una fuerza de rozamiento de 500 N de magnitud. Si la fuerza que mueve el automóvil es constante, ¿Cuál es el trabajo que ella realiza?
 - A) 85000 J
- B) 80000 J
- C) 79000 J
- D) 90000 J
- E) 75000 J

https://youtu.be/RfHgcdDOHPw

- 33. Un joven que trabaja en un centro comercial en la ciudad de Jaén, desea determinar la cantidad de trabajo realizado por una plataforma sobre el bloque de 60 kg durante los primeros 5 s de iniciado su movimiento, si se encuentra sobre una plataforma que experimenta una aceleración constante de 4 m/s² y no se mueve con respecto a ella, ¿Cuál será el trabajo realizado por la plataforma?
 - A) 4000 J B) 600 J C) 12000J
 - D) 6000 J E) 1200 J

https://youtu.be/uwAlxlxS12Q

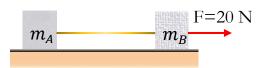
34. Un estudiante de la carrera profesional de ingeniería civil del segundo ciclo de la universidad nacional de jaén, se propone encontrar el valor de una fuerza "F", la cual está realizando un trabajo de 80 J para poder llevar un bloque desde el punto P hacia el punto Q, tal y como se muestra en la figura.



- A)4N
- B) 5N C) 6N
- D).2N E) 8N

https://youtu.be/Kw7Z6CV6MG0

35. En la figura mostrada, determine el trabajo de la tensión de la cuerda aplicada sobre el cuerpo de masa m_A = 4 kg, durante los 5 primeros segundos, si se sabe que el sistema parte de reposo y que la superficie es lisa. (Asumiendo m_A = m_B).



- A) 212.5 J
- B) 312.5 J
- C) 350.5J
- D) 403.6 J
- E) 512.5 J

https://youtu.be/Vs6GOQRnBSY

36. Un alumno de la institución educativa Cruz de Yanahuanca desea extraer un cilindro sumergido completamente tal como se muestra en la figura, la fuerza que ejerce se da por la relación: F = (10 + 50x)N, donde "F" está en Newtons y "x" en metros. ¿Cuánto

trabajo efectúa para sacar el cilindro, si su profundidad es de 60 cm?



A) 11 J B) 13 J C) 15 J D) 17 J E) 19 J

https://youtu.be/d4rtDkGuPAI

Alternativas

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Α	Α	Е	С	D	В	Е	В	В	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	Е	D	В	Α	С	В	Е	D	В
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Α	С	Е	С	D	D	В	С	Е	В
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Е	Α	С	В	В	С				

13 ENERGÍA

Definición

La energía es una propiedad física que se puede definir como la capacidad de un cuerpo o sistema para realizar trabajo y se mide en joule (J) en el Sistema Internacional de Unidades. Existen diferentes formas de energía, como la energía cinética, la energía potencial, la energía térmica, la energía eléctrica, entre otras.

Energía mecánica

Es la capacidad de un cuerpo o sistema para realizar trabajo debido a su posición o movimiento, es decir cuando un objeto está en movimiento, tiene energía cinética y cuando se eleva contra la fuerza de la gravedad, se le otorga energía potencial gravitatoria. Así mismo la energía mecánica es conservativa, lo que significa que su valor total se mantiene constante a menos que se agregue o se saque energía del Sistema, y matemáticamente se determina mediante la ecuación siguiente:

$$E_M = E_c + E_{pg} + E_{pe}$$

- Energía cinética

Se define como la energía asociada al movimiento de un cuerpo o sistema y depende tanto de la masa como de su velocidad. Así mismo la energía cinética se puede transformar en otras formas de energía, como la energía potencial, o puede ser disipada por fuerzas de fricción y se calcular mediante la siguiente ecuación:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

donde E_c es la energía cinética, m es la masa del objeto y v es su velocidad.

- Energía potencia

 \circ Energía potencial gravitatoria o gravitacional (E_{pg})

Es la energía que posee un cuerpo debido a su posición en un campo gravitatorio y depende de la masa del cuerpo, la aceleración gravitatoria y su altura en relación con un nivel de referencia. Se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$E_{pg} = mgh$$

donde m es la masa del objeto, g es la aceleración de gravedad y h es la altura del cuerpo u objeto.

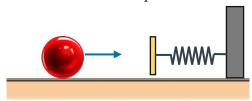


o Energía potencial elástica

Es la energía que posee un cuerpo debido a su deformación elástica; es decir, cuando un cuerpo elástico, como un resorte o una banda, se estira o se comprime y al liberarlo recupera su forma original, libera la energía que almacenó. Esta forma de energía se utiliza en numerosas aplicaciones, como en sistemas de suspensión, en resortes de relojes, en lanzamiento de proyectiles, entre otros y se calcula utilizando la siguiente ecuación:

$$E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2$$

donde E_{pe} es la energía potencial elástica, k es la constante elástica del material y x es la deformación que sufre el resorte o banda.



Teorema del trabajo y la energía

Establece que la cantidad de trabajo realizado en un cuerpo o sistema es igual a la variación de energía cinética del mismo. En otras palabras, el trabajo realizado sobre un objeto cambia su energía cinética, y es fundamental para la mecánica clásica y se aplica en una gran variedad de situaciones, desde el movimiento de objetos en el espacio hasta la caída de un objeto desde una altura determinada. Matemáticamente se representa de la siguiente forma: $W = \Delta E_k$

Este teorema es estrictamente, para cuerpos rígidos y por consiguiente no se puede aplicar indiscriminadamente a los objetos ordinarios que sean más o menos deformables.

Principio de conservación de energía

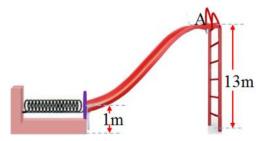
Es una ley fundamental de la física que establece que la energía en un sistema aislado se conserva, es decir, que la energía no se crea ni se destruye, sino que se transforma de una forma a otra.

Problemas resueltos

1. Un niño de 60 kg de masa y una niña de masa "m" juegan deslizándose por un tobogán de superficie lisa. Ambos parten del reposo desde un punto A, que se encuentra a 13 m del nivel del suelo. En la base del tobogán está colocado un gran

resorte de constante 14400 N/m, que los detiene en su movimiento. El niño se tira primero y la niña después. Determinar a). La compresión del resorte producido por el niño, y b). La masa de la niña, si comprime el resorte en 0.9 m.

https://youtu.be/2EIbqXcoVkU



Solución

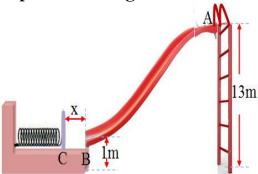
Identificación de los datos y sus unidades de medida:

Masa del niño: 60 kg Mada de la niña: m

Constante del resorte: 14400 N/m Compresión del resorte: 0,9 m

Altura desde el nuvel del suelo: 13 m

Representación gráfica del fenómeno:



Identificación de la ecuación física adecuada:

Utilizaremos el principio de conservación de la energía en los puntos A, B y C para resolver ambas partes del problema. Además, en la segunda parte del problema, necesitaremos calcular la masa de la niña utilizando la ecuación de energía potencial elástica.

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

a. Primero hallaremos la compresión del resorte producido por el niño, utilizando para eso el principio de conservación de energía en los puntos A, B y C.

$$E_{M_A} = E_{M_B} = E_{M_C}$$

Solo analicemos en los puntos A y C

$$E_{M_A} = E_{M_C}$$

$$E_{k_A} + E_{P_A} = E_{k_C} + E_{P_C}$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C + \frac{1}{2}kx_C^2$$

La velocidad en el punto A y C es igual a cero, la altura en el punto C es igual a cero. $mgh_A = \frac{1}{2}kx_C^2$

$$\sqrt{\frac{2mgh_A}{k}} = x_C$$

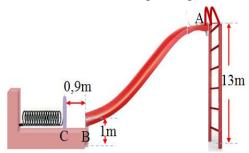
Reemplazando datos

$$x_C = \sqrt{\frac{2(60)(10)(12)}{14400}}$$

$$x_C = \sqrt{\frac{2(6)(1)(12)}{144}}$$

$$x_C = 1m$$

b. Para hallar la masa de la niña, cuando se comprime el resorte en 0,9 m, también se utiliza el principio de conservación de energía en los puntos A, B y C.



$$E_{M_A} = E_{M_B} = E_{M_C}$$

Solo analicemos en los puntos A y C

$$E_{M_A} = E_{M_C}$$

$$\begin{split} E_{k_A} + E_{P_A} &= E_{k_C} + E_{P_C} \\ \frac{1}{2} m v_A^2 + m g h_A &= \frac{1}{2} m v_C^2 + m g h_C + \frac{1}{2} k x_C^2 \end{split}$$

La velocidad en el punto A y C es igual a cero, la altura en el punto C es igual a cero. $mgh_A = \frac{1}{2}kx_C^2$

$$m = \frac{kx_C^2}{2h_A g}$$

Reemplazando datos

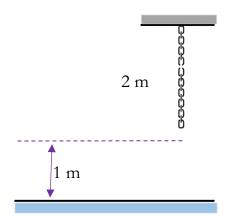
$$m = \frac{(14400)(0,9)^2}{2(12)(10)}$$

$$m = \frac{(12)81}{2(10)}$$

$$m = 48.6kg$$

Análisis de los resultados obtenidos:

- a) La compresión del resorte producida por el niño es 1 m
- b) La masa de la niña es 48.6 k
- 2. En un taller mecánico, un cliente mientras espera que le entreguen su moto lineal que fue reparada debido a que se presentaron unas fallas en el motor, observa de manera muy meticulosa una cadena homogénea de masa 5 kg que cuelga del techo tal como se muestra en la figura. Calcule la energía potencial gravitatoria respecto al piso.

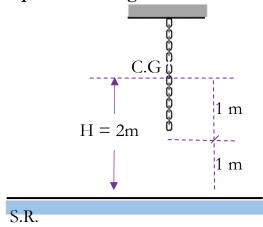


https://youtu.be/NfTMqzSwK9E

Solución Identificación de los datos y sus unidades de medida:

Masa de la cadena: 5 kg Longitud de la cadena: 2m

Representación gráfica del fenómeno:



Identificación de la ecuación física adecuada:

$$E_{Pg} = mgH$$

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

En la figura $H=2\ m$

$$E_{Pg} = mgH$$

$$E_{Pg} = 5(10)2$$

$$E_{Pg} = 100 J$$

Análisis de los resultados obtenidos:

La energía potencial gravitatoria de la cadena respecto al piso es 100 J.

Problemas propuestos

1. Un trabajador necesita llevar un maletín desde el escritorio hasta un ropero que se encuentra a cierta altura. El maletín tiene una energía potencial gravitatoria de 10 J en la posición inicial. ¿Qué trabajo debe realizar el hombre para levantar el maletín desde el escritorio hasta el ropero, de manera que su energía potencial gravitatoria sea de 22 J en la nueva posición?

A) 15 J B) 12 J C) 10 J D) 6 J E) 5 J

https://youtu.be/NkrkYJzsyVM

2. ¿Un gato de 2 kg de masa subió hasta la cima de un edificio de 20 m de altura. ¿Cuánta energía potencial tiene el gato en su posición actual? ¿Cuánto trabajo ha realizado el gato para subir al edificio? A) 40 J y 40 J

B) 400 J y 400 J

C) 200 J y 200 J

D) 300 J y 80 J

E) 80 J y 300 J

https://youtu.be/oM3kUpS6iac

3. Un cartero está entregando paquetes de 10 kg en un edificio, empujando cada uno de ellos con una fuerza constante de 100 N a lo largo del piso horizontal. Después de 2 s empujando el paquete, ¿Cuál será su energía cinética?

A) 1000 J

B) 100 J

- C) 20000 J D) 800 J E) 2000 J https://youtu.be/AYSKQP7Glqs
- 4. Un bloque de 3 kg se mueve hacia arriba de una pendiente de 37° bajo la acción de una fuerza horizontal constante de 40 N. El coeficiente de fricción cinética de 0,10 y el bloque se desplaza 2 m hacia arriba por la pendiente. Calcule: (a) el trabajo hecho por la fuerza de 40 N, (b) el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria, (c) la energía que se pierde por la fricción y (d) el cambio en la energía cinética del bloque.

A) 30 J; 36 J; -9,6 J y 14 J

B) 40 J; -48 J; 96 J y -28 J

C) 64 J; -36 J; 9,6 J y 28 J

D) 48 J; 36 J; -96 J y 0 J

E) 24 J; 48 J; 4,8 J y 14 J

https://youtu.be/3ZodJFodFUM

5. Una esfera de 10 kg se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad de 40 m/s. Determinar a qué altura, la energía cinética del cuerpo se ha reducido al 60 % de la que tenía inicialmente.

A) 36 m B) 60 m C) 20 m D) 32 m E)45 m

https://youtu.be/JAFvEVWLhoM

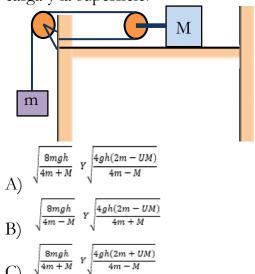
6. Un objeto de 2 kg está unido a un resorte con 500 N/m de constante de rigidez. El objeto se desplaza 5 cm a la derecha del punto de equilibrio y se suelta

desde el reposo. Queremos calcular la velocidad del objeto cuando pasa por el punto de equilibrio, si la superficie sobre la que se mueve el objeto es sin fricción, o si tiene un coeficiente de fricción de 0,35; dependiendo del caso.

- A) 8 m/s y 6 m/s
- B) 5,1 m/s y 7,9 m/s
- C) 7.9 m/s y 5.1 m/s
- D) 0.51 m/s y 0.79 m/s
- E) 0.79 m/s y 0,51 m/s

https://youtu.be/Lt1nEJ5fRPI

7. Un bloque de masa de M kg se encuentra conectado a una carga de m kg mediante una serie de poleas sin masa, como se muestra en la figura. Utilizando consideraciones de energía, a) encuentre una expresión para la velocidad de la carga como una función de la distancia h que ha descendido. Suponga que la carga se encuentra inicialmente en reposo y que no hay fricción, b) repita suponiendo fricción de deslizamiento entre la carga y la superficie.



D)
$$\sqrt{\frac{8mgh}{4m+M}} \quad Y \sqrt{\frac{4gh(2m-UM)}{4m+M}}$$
E)
$$\sqrt{\frac{8mgh}{4m+M}} \quad Y \sqrt{\frac{4gh(2m+UM)}{4m+M}}$$

https://youtu.be/2cWFXGoH3Bk

8. Un objeto de 0,6 kg se mueve a una velocidad de 2 m/s en el punto A y tiene una energía cinética de 7,5 J en el punto B. Determine: a) su energía cinética en A, b) su velocidad en B, c) el trabajo total realizado sobre el objeto cuando se mueve de A a B, considere que el objeto se mueve en la dirección horizontal.

A) 0.5 J; 10.8 m/s y 3.3 J

B)1 J; 11,8 m/s y 4,3J

C) 1,1 J; 12,8 m/s y 5,3J

D) 1,2 J; 5 m/s y 6,3J

E)1,3 J; 14,8 m/s y 7,3J

https://youtu.be/mzikJOqDI78

9. Un dispositivo de lanzamiento de proyectiles usa un resorte para disparar una bola de goma blanda de 5,3 g, el resorte originalmente se comprime 5 cm y tiene una constante de rigidez de 8 N/m, el cañón del dispositivo mide 15 cm de largo. Si hay una fuerza de fricción constante de 0,032 N entre el cañón y el proyectil ¿Con qué velocidad sale disparada la bola de goma?

 \tilde{A}) 1 m/s

B) 1,1 m/s

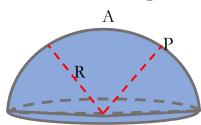
C) 1,2 m/s

D) 1,3 m/s

E) 1,4 m/s

https://youtu.be/RNpbBu7HdJE

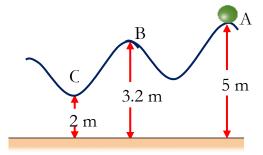
10. Un niño se encuentra sentado en la cima de un tobogán de nieve con forma de hemisferio de radio R. El niño decide deslizarse hacia abajo, partiendo del reposo, suponga que la nieve es perfectamente lisa y que no hay fricción entre la nieve y el tobogán, ¿En qué punto el niño dejará de tener contacto con el tobogán?



A) $\frac{R}{3}$ B) $\frac{2R}{3}$ D) $\frac{5R}{3}$ E) $\frac{7R}{3}$

https://youtu.be/G kDq7xIjBo

11. Una bola de 5 kg de masa se encuentra en la cima de una colina y se suelta para rodar por una pista sin fricción. La colina y la pista son construidas para una competencia de carreras de bola. La bola comienza a rodar desde la cima de la colina en el punto A y se mueve hacia el punto C, ¿Cuál será la velocidad de la bola en los puntos B y C? ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza gravitatoria para mover la bola desde la cima de la colina en A hasta el punto C?



- A) 5 m/s; $2\sqrt{14}$ m/s; 140 J
- B) 6 m/s; $2\sqrt{15}$ m/s; 150 J
- C) 7 m/s; $;2\sqrt{17}$ m/s; 160 J
- D) 8 m/s; $;2\sqrt{18}$ m/s; 170 J
- E) 9 m/s; ;2 $\sqrt{19}$ m/s; 180 J https://youtu.be/mEIallFYMcQ
- 12. Una pelota de 200 kg se lanza hacia arriba con una velocidad de 30 m/s. ¿Cuál es la relación entre su energía cinética y su energía potencial cuando alcanza una altura de 40 m?
 - A)1/8
- B) 1/4 C) 1/2
- D) 1/3
- E) 1/5

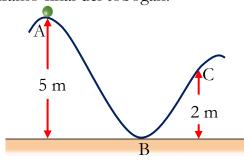
https://youtu.be/GOTehXB8P0k

- 13. Un objeto de 80 kg parte del reposo y es sometido a una fuerza resultante constante de magnitud 200 N. ¿Cuál es su energía cinética y su velocidad después de desplazarse 5 metros?
 - A) 500 J; 4 m/s
 - B) 1000 J; 5 m/s
 - C) 1500 J; 6 m/s
 - D) 6000 J; 7 m/s
 - E) 6000 J; 8 m/s

https://youtu.be/UHYbpOun0Mc

14. Una pelota de 0,5 kg se lanza desde una altura en un tobogán

curvo. El tramo AB del tobogán es liso y sin fricción, mientras que el tramo BC tiene una superficie rugosa que frena la pelota hasta detenerla por completo. Si la pelota se detiene en el punto C del tobogán, ¿Cuánta energía se pierde debido a la fricción en el tramo final del tobogán?



- A) -19 J B) -18 J C) -17 J D) -16 J E) -15 J https://youtu.be/VhQiFqrk8QU
- 15. Una persona deja caer una pelota desde lo alto de un edificio de 240 m de altura. ¿Cuál es la relación entre la energía potencial y cinética de la pelota después de 4 s de haber sido dejada caer?

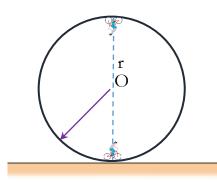
A) 1/8 B) 1/4 C)1/2

D) 2 E) 3

https://youtu.be/xzwKghZsJKc

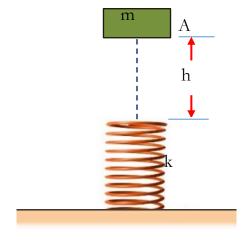
16. Una persona de masa "m" está montando una bicicleta en un camino circular que tiene una pista vertical. En el punto más alto de la pista, "A", la bicicleta tiene una velocidad de 4 m/s y en el punto más bajo, "B", tiene una velocidad de 6 m/s, si no hay fricción entre la pista y la bicicleta,

calcular el radio del arco de la pista circular.



A) 0,5 m B) 0,2 m C) 0,4 m D) 0,8 m E) 0,3 m https://youtu.be/FkPhXxzc_II

17. Un objeto de 2 kg se suelta desde una altura h sobre el resorte de constante elástica 400 N/m. Cuando el resorte ha sido comprimido 10 cm, la velocidad del objeto es de 16 m/s. ¿Qué altura tenía el objeto antes de que se comprimiera el resorte?



A) 12,8 m

B) 12,9 m

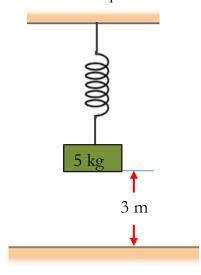
C) 13,6 m

D) 13,7 m

E) 13,8 m

https://youtu.be/N5bE5xjwrT8

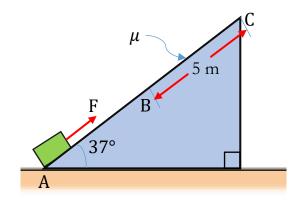
18. Un cuerpo de 5 kg de masa cuelga de un resorte de rigidez K = 100 N/m, como se muestra en la figura. Si en esa posición, el resorte se encuentra deformado 1 m, determinar la energía mecánica del sistema con respecto al suelo.



- A) 100 J
- B) 200 J
- C) 300 J
- D) 400 J
- E) 500 J

https://youtu.be/qODa2kyMue4

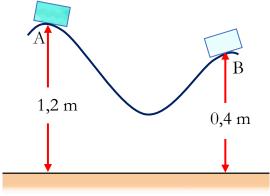
19. El bloque de masa m=1 kg se encuentra inicialmente en reposo en la posición A del plano inclinado mostrado en la figura. Si de pronto actúa una fuerza constante F=10 N en dirección paralela al plano inclinado, determinar la velocidad del bloque cuando pase por el punto C. considerar que solo existe rozamiento en el tramo BC (μ=0,8) y que AB=BC=5 m



A)3 m/s B)4 m/s C)5 m/s D)6 m/s E)7 m/s

https://youtu.be/cGm7mTMbzKE

20. En la figura mostrada se abandona un bloque de masa de 1 kg en la posición (A) desplazándose luego por acción de su peso. Si cuando pasa por el punto (B) su velocidad es igual a 3 m/s, determinar el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento sobre el bloque.



A) -5,6 J B) 2,4 J C) -3,5 J D) 4,2 J E) 3,5 J https://youtu.be/qMjyhpSmy-M

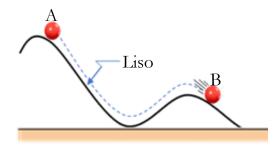
- 21. ¿Con qué velocidad tocará el suelo una piedra que es lanzada verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 24 m/s, si ésta antes de retornar alcanza una altura máxima de 18 m? Considerar la fuerza de resistencia del aire.
 - A) 8 m/s
- B) 12 m/s
- C) 11 m/s
- D) 18 m/s
- E) 20 m/s

https://youtu.be/a_IvNsMOAUI

- 22. Calcular la altura a la que debe ser lanzado un objeto para que incremente su energía potencial en una cantidad igual a la energía cinética que este mismo objeto tendría con una velocidad horizontal de 15 m/s.
 - A) 11,25 m B) 12 m C) 13,5 m
 - D) 11 m E) 10 m

https://youtu.be/drxIM3CoarY

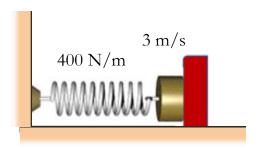
23. En el gráfico se muestra un pequeño bloque en movimiento, cuya rapidez en el punto A es de 2 m/s y en el punto B es de 10 m/s. Sabiendo que el sistema no presenta rozamiento, determinar la diferencia de alturas entre A y B, respecto a la superficie horizontal que se muestra en la figura.



- A) 5 m B) 4,6 m C) 3,5 m D) 4,8 m E) 3 m https://youtu.be/t2BpENewR-g
- 24. Desde una altura de 5 m, se suelta una esfera de 0,3 kg. ¿Cuál es la energía cinética de la esfera en el instante en que su energía potencial gravitatoria es el 20% de su energía mecánica inicial respecto al suelo?
 - A) 120 J B) 14 J C) 20J D)25 J E) 12J

https://youtu.be/OZQIDiH8kKc

25. El sistema bloque- resorte que se muestra presenta una energía mecánica de 14 J. Si el bloque tiene una masa de 3 kg, determine la deformación del resorte para dicho instante

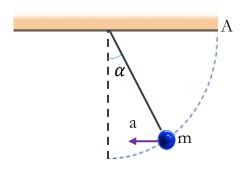


- A) 0,01 m B) 0,04 m
- C) 0,05 m D) 0,06 m
- E) 0,07 m

https://youtu.be/vq 7Nv7fEgU

26. Una esfera de masa "m" unido a un hilo es abandonado desde la posición "A" tal como muestra la figura. ¿Qué ángulo forma el hilo

con la vertical en el instante que su aceleración neta es horizontal?



- A) ARCSEN $\sqrt{2}$
- B) ARCTAN $\sqrt{2}$
- C) ARCTAN $\sqrt{3}$
- D) ARCCOS $\sqrt{2}$
- E) ARCCOS√3

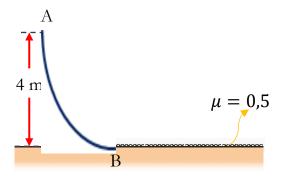
https://youtu.be/HL0ZXzzftQE

- 27. Una esfera de masa de 16 kg desciende frente a una ventana cuya altura desde su borde inferior hasta su borde superior es de 2,5 m. a) ¿Cuánto aumenta su energía cinética cuando llega al borde inferior de la ventana? b) Si su velocidad era de √14 m/s en la parte superior de la ventana, ¿Cuál será su velocidad al pasar por la parte inferior?
 - A) 240 J y 16 m/s
 - B) 160 J y 13 m/s
 - C) 320 m y 18 m/s
 - D) 400 J y 8 m/s
 - E) 400 J y 5 m/s

https://youtu.be/6zMPNxe6ycs

28. Un pequeño bloque es soltado en el punto A, tal como se muestra en la figura, luego ingresa a una

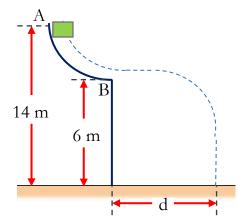
superficie rugosa por el punto B. Calcular ¿A qué distancia de B se detiene el bloque?



- A) 8 m B) 16 m C) 4 m
- D) 5 m E) 2 m

https://youtu.be/35qcS9pQAgw

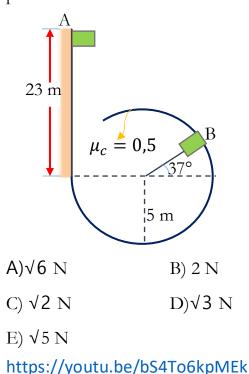
29. Se suelta un pequeño bloque sobre la superficie curva tal como se muestra en la figura; determine el valor de "d" sabiendo que abandona la superficie en el punto B (desprecie todo tipo de resistencia).



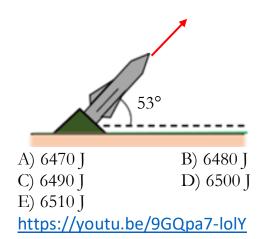
- 30. A)12,78 m
 - n B) 10 m
 - C) 13,78 m
- D) 23 m
- E) 11,18 m

https://youtu.be/hgpsCN24luc

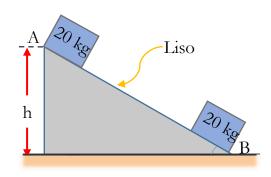
31. Un bloque de 5kg de masa es soltado en A, y al resbalar hasta B sobre la superficie áspera se disipa 920 J de energía en forma de calor, así como se muestra en la figura. Determinar qué módulo tiene la reacción cuando el bloque pasa por B.



32. Durante una prueba para determinar las características de un misil, se decide lanzarlo tal como se indica en la figura, sabiendo que su masa es de 10 kg y que su velocidad de lanzamiento es de 60 m/s. Se produjo una avería en el punto más alto de su trayectoria por lo que su energía se redujo, calcule su energía cinética en la altura máxima.

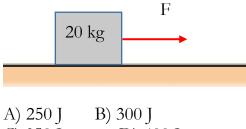


33. Un bloque de 20 kg se desliza por una superficie inclinada y lisa tal como se muestra en la figura; si la velocidad con la que llega a la superficie horizontal es de 15 m/s.Determinar la energía mecánica en los punto A y en el punto B, sabiendo que el bloque parte del reposo.



- A) 2100 J; 2100 J; 10,25 m B) 2150 J; 2150 J; 10,5 m C) 2200 J; 2200 J; 10,75 m D) 2200 J, 2200 J, 11 m E) 2250 J, 2250 J; 11,25m https://youtu.be/3wNHF4gnmZs
- 34. Un objeto cuya masa es de 20 kg, es arrastrado por la acción de una fuerza F sobre una superficie sin

fricción, con una velocidad constante de 5 m/s. Determine la energía cinética que posee el objeto que se encuentra en movimiento.



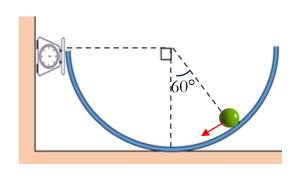
C) 350 J

D) 400 J

E) 450 J

https://youtu.be/HBu2lv_y47g

35. Un cuerpo esférico de 1 kg es soltada desde A con una rapidez de v_0 = 10 m/s sobre una superficie semicircular lisa cuyo radio es de 2 m, tal como se muestra en la figura. Si en la parte más alta de la superficie (casi en el borde) se encuentra una balanza, Calcule la lectura (en N) de la balanza cuando el cuerpo pase por la parte más alta del semicírculo.



A) 30N

B) 40 N

C) $50 \, \text{N}$

D) 60 N

E) 70 N

https://youtu.be/vSRIZexW-HI

36. Un cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba con una rapidez v_0 . A qué altura su energía potencial gravitatoria es seis veces su energía cinética?

https://youtu.be/YGTa33rsJoQ

37. Una esfera de 20 kg es lanzada verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 45 m/s. Determinar: a) la energía cinética al cabo de 3 s, b) la energía potencial al alcanzar su altura máxima.

A) 2100 J; 20100 J

B) 2150 J; 20150 J

C) 2200 J; 20200 J

D) 2250 J; 20250 J

E) 2300 J; 20300 J

https://youtu.be/U7ZaB7Qn2Aw

38. Un águila luego de capturar a un conejo decide llevarlo a la montaña más cercana, en el trayecto el águila suelta al conejo desde una altura de 400 m con respecto al suelo. Si a esta altura el águila volaba horizontalmente a una velocidad de 108 km/h, determinar la velocidad con la que impacta el conejo en el suelo.

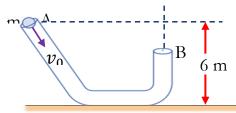
A)94,33 m/s B) 37,42 m/s

C) 31,6 m/sD) 91.9 m/s

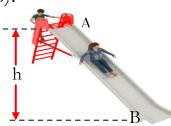
E) 94 m/s

https://youtu.be/a ie0KelKDY

39. En un tubo liso se lanza una esfera pequeña de masa "m" desde el punto A, con velocidad inicial de 12 m/s. Hallar la altura máxima que alcanza la esfera respecto del piso horizontal.



- A) 12.2 m B) 13.2 m C) 14.2 m D) 15.2 m E) 16.2 m https://youtu.be/KJuOCfaXkE0ç
- 40. Un profesor de la Universidad Nacional de Jaén se desliza por un toboggan lisa, como el que se muestra en la figura. Si parte del reposo en A, ¿con qué velocidad llegará al punto más bajo (punto B)?



- A) $\sqrt{2gh}$
- B) \sqrt{gh}
- C) $\sqrt{3gh}$
- D) $\sqrt{5gh}$
- E) $\sqrt{2h}$

https://youtu.be/KPaGLY7fujY

41. Sobre una superficie horizontal, un camión de 200 kg es arrastrado por una fuerza de 1500 N, el coeficiente de rozamiento cinético es de 0,5, calcular la energía cinética

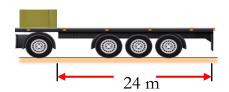
que adquiere el camión cuando llegue al punto de embarque que se encuentra a una distancia de 30 metros.



- A) 10000 J
- B) 12000 J
- C) 14000 J
- D) 15 000 J
- E) 16 000 J

https://youtu.be/G-oODBrYa8M

42. Se tiene una plataforma horizontal con un coeficiente de rozamiento cinético de 0,7. A 24 m del borde de le plataforma se lanza un tejo de jockey con una velocidad horizontal inicial de 20 m/s, determinar la velocidad con la que el tejo sale por el borde de la plataforma.



A) 8 m/s B) 7 m/s C) 6 m/s D) 5 m/s E) 4 m/s https://youtu.be/t78jgTcxsAo

Alternativas

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
В	В	Е	С	D	Е	Е	D	Е	В
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
В	Α	В	Α	D	Α	Α	В	В	С
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
В	Α	D	Е	С	В	D	Α	С	Е
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
В	Е	Α	В	С	D	Α	В	Α	D
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Α									

14 POTENCIA

Definición

La potencia es una medida de la rapidez con la que se realiza un trabajo, es decir, la cantidad de energía que se transfiere por unidad de tiempo. Matemáticamente, se define como la tasa de trabajo, es decir, el trabajo dividido por el tiempo que tarda en realizarse. La unidad de medida de la potencia en el sistema internacional es el watt (W). En el contexto de la energía, la potencia también puede asociarse con la velocidad de un cambio de energía dentro de un sistema. Por ejemplo, si un objeto gana energía cinética a una tasa de 100 Joules por segundo, entonces la potencia involucrada en el proceso es de 100 watts.

$$P = \frac{W}{t} = Fv$$

Eficiencia o rendimiento de una máquina

Se refiere a la relación entre la energía útil que la máquina proporciona y la energía total que se consume. Se puede expresar en porcentaje o en forma decimal y se calcula como la relación entre la potencia útil y la potencia consumida. Cuanto mayor sea la eficiencia de una máquina, menor será la cantidad de energía desperdiciada en forma de calor o ruido.

$$n = \frac{P_{util}}{P_{suministrado}}$$

Potencia nominal (PN): Se refiere a la potencia máxima que puede entregar una máquina o dispositivo de manera continua y sin dañarse.

Potencia efectiva (Pe): Es la potencia que realmente se utiliza en un proceso o en el funcionamiento de una máquina, teniendo en cuenta las pérdidas y la eficiencia del sistema.

Problemas resueltos

1. Un automóvil de la empresa "Cruz de Yanahuanca" se desplaza por una carretera a una velocidad constante de 108 km/h. Durante todo el trayecto, el automóvil se enfrenta a dos fuerzas que actúan en sentido contrario a su movimiento: la fuerza de rozamiento con la carretera, que tiene una intensidad de 250 N, y la fricción con el aire, que alcanza una magnitud de 800 N, ¿Qué potencia debe desarrollar el automóvil para poder mantener la velocidad constante?

Solución

Identificación de los datos y sus unidades de medida:

Velocidad del automóvil (v) = 108 km/h Fuerza de rozamiento con la carretera = 250 N Fricción con el aire = 800 N

Representación gráfica del fenómeno:

En gráfica se visualiza un automóvil moviéndose a una velocidad constante por una carretera, con las fuerzas de rozamiento y fricción actuando en su contra.



Identificación de las ecuaciones físicas adecuadas:

La potencia (P) se relaciona con la fuerza (F) y la velocidad (v) mediante la ecuación: P = F.v

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

Potencia para vencer el rozamiento con la carretera:

$$P_c = 250 \text{ N} (108 \text{ km/h}) = 250 \text{ N} (108\ 000 \text{ m} / 3600 \text{ s}) = 7500 \text{ W}$$

Potencia para vencer la fricción del aire:

$$P_a = 800 \text{ N} (108 \text{ km/h}) = 800 \text{ N} (108\ 000 \text{ m} / 3600 \text{ s}) = 24\ 000 \text{ W}$$

La potencia necesaria para mantener la velocidad constante del automóvil se compone de dos partes: la potencia para vencer el rozamiento con la carretera y la potencia para vencer la fricción con el aire.

La potencia total requerida es:

$$P_T = P_c + P_a = 7500 \text{ W} + 24\,000 \text{ W} = 31\,500\,33,000 \text{ W}$$

La potencia total necesaria para mantener la velocidad constante del automóvil es de aproximadamente 31500 vatios (W), o 31.5 kilovatios (kW).

Análisis de los resultados obtenidos:

La potencia motríz será la encargada de desarrollar una fuerza F capaz de vencer las fuerzas de fricción.

2. En una obra de construcción que se realiza en la provincia de Jaén, Walker levanta ladrillos de 6 kg desde el suelo hacia un andamio tipo caballete que está a una altura de 1.40 metros, en un tiempo de 1,5 segundos. Determine la potencia mecánica entregada por Walker

https://youtu.be/nsHW18V22 c

Solución.

Identificación de los datos y su unidades de medida:

Masa de los ladrillos (m): 6 kg

Altura del andamio tipo caballete (h): 1,40 m

Tiempo empleado para levantar el ladrillo (t): 1,5 s

Representación gráfica del fenómeno:

En la gráfica se observa a Walker levantando un ladrillo desde el suelo hacia un andamio tipo caballete.



Identificación de las ecuaciones físicas adecuadas:

La potencia mecánica (P) se relaciona con el trabajo (W) y el tiempo (t) mediante la ecuación:

$$P = W / t$$

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

El trabajo (W) realizado por Walker para levantar el ladrillo desde el suelo hasta el andamio es:

$$W = F \times d$$

La distancia (d) recorrida por el ladrillo es la altura del andamio tipo caballete (1,4 m):

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en las ecuaciones:

Cálculo del trabajo realizado (W):

Fuerza aplicada por Walker (F) = masa de los ladrillos × aceleración de la gravedad

$$F = 6 \text{ kg} (10 \text{ m/s}^2) = 60 \text{ N}$$

Trabajo realizado (W) = Fuerza × distancia

$$W = 60 \text{ N} \times 1.40 \text{ m} = 84 \text{ J}$$

Cálculo de la potencia mecánica

$$P = 84 \text{ J} / 1,5 \text{ s} = 56 \text{ W (vatios)}$$

Análisis de los resultados obtenidos:

Para levantar los ladrillos desde el suelo hasta el andamio tipo caballete en un tiempo de 1.5 segundos, Walker debe desarrollar una potencia mecánica de aproximadamente 56 vatios (W).

3. El sistema mostrado está formado por bloque de 15 kg de masa, que parte de reposo y comienza a moverse bajo a acción de una fuerza F = 100 N. Si sobre la superficie en la que se desplaza el bloque no existe fuerza de rozamiento, determinar la potencia desarrollada por la fuerza F después de recorrer 120 metros.



https://youtu.be/V5crc4WPDpc

Solución

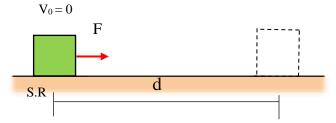
Identificación de los datos y sus unidades de medida:

Masa del bloque = 15 kg

Fuerza que mantiene en movimiento al bloque = 100 N

Distancia que recorre el bloque = 120 m

Representación gráfica del fenómeno:



Identificación de la formula física adecuada:

Para la solución de este problema vamos a utilizar la fórmula de potencia:

$$Pot = \frac{W_F}{t} = \frac{Fd}{t} \qquad \dots (1)$$

Sólo falta calcular "t". Debido a que F = 100 N es constante en todo momento, el bloque efectuará un M.R.U.V, de modo que se cumple

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + v_0 + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

$$d = \frac{1}{2}at^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2d}{a}} \qquad (2)$$

Aplicando la 2da ley de Newton al bloque:

$$\sum F_x = ma$$

$$F = ma$$

$$a = \frac{F}{m}....(3)$$

Reemplazando (3) en (ii):

$$t = \sqrt{\frac{2md}{F}}....(4)$$

Reemplazando (4) en (1)

$$Pot = \frac{Fd}{\sqrt{\frac{2md}{F}}}$$

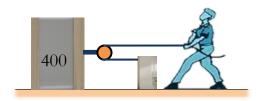
$$Pot = \frac{(100)(120)}{\sqrt{\frac{2(15)(120)}{100}}}$$

$$Pot = 2000 \ watts$$

Análisis de los resultados obtenidos:

Los resultados son coherentes con el fenómeno del movimiento.

4. En la figura, se muestra a una persona que trabaja en la Universidad Nacional de Jaén, jalando un bloque de 400 kg a velocidad constante sobre una superficie rugosa de 6 metros durante un intervalo de tiempo de 6 minutos. Si el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y el piso áspero es de 0.5, determinar la potencia disipada por la persona.



https://youtu.be/6QqRU_ddjog

Solución

Identificación de datos y sus unidades de medida:

Masa del bloque: 400 kg

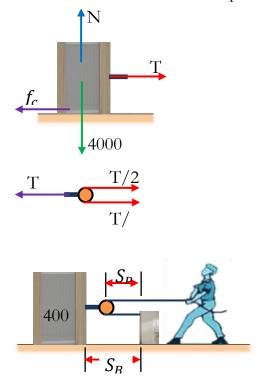
Distancia que recorre el bloque jalado por la persona: 6 m

Tiempo que es jalado el bloque: 6 minutos

Coeficiente de fricción cinética entre el bloque y el piso áspero es 0.5

Finalidad y representación gráfica:

Primero se realizará en D.C.L para el fluque y luego en en la polea.



Identificación de la ecuación física adecuada:

Para determinar la potencia disipada por la persona, se utilizará la ecuación siguiente:

$$P = \frac{W}{t}$$

Sustituyendo los datos y realizando los cálculos en la ecuación:

Como el bloque es jalado a velocidad constante, entonces se encuentra en equilibrio cinético en la horizontal:

$$\Sigma F = 0$$

$$T - f_c = 0$$

$$T = \mu N \dots \dots (1)$$

Del equilibrio en la vertical

$$\Sigma F = 0$$

$$N - 4000 = 0$$

$$N = 4000N$$

Reemplazando la N en (1):

$$T = 0.5(4000)$$

$$T = 2000 N$$

La fuerza que aplica la persona es: $F = \frac{T}{2} = \frac{2000}{2}$

$$F = \frac{T}{2} = \frac{2000}{2}$$

$$F = 1000 N$$

Si el bloque recorre 6 m, entonces la persona recorre 3m, reemplazando se tiene:

$$W = F.d = 1000(3)$$

$$W = 3000 J$$

Finalmente, la potencia disipada por el hombre es: $P = \frac{W}{t} = \frac{3000 \text{ J}}{6(60)}$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{3000 \, \hat{J}}{6(60)}$$

$$P = 8,3 W$$

Análisis de los resultados obtenidos:

La potencia disipada por el hombre al jalar el bloque es de 8,3 W, el cual cumple con las expectativas, tiene sentido físico y se ajusta a las condiciones establecidas en el enunciado del problema.

Problemas propuestos

1. En una misión espacial, un cohete está avanzando a una velocidad constante de 40 m/s a través del vacío del espacio. Si el cohete tiene que vencer la resistencia del aire que actúa sobre él, la cual se estima en 20 N, ¿cuál es la potencia que desarrollan los propulsores del cohete para mantener su velocidad constante en estas condiciones?



A) 100 W

B) 400 W

C) 600 W

D) 800 W

E) 900 W

https://youtu.be/p24Y854sVQM

2. Un tren eléctrico se desplaza por una vía a una aceleración constante de 50 cm/s². Si se sabe que el 50% de la potencia generada por el motor se utiliza para vencer la fricción entre las ruedas y la vía, y el otro 50% se utiliza para aumentar la velocidad, ¿cuál es el coeficiente de rozamiento entre las ruedas y la vía?

A) 0,03

B) 0,04 C) 0,05

D) 0,06

E) 0,07

https://youtu.be/vUKevE3Dkyw

3. Un motor eléctrico es utilizado en una fábrica para hacer funcionar una máquina que realiza un proceso de producción, se sabe que el motor consume una cierta cantidad de energía eléctrica para

hacer funcionar la máquina, y que parte de esta energía se pierde en forma de calor debido a la resistencia interna del motor y a la fricción con las piezas móviles. Si se conoce que la potencia útil entregada por el motor es de 10 kW, y que el motor pierde una potencia equivalente a la tercera parte de la potencia útil en forma de calor, se desea calcular la eficiencia del motor.

A) 45%

B) 50% C) 75%

D) 80%

E) 90%

https://youtu.be/u-djgpipRwg

4. Determine la potencia en HP de un motor que levanta bloques de 38 kg hasta una altura de 8 metros en 2 s a velocidad constante (1 HP = 746 W).

A) 0,25 HP

B) 0,5 HP

C) 1,25 HP

D) 1,5 HP

E) 2 HP

https://youtu.be/vwOG4hg-IVQ

5. Un automóvil de 1200 kg se mueve a una velocidad constante de 20 m/s, sobre una carretera horizontal con un coeficiente de fricción cinética de 0,25. ¿Cuánta potencia en vatios se necesita para superar la fricción y mantener la velocidad constante?

A) 4000 W

B) 5000 W

C) 60000 W

D) 7000 W

E) 8000 W

https://youtu.be/izXd10bGo4w

6. Un albañil de 64 kg está realizando un trabajo en un edificio y se encuentra sentado en una plataforma de 28 kg. Él desea elevarse en 3 m, jalando la cuerda que por el otro extremo está amarrada a la plataforma, empleando un tiempo de 2 minutos. ¿Qué potencia como mínimo deberá desarrollar el hombre para lograr su objetivo?



- A) 11,5 W
- B) 22 W
- C) 23 W
- D) 24 W
- E) 25 W

https://youtu.be/6DKAedy5xbl

7. Un ascensor 1000 kg de masa, es levantado por un motor a velocidad constante hasta una altura de 60 m en un tiempo de 120 s. ¿Cuál es la potencia del motor en kW?

A)5 kW

B)6 kW

C)7 kW

D)8 kW E)9 kW

https://youtu.be/BDn3yri4uY4

8. Un estudiante de la Institución Educativa Cruz de Yanahuanca, levanta una carpeta de 5 kg de masa hasta el segundo piso, el cual se encuentra a una altura de 3 m. Si la aceleración es de 2 m/s² y el tiempo que demora es 3 s, determinar la potencia necesaria para levantar dicho cuerpo.

- A) 5 W B) 10 W C) 20 W D) 30 W E) 60 W https://youtu.be/4lmv0UlF9ss
- 9. La empresa constructora "COSAPI" está realizando una obra en la ciudad de Cajamarca, para ello emplean una grúa, la cual es capaz de levantar de levantar hasta 6 vigas de acero, si cada viga tiene una masa de 140kg y la grúa logra levantar el máximo de vigas hasta una altura de 20m en 50 segundos. Se quiere calcular la potencia del motor de la grúa en kilovatios.

A) 3,360 kW

B) 3,370 kW

C) 3,380 kW

D) 3,390 kW

E) 3,400 kW

https://youtu.be/BCu4A-Alpgk

10. En una fábrica se utiliza una máquina para realizar cierta tarea, ademas se sabe que esta máquina pierde energía en forma de calor, lo cual se traduce en una pérdida de potencia de 60 W. Si la potencia aprovechable de la máquina es de 140 W, ¿cuál es la eficiencia de dicha máquina?

A) 85%

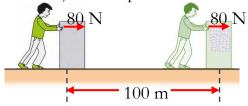
B) 80% C) 75%

D) 70%

É) 50%

https://youtu.be/3uWHGNTRIAI

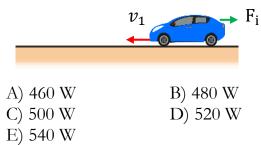
11. Un bloque de 10 kg, inicialmente en reposo, se pone en movimiento bajo la acción de una fuerza de 80 N, tal como se muestra en la figura. Hallar la potencia desarrollada después de recorrer 100 m bajo una superficie lisa.



- A) 1500 W
- B) 1600 W
- C) 1700 W
- D) 1800 W
- E) 1900 W

https://youtu.be/S AM01Pe -Q

12. En una pista de carrera sobre una superficie plana horizontal se mueve un automóvil con masa de 6 kg y una velocidad v_1 = 20 m/s, en el momento t=0 s, se aplica una fuerza F_i constante y la acción de esta fuerza demora 60 s. Al final de la cual, la velocidad del automóvil es v_2 = 100 m/s; determine la potencia desarrollada por la fuerza.



https://youtu.be/Cwd86y9-eAg

13. Un ascensor tiene una masa de 1000 kg y transporta una carga de 800 kg; se sabe que una fuerza de fricción constante de 4000 N retarda su movimiento hacia arriba. ¿Cuál debe ser la potencia entregada por el motor para elevar el

ascensor a una rapidez constante de 3 m/s?

- A) 36 kW
- B) 46 kW
- C) 56 kW
- D) 66 kW
- E) 76 kW

https://youtu.be/JR2Nu-rVyhw

14. El ascensor del edificio del pabellón de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional de Jaén tiene una masa total de 1000 kg. Si transporta a díez estudiantes de de 80 kg de masa cada uno y la fuerza de fricción que actúa es de 4000 N cuando el ascensor sube a velocidad constante de 3 m/s, determinar la potencia entregada por el motor.

A)44,4 kW

B) 60,3 kW

C) 64,9 Kw

D) 65,9 Kw

E) 70,3 kW

https://youtu.be/OMUHOOpi0Mw

- 15. Un vehículo de 1000 kg de masa tiene una potencia de 7500 watts, y se mueve sobre una carretera horizontal a una velocidad constante de 90 km/h. Si la fricción entre los neumáticos y la carretera permanece constante durante todo el recorrido, determinar la velocidad que alcanzará al ascender una pendiente del 10%.
 - A) 3,38 m/s
- B) 4,58 m/s
- C) 5,58 m/s
- D) 6,68 m/s
- E) 7,68 m/s

https://youtu.be/3ErzM7fLfiw

16. En un edificio, un elevador de 650 kg debe moverse desde el reposo

hacia arriba durante 3 s hasta alcanzar su velocidad de crucero de 1,75 m/s. Se desea conocer la potencia promedio del motor durante este periodo y cómo se compara con la potencia ejercida mientras se mueve a velocidad constante.

- A) 5905 W; 11100 W
- B) 6019,27 W; 11375 W
- C) 5910 W; 11200 W
- D) 5915 W; 11250 W
- E) 5915 W; 11220 W

https://youtu.be/6jTSa0rPMSg

- 17. Una máquina tiene la particularidad de proporcionar una potencia equivalente al 25% de la potencia que pierde por calentamiento y obsolescencia (pérdida por desuso). ¿Cuál es la eficiencia de dicha máquina?
 - A) 10%
- B) 20%
- C) 30%
- D) 40%
- E) 50%

https://youtu.be/blJBGH7bMpM

- 18. Imagina que estás manejando un automóvil y en un momento dado, aceleras debido a una fuerza de 800 N, aumentando tu velocidad a 25 m/s. Ahora, te encuentras con una situación en la que necesitas reducir tu velocidad y decides reducir la fuerza de tracción a 500 N. ¿A qué velocidad estarás viajando después de hacer este cambio?
 - A) 40 m/s
- B) 50 m/s
- C) 60 m/s
- D) 70 m/s
- E) 80 m/s

https://youtu.be/cIKtSZh-Isc

- 19. ¿ Cuál es la potencia desarrollada por una fuerza F (paralela al desplazamiento) que actúa sobre un cuerpo cuya masa mide 40 kg; esta fuerza causa que su velocidad cambie de 18 m/s a 20 m/s, en 8 s?
 - A) 300 W
- B) 190 W
- C) 500 W
- D)600 W
- E) 700 W

https://youtu.be/jjVuBcbGEHs

- 20. Un deportista lanzó una pelota de 8 kg de masa hacia el horizonte con una velocidad inicial de 25 m/s, y un ángulo de 37° respecto a la horizontal. Se quiere determinar la potencia media desarrollada por la fuerza de gravedad durante el movimiento de la pelota, y la potencia instantánea de esta fuerza en t = 1,2 s.
 - A) 20 W; -200 W
 - B) 0 W; -120 W
 - C) 0 W; -240 W
 - D) 80 W; -540 W
 - E)0 W; -720 W

https://youtu.be/KupNnk3hyzg

21. Determine la potencia del motor de una cepilladora (máquina utilizada para alisar madera) en kW, si el recorrido realizado durante su trabajo es de 2m y dura 10s, se sabe que la fuerza de corte es de 12 kN y su movimiento es uniforme. El rendimiento de la máquina es de 80%.

- A) 2 kW
- B) 3 kW
- C) 4 kW
- D) 5 kW
- E) 6 kW

https://youtu.be/D-uBAoc0td4

22. Un auto se desplaza desde el reposo debido al funcionamiento de su motor, y luego de recorrer una distancia su velocidad aumenta 20 m/s en 5s. si la masa de dicho vehículo es de 1500 kg, determinar la potencia del motor.

A)60000 W

B)70000 W

C)80000 W

D)90000 W

É)100000 W

https://youtu.be/OmE5I78PR2w

23. La empresa "Nueva Villa" ha comprado un tractor para ayudar en el trabajo agrícola, el cual adquiere una velocidad constante de 36 km/h al tirar de un vagón con una fuerza de 500 N. Si se sabe que realiza un trabajo de 800 kJ, determinar la potencia de salida del vagón.

A)1 kW

B) 2 kW

C) 3 kW

D) 4 kW

E) 5 kW

https://youtu.be/yDvA656ZxDo

24. Se desea subir un piano de 200 kg con una rapidez constante, a un departamento que se encuentra a 10 metros de altura; para dicho trabajo se cuenta con una grúa que al cargar el piano gasta una potencia media de 800w. ¿Cuánto tiempo se requiere para realizar el trabajo?

A) 5 s

B) 10 s

C) 15 s

D) 20 s

E) 25 s

https://youtu.be/NEtPBfRhRhs

25. Un cubo de 22 kg se desliza por una superficie horizontal áspera a 9 m/s y finalmente se detiene debido a la fricción. El coeficiente de fricción cinética entre el cubo y la superficie es de 0,2 ¿Cuánta potencia térmica media se produce al detenerse el cubo?

A) 188W

B) 198 W

C) 208 W

D) 218 W

E) 228 W

https://youtu.be/kRgMCZku1fQ

26. Una motobomba puede elevar 1000 litros de H₂O hasta una altura de 30 m en 7 minutos. Si el motor llega a consumir una potencia de 1200 W, ¿qué rendimiento hidráulico tiene?

A) 0,395

B) 0,495

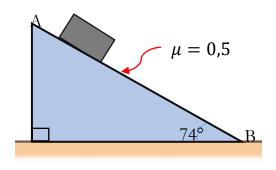
C) 0,595

D) 0,695

E) 0,795

https://youtu.be/nMlWhalW-Wk

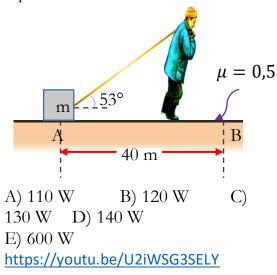
27. A lo largo de un plano inclinado rugoso, se desplaza una caja de 5 kg de masa, tal como se muestra en la figura. Si parte del reposo en un punto A y llega al puto B en 5 segundos, determinar la potencia que realiza el peso del cuerpo.



- A) 954 W
- B) 964 W
- C) 974 W
- D) 984 W
- E) 994 W

https://youtu.be/DkjWv9rwUAU

28. Hallar la potencia que desarrolla una persona sabiendo que tira de una caja de 10 kg de masa con una fuerza de 100 N, tal como se muestra en la figura; mientras se desplaza de A hasta B. Considere que la caja en un inicio estaba en reposo.



29. Un hombre realiza una fuerza de 500N para halar (trasladar) un cuerpo a una distancia de 20 m empleando 25 segundos. ¿Cuál es la potencia desarrollada?

https://youtu.be/ym68-qulSsw

30. Calcular la potencia de una grúa que es capaz de levantar 60 bolsas de cemento hasta una altura de 2,5 m en un tiempo de 2 s. si cada bolsa tiene una masa de 50 kg.



- A) 3730 W
- B) 3740 W
- C) 37500 W
- D) 3760 W
- E) 3770 W

https://youtu.be/EfO9ExRQPhU

- 31. Calcular la potencia que posee una grúa fija (instalada en la construcción de una obra) sabiendo que levanta 80 paquetes de cemento, a una altura de 4 m en un tiempo de 3 s además se sabe que la masa de cada paquete es de 40 kg.
 - A) 42 666,67 W
 - B) 42 666,68 W
 - C) 42 666,69 W
 - D) 42 666,70 W
 - E) 42 666,71 W

https://youtu.be/J3xGiDiiauc

32. ¿Cuánta potencia requiere una máquina para levantar una esfera de 4000 N de peso a una altura de 1,50 m; realizando esta acción 30

veces en un minuto, considerando que el rendimiento de la máquina es del 25%?.

- A) 11000 W
- B) 12000 W
- C) 13000 W
- D) 14000 W
- E) 15000 W

https://youtu.be/HyjnMnLXcdE

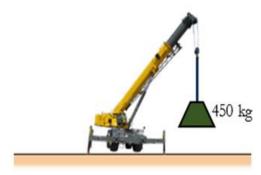
- 33. Un camión de carga puede ascender una pendiente de 1 por 60 a la velocidad de 12 km/h. Si hay una fuerza de fricción igual a 1/40 del peso del camión, ¿Con qué velocidad puede bajar por la misma pendiente, suponiendo que la potencia desarrollada por su motor es constante?
 - A) 16,65 m/s B) 17,65 m/s
 - C) 18,65 m/s D) 19,65 m/s
 - E) 20,65 m/s

https://youtu.be/0JWCyGG5htw

- 34. Para acceder al segundo piso de un supermercado, se utiliza una escalera mecánica por la cual suben 600 personas en un lapso de 40 minutos. Si el desnivel entre el primer piso y el segundo piso es de 10 m, y la masa promedio de cada persona es de 80 kg, determinar el trabajo realizado por el motor de la escalera y la potencia necesaria para elevar a todas las personas.
 - A) 4,8 **10**⁶ J ; 2000 W
 - B) 5,8 **10**⁶ J; 3000 W
 - C) 6,8 **10**⁶ J; 4000 W
 - D) 7,8 10⁶ J; 5000 W
 - E) $8,8 \ 10^6 \ J$; $6000 \ W$

https://youtu.be/eSHK6rDNAMQ

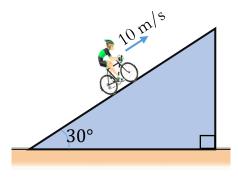
35. Una grúa de 50% de eficiencia es impulsada por un motor de 90% de rendimiento. Si la potencia suministrada al motor es de 5 kW, determinar la velocidad con la que la grúa puede levantar una carga de 450 kg.



- A) 0.5 m/s
- B) 1 m/s
- C) 1,5 m/s
- D) 2 m/s
- E)2,5 m/s

https://youtu.be/NTBGVy Wkcw

36. Un ciclista sube por una rampa que forma un ángulo de 30° con la horizontal con una velocidad de 10 m/s, tal como se muestra. Si el peso del ciclista y la bicicleta es de 600 N, determinar la potencia que debe mantener el ciclista.



- A) 2000 W
- B) 3000 W
- C) 4000 W
- D) 5000 W

E) 6000 W https://youtu.be/aVxUJCkNEXo

37. Una persona levanta una caja desde el piso, la cual tiene una masa 2 kg, si la altura donde se desea colocar la caja es 2 metros sobre el piso y lo realiza en un tiempo de 3 segundos con velocidad constante, determinar la potencia que se aplica para levantar dicha caja.

A) 12,3 W

B) 13,3 W

C)14,3 W

D)15,3 W

E)16,3 W

https://youtu.be/rEe1l_0X6s0

38. Un montacargas arrastra un bloque de 100 kg de masa sobre una pendiente 53° con una velocidad de 4 m/s, si se sabe que la potencia desarrollada es de 4.8kW. Determinar el coeficiente de rozamiento cinético.



A) 0,6 B)

B)0,7

C) 0,5

D) 0,4 E) 0,3

https://youtu.be/y0iSDWpdHjU

39. Un auto sube por un plano inclinado cuya pendiente es 2,5% con una velocidad constante de 6 m/s, ¿Qué velocidad poseerá al descender por el mismo plano, si utilizó la misma potencia que

empleó en el ascenso? La fuerza de fricción es una cincuentava parte del peso del auto

A) 56 m/s

B)57 m/s

C) 55 m/s

D) 54 m/s

E) 53 m/s

https://youtu.be/kh2XodrCT5Q

Alternativas

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	С	С	Е	C	Α	Α	Е	Α	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
В	В	D	Α	С	В	В	Α	В	С
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
В	Α	Е	Е	В	С	D	Е	С	С
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Α	В	Α	Α	Α	В	В	Α	D	
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

BIBLIOGRAFÍA

- Alonso, Marcelo y Finn, Edward J. (2016), Fundamentos de física, Addison-Wesley Iberoamericana, Ciudad de México, México.
- Beer, FP, Johnston, ER y Eisenberg, ER (2007). Mecánica Vectorial para Ingenieros, Estática (8a. ed.). México: Editorial Mexicana.
- Giancoli, Douglas C. (2015), Física para la ciencia y la tecnología, Volumen 3, Pearson Educación, Ciudad de México, México.
- Gómez Flores, Jaime J. (2007). Física, teoría y problemas. Primera edición. Lima: Editores Gómez
- Halliday, David, Resnick, Robert y Walker, Jearl (2014), Fundamentos de física, Volumen 2, Editorial Reverté, Barcelona, España.
- Hewitt, Paul G. (2014), "Conceptos de Física", Ciudad de México, Pearson Educación.
- Hibbeler, R. (2016). Ingeniería Mecánica Dinámica (14a. ed.). México: Pearson Educación.
- Hibbeler, R. (2016). Ingeniería Mecánica Estática (14a. ed.). México: Pearson Educación.
- Hsu, Jong-Ping (2011), "Conceptos de Física Moderna", Madrid, Editorial Paraninfo.
- Knight, Randall D., Jones, Brian y Field, Stuart (2006), "Física para Científicos e Ingenieros", Ciudad de México, Pearson Educación.
- Resnick, Robert, Halliday, David y Krane, Kenneth S. (2012), Física, Editorial Médica Panamericana, Buenos Aires, Argentina.
- Sears, Francis W., Zemansky, Mark W. y Young, Hugh D. (2015), Física Universitaria, Volumen 1, Pearson Educación, Ciudad de México, México.
- Serway, Raymond A., Moses, Clement J. y Moyer, Curt A. (2009), "Física para Ciencias e Ingeniería con Física Moderna", Ciudad de México, Cengage Learning.

- Thornton, Stephen T. y Rex, Andrew (2009), "Física para las Ciencias e Ingenierías", Ciudad de México, Cengage Learning.
- Tipler, Paul A. y Mosca, Gene (2015), Física para la ciencia y la tecnología, Volumen 3, Editorial Reverté, Barcelona, España.
- Young, Hugh D., Freedman, Roger A. y Stadler, Lewis (2015), "Física Universitaria", Ciudad de México, Pearson Educación.

ACERCA DE LOS AUTORES

Freddi Roland Rodriguez Ordóñez

Es un profesional con más de 15 años de experiencia en docencia universitaria a nivel de pregrado. Ha desempeñado diversos cargos de liderazgo en áreas administrativas y de gestión en diferentes universidades, como Coordinador de la Carrera Profesional de Ingeniería de Sistemas e Informática e Ingeniería Ambiental (UNAM), Jefe de la Oficina de Servicios Académicos y Director de Gestión Académica (UNJ).



Posee una sólida formación académica, habiendo obtenido un Doctorado en Ciencias Ambientales y una Maestría en Ciencias con mención en Gestión Ambiental y Desarrollo Sostenible. También cuenta con una Licenciatura en Física y una Licenciatura en Educación, especialidad Matemática y Computación.

A lo largo de su carrera, ha demostrado un fuerte compromiso con la educación y la formación de profesionales en diferentes áreas. Su experiencia y amplia trayectoria académica lo determinan en un autor con sólidos fundamentos para abordar temas relacionados con la docencia, la gestión educativa y el desarrollo sostenible.

Con la combinación de su experiencia docente, conocimientos académicos y compromiso con la educación, aporta una perspectiva valiosa al campo educativo y sus contribuciones son de gran relevancia para la comunidad académica.

Institución / Afiliación: Universidad Nacional de Jaén

País: Perú

ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6685-6598

Es Sociólogo, egresado de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo. Magister en Derecho Público con mención en Derecho Constitucional por la Universidad de Piura (UDEP), candidato a Doctor en Derecho por la Universidad Nacional de Piura. Ha trabajado como docente en la Universidad Nacional de Jaén (2014-2015), Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo (2016-2017), como gestor social del Programa Nacional de Saneamiento Rural PNSR del Ministerio de vivienda (2018-2019), docente de la Universidad Nacional de Piura (2019-2022), es docente en la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo. Ha participado en diversos certámenes internacionales como ponente. En el año 2022 participó como ponente en la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM). Ponente y capacitador en certámenes nacionales en Piura, Lima, Lambayeque,



Cajamarca. Participó como ponente para el Ministerio de la Mujer y Poblaciones vulnerables (octubre 2022), para el Gobierno Regional de Piura (2019). Ha escrito y publicado diversos textos como: "Tecnosocialización" (2015), "Interacciones conflictivas" (2017), "Repensar las incertidumbres" (2021) en coautoría con Pablo Peña Martínez. Ha escrito artículos de opinión publicados en el Diario La Industria de Chiclayo y por el Colegio de Sociólogos. Dirige el espacio virtual Etnia Penachíes.

Institución/ Afiliación: Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo.

País: Perú.

ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3834-2789

Es Licenciado en Educación Secundaria, especializado en Ciencias Naturales, proviene de la prestigiosa Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo. Después de obtener su licenciatura, continuó su pasión por el aprendizaje y el medio ambiente y ahora es candidato a obtener un Magíster en Ingeniería Ambiental por la misma universidad. A lo largo de su carrera profesional, ha demostrado una notable adaptabilidad y dedicación, habiendo enseñado en diversas instituciones educativas ubicadas en Juanjui, Nieva y Piura. Estas experiencias le han otorgado una amplia comprensión de los desafíos educativos y ambientales en diferentes contextos regionales. En la actualidad, dedica su experiencia y



conocimientos en la Institución Educativa de Tablones, Piura, donde continúa influyendo positivamente en la próxima generación de estudiantes, inculcando en ellos una profunda apreciación por las ciencias naturales y la necesidad de un enfoque sostenible hacia nuestro entorno.

País: Perú.

ORCID: https://orcid.org/0009-0005-9408-1669

Marco Antonio Martínez Serrano

Es un profesional con más de 20 años de experiencia en nivel secundario y pregrado. Ha desempeñado diversos cargos de liderazgo en áreas administrativas y de gestión, como jefe de computación en la institución educativa 16087 Perico y jefe de bienestar universitario de la Universidad Nacional de Jaén.

Posee una sólida formación académica, habiendo obtenido un Doctorado en Educación en la Universidad César Vallejo y una Maestría en Docencia e Investigación en la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo. Además, tiene una segunda especialidad en problemas de aprendi-



zaje, una maestría concluida en sistemas energéticos en la Universidad de Piura, una maestría concluida en ingeniería civil en la Universidad Nacional de Cajamarca y está estudiando un segundo doctorado en gestión ambiental en la Universidad Nacional de Cajamarca. También cuenta con una Licenciatura en Física y una Licenciatura en Educación, con especialidad en Matemática y Computación. Además, es ingeniero civil y técnico en computación, habiendo completado sus estudios en el Instituto San Agustín, así como estudios concluidos de técnico en electrónica en el Instituto República Federal Alemana de Chiclayo.

A lo largo de su carrera, ha demostrado un fuerte compromiso con la educación y la formación de profesionales en diferentes áreas. Su experiencia y amplia trayectoria académica lo respaldan como un autor con sólidos fundamentos para abordar temas relacionados con la docencia, la gestión educativa y el desarrollo sostenible.

Con la combinación de su experiencia docente, conocimientos académicos y compromiso con la educación, aporta una perspectiva valiosa al campo educativo, y sus contribuciones son de gran relevancia para la comunidad académica.

Institución / Afiliación: Universidad Nacional de Jaén

País: Perú

ORCID: <u>https://orcid.org/</u> <u>0000-0003-0278-7428</u>

Estudiante.

En esta foto, podemos ver al talentoso grupo de estudiantes que colaboraron en la creación de los videos educativos, quienes, con entusiasmo y dedicación, trabajaron juntos para simplificar conceptos de física y convertirlos en lecciones accesibles y claras para sus compañeros de secundaria en Penachí y de todo la humanidad interesada en los ciencias físicas. Su compromiso y esfuerzo se reflejan en cada video, ayudando a empoderar a otros en su búsqueda de comprensión y conocimiento en el fascinante mundo de la física.



¡Un equipo excepcional que hizo posible esta invaluable contribución a la educación!

Fundación Ediciones Clío

La Fundación Ediciones Clío constituye una institución académica que procura la promoción de la ciencia, la cultura y la formación Integral de las comunidades con la intención de difundir contenido científico, humanístico, pedagógico y cultural en aras de formar de manera individual y colectiva a personas e instituciones interesadas. Ayudar en la generación de capacidades científicas, tecnológicas y culturales como herramientas útiles en la resolución de los problemas de la sociedad es nuestra principal visión. Para el logro de tal fin; ofrecemos un repositorio bibliográfico con contenidos científicos, humanísticos, educativos y culturales que pueden ser descargados gratuitamente por los usuarios que tengan a bien consultar nuestra página web y redes sociales donde encontrarás libros, revistas científicas y otros contenidos de interés educativo para los usuarios.

Este libro es el producto de un proyecto de investigación destinado a mejorar la enseñanza de la física en la educación secundaria rural de Penachí, Perú. El proyecto, iniciado en mayo de 2023 con la Resolución de la Vicepresidencia de Investigación N° 038-2023-UNJ, se centró en abordar las necesidades educativas específicas de los estudiantes de quinto de secundaria en Penachí. Para ello, se desarrolló un libro de física con ejercicios prácticos y se crearon videos explicativos en colaboración con estudiantes de la Universidad Nacional de Jaén. Estos recursos fueron evaluados y demostraron ser efectivos para mejorar la comprensión de la física. Los pasos de los ejercicios desarrollados y propuestos están compartidos en el canal de YouTube del autor principal, Freddi Roland Rodríguez Ordóñez, y abarcan una amplia gama de ejercicios. El objetivo principal es fortalecer la educación en ciencias físicas, proporcionando a los estudiantes que se encuentran en instituciones alejadas de las ciudades una herramienta accesible y valiosa para su aprendizaje y empoderamiento en esta disciplina.

Nota: Para contactarnos puede dirigir su comunicación a: edicionesclio.es@gmail.com-jorgevidovicl@gmail.com Web: https://www.edicionesclio.com/

